تعداد لگ مناسب در مدلسازي تغيير نگار نمايي

محسن محمدزاده : دانشگاه تربيت مدرس
يداله واقعي : دانشگاه بيرجند

چكيده

يكي از مسائل مهم در تجزيه و تحليل داده‌هاي فضايي، تعيين ساختار همبستگي داده‌ها است كه معمولا به وسيله تابع تغييرنگار صورت مي‌پذيرد. براي برآورد اين تابع، فاصله مورد مطالعه به تعدادي لگ تقسيم مي‌گردد و در هر لگ مقدار تغييرنگار تجربي محاسبه و مدلي معتبر به مقادير آن برازش داده مي‌شود. از آنجا كه دقت مدل برازش داده شده به تعداد لگ‌ها بستگي دارد، تعيين تعداد لگ مناسب براي برآورد تابع تغييرنگار نمايي مورد بررسي قرار مي‌گيرد و از آن براي مدلسازي تغييرنگار ميزان بروز بيماري سل ريوي در شهرستانهاي كشور استفاده مي‌شود. سپس با استفاده از آن ميزان اين بيماري در تعدادي از شهرستانها تخمين زده مي‌شود.

مقدمه

داده‌هايي كه نوعاً بر حسب موقعيت قرار گرفتن آنها در فضاي مورد مطالعه همبسته باشند و اين همبستگي تابعي از فاصله موقعيت آنها باشد، داده‌هاي فضايي نامیده مي‌شوند. در آمار فضايي معمولا ميدان تصادفي $\{Z(t), t \in D\}$، $D \subset R^d$ براي مدلسازي داده‌ها استفاده مي‌شود كه در آن D يك مجموعه انديس گذار و R^d فضاي اقليدسي d بعدي $(d \geq 1)$ است. چنانچه براي هر مقدار صحيح m، متغيرهاي تصادفي $Z(t_1),...,Z(t_m)$ داراي توزيع توام گوسي باشند، ميدان تصادفي $\{Z(t), t \in D\}$ گوسي نامیده مي‌شود.

اگر ميانگين ميدان تصادفي ثابت و به موقعيت t بستگي نداشته باشد، يعني $E[Z(t)] \equiv \mu$، و واريانس عبارت Z(t)-Z(t +h) فقط تابعي از h به صورت

$$\gamma(h) = \mathrm{Var}\,(Z(t)-Z(t+h))=2 \qquad (۱)$$

باشد، ميدان تصادفي ماناي ذاتي[۱] نامیده مي‌شود. تابع $\gamma(h)$ ۲ كه ساختار همبستگي داده‌هاي فضايي را تعيين مي‌كند تغييرنگار[۲] مي‌نامند. بعلاوه اگر براي هر h، كوواريانس Z(t) و Z(t +h) تنها تابعي از h باشد، ميدان تصادفي Z(t) را ماناي مرتبه دوم گويند و تابع C(h)=Cov(Z(t),Z(t +h)) كه ساختار همبستگي را در يك

كلمات كليدي: داده‌هاي فضايي، تغييرنگار، همسانگردي.

۱-Intrinsic Stationary ۲-Variogram

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

ميدان تصادفي ماناي مرتبه دوم مشخص مي‌كند، هم تغييرنگار[۱] مي‌نامند. چنانچه هر يك از توابع γ (h) ۲يا C(h) فقط تابعي از اندازه h بوده و به جهت آن بستگي نداشته باشد، ميدان تصادفي را همسانگرد[۲] نامند. « ماترون»[۱] نشان داد $\gamma(.)$ ۲ بايد واجد خاصيت معين منفي شرطي[۳] باشد، يعني براي هر تعداد متناهي موقعيتهاي فضايي $\{t_i : i = 1,...,m\}$ و اعداد حقيقي $\{a_i : i = 1,...,m\}$ با شرط $\sum_{i=1}^{m} a_i = 0$ در نامساوي

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} a_i a_j \gamma(t_i - t_j) \le 0$$

صدق كند. بعلاوه مي‌توان نشان داد هم تغييرنگار C(.) نيز يك تابع معين مثبت[٤] است؛ يعني براي هر تعداد متناهي موقعيتهاي $\{t_i : i = 1,...,m\}$ داريم:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} a_i a_j C(t_i - t_j) \ge 0$$

در عمل، معمولا تغييرنگار نامعلوم است و بايد بر اساس داده‌هاي فضايي برآورد شود. «ماترون»[۲] يك برآورد تجربي براي تغييرنگار بر اساس مشاهدات $\{Z(t_i) : i = 1,...,n\}$ به صورت

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{|N(h)|}\sum_{N(h)} (z(t_i) - z(t_j))^2, h \in D \qquad (۲)$$

ارائه نمود، كه در آن $N(h) = \{(t_i, t_j) : t_i - t_j = h; i, j = 1,...,n\}$ مجموعه تمام زوج نقاطي است كه در جهت h و به فاصله $|h|$ از يكديگر قرار دارند و $|N(h)|$ تعداد اعضاي متمايز آن است. عليرغم آنكه $2\hat{\gamma}(h)$ يك برآوردگر نااريب براي γ(h)۲ است، مستقيما نمي‌توان آن را در روشهاي مختلف تجزيه و تحليل داده‌هاي فضايي، از جمله كريگينگ كه براي تخمين داده‌هاي فضايي به كار مي‌رود، مورد استفاده قرار داد، زيرا اين برآوردگر لزوماً خصوصيت معين منفي شرطي بودن تغييرنگار ررا ندارد. «كرسي» [۳] نشان داد اين نقيصه مي‌تواند سبب منفي شدن ميانگين مربع خطاي پيش‌بيني شود، بنابراين لازم است يك مدل معتبر معين منفي شرطي به تغييرنگار تجربي برازش داد.

افزايش تغييرنگار بيانگر كاهش همبستگي داده‌ها است. با توجه به اين‌كه معمولا بعد از فاصله‌اي همبستگي داده‌هاي فضايي ناچيز و حتي مستقل از يكديگر مي‌شوند، مدل تغييرنگار از اين فاصله به بعد تغيير چنداني ندارد و به صورت تخت درمي‌آيد. اين فاصله، دامنه[٥] تغييرنگار ناميده مي‌شود. تغييرنگار بعد از دامنه، به مقدار ثابتي گرايش مي‌يابد كه آستانه[٦] نام دارد. در بعضي مدلها مانند مدل نمايي، تغييرنگار در بي‌نهايت به مقدار ثابت آستانه مي‌رسد. دامنه اين‌گونه مدلها مقداري است كه تغييرنگار نزديك آستانه، مثلا به ۹۵% آن برسد. البته بعضي مدلها مانند مدل خطي يا تواني اصلا داراي آستانه نيستند. معيار ديگر تغييرنگار، كه معمولاً به دليل خطاهاي نمونه‌گيري ظاهر مي‌شود و برابر $c_0 = \lim_{h\to\infty} \gamma(h)$ است، اثر قطعه‌اي[۷] است. از نظر تئوري اثر قطعه‌اي بايد صفر باشد، زيرا اگر دو نمونه از نقطه واحدي گرفته شوند بايد خصوصيات يكساني داشته

۱ -Covariogram ۲ - Isotropic ۳ -Conditional Negative Definite
٤ -Positive Definite ٥ - Range ٦ - Sill ۷ - Nugget Effect

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

باشند، اما به دلايلي از جمله خطاي اندازه‌گيري، يا تغييرات شديد خصوصيت مورد بررسي در نقاط نزديك به هم، مقدار c_0 گاهي مخالف صفر است.

براي براورد پارامتري تغييرنگار معمولا مدلهاي مختلفي از جمله مدلهاي خطي، كروي، نمايي، گوسي، تواني و موجي مورد استفاده قرار مي‌گيرند [٤]. به عنوان مثال مدل شبه تغييرنگار نمايي در حالت همسانگرد به اين صورت است:

$$\gamma(h) = c_0 + c_e\{1-\exp(-3\|h\|/a_e)\}, c_0 \geq 0, a_e \geq 0, c_e \geq 0 \qquad (٣)$$

و در آن c_0 اثر قطعه‌اي $c_0 + c_e$ آستانه و a_e دامنه شبه تغييرنگار، يعني نقطه‌اي است كه شبه تغييرنگار به ٠/٩٥ آستانه خود مي‌رسد.

برازش مدل تغييرنگار تا حدي شبيه برازش يك مدل رگرسيوني است، با اين تفاوت كه در اينجا مقادير تغييرنگار در لگ‌هاي[١] مختلف مشاهدات مستقل نيستند. براي برازش يك مدل تغييرنگار پارامتري مي‌توان همانند [٣] از روشهاي حداقل مربعات معمولي، حداقل مربعات موزون يا درستنمايي استفاده كرد. براي اين كار فاصله مورد مطالعه به چندين لگ تقسيم مي‌شود و با استفاده از زوج نقاطي كه در فاصله يك لگ قرار مي‌گيرند، برآورد تجربي محاسبه مي‌گردد، سپس يك مدل تغييرنگار معتبر به آن برازش داده مي‌شود. از آنجا كه تعداد لگ‌ها در مقدار برآورد تغييرنگار دخالت دارد، در ميزان دقت مدل برازش شده نيز تاثير مي‌گذارد؛ زيرا كم بودن تعداد لگ‌ها سبب كم شدن تعداد نقاط مورد استفاده در برازش و زياد بودن آن سبب كاهش تعداد ازواج در هر لگ مي‌شود. در نتيجه براي هر مسأله لازم است تعداد لگ مناسب مشخص شود. در اين مقاله با استفاده از تكنيك شبيه‌سازي، مجموعه داده‌هاي فضايي همسانگرد با يك مدل تغييرنگار نمايي توليد و تعداد لگ مناسب براي مدلسازي تغييرنگار مورد بررسي قرار مي‌گيرد.

شبيه‌سازي

براي توليد داده‌هاي فضايي، يا به عبارت ديگر مقادير يك ميدان تصادفي ماناي مرتبه دوم $\{Z(t); t \in D\}$ با تابع هم تغييرنگار معلوم C(.) در n موقعيت معين $t_1,...,t_n$ از تجزيه چولسكي [٥] ماتريس معين مثبت $\sum = (Cov(Z(t_i), Z(t_j)) = (C(t_i - t_j))$، يعني تجزيه $\sum = L'L$، به صورت $Z = \mu + L\in$ استفاده مي‌شود كه در آن L يك ماتريس n×n پايين مثلثي، $\varepsilon = (\varepsilon(t_1),...,\varepsilon(t_n))'$ يك بردار از متغيرهاي تصادفي مستقل با ميانگين صفر و واريانس واحد است. در اين صورت بردار داده‌هاي فضايي توليد شده $Z = (Z(t_1),...,Z(t_n))'$ داراي بردار ميانگين μ و ماتريس واريانس – كوواريانس $\sum$ است. چنانچه بردار تصادفي ε گوسي اختيار شود، داده‌هاي فضايي توليد شده نيز از يك ميدان تصادفي گوسي خواهند بود.

١ -Lags

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

با استفاده از اين روش، يك مجموعه داده فضايي بر يك شبكه منظم ١٦×١٦ تايي، در مربعي به اضلاع ٥٠٠ واحد و بر اساس مدل شبه تغييرنگار نمايي (٣) با پارامترهاي $c_e = 100, c_0 = 0$ و $a_e = 150$ توليد شده و براي تعداد لگهاي متفاوت k بين ١٠ تا ٣٥ مدل تغييرنگار نمايي به روش حداقل مربعات موزون [٦] برازش داده شده است. اين عمل را m=1000 بار تكرار كرده‌ايم و براي هر يك از مقادير k، جذر ميانگين انتگرال مجذور خطا به صورت

$$\gamma\, RMISE = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\int_{0}^{500}(2\hat{\gamma}_j(r) - 2\gamma(r))^2 dr} \qquad (٤)$$

محاسبه شده است، كه در آن $\hat{\gamma}_j(.)$ مدل برازش شده در j امين تكرار است. اين معيار نشانگر ميزان نكويي تغييرنگارهاي برازش شده است و مقدار بهينه k با كمينه كردن (٤) به دست مي‌آيد. لازم به ذكر است كه محاسبات اوليه براي تعيين تعداد لگ مناسب بيانگر آن بود كه تعداد لگ بهينه كمتر از ١٠ و بيشتر از ٣٥ نيست، از اين رو بررسي مقدار بهينه k در فاصله ١٠ تا ٣٥ انجام گرفت.

توليد داده‌هاي تصادفي با برنامه‌نويسي در محيط نرم‌افزار R و به كمك توابع GeoR از [٧] انجام گرفته و معيار RMISE به ازاي تعداد لگ‌هاي مختلف و براي m=1000 تكرار محاسبه شده است. جدول ١ نتايج حاصل از شبيه‌سازي را براي مقادير مختلف k نشان مي‌دهد. چنانكه در شكل ١ ملاحظه مي‌شود، كمترين مقدار RMISE به ازاي تعداد لگ ١٨ حاصل شده است و مي‌توان آن را به عنوان تعداد لگ بهينه مورد استفاده قرار داد.

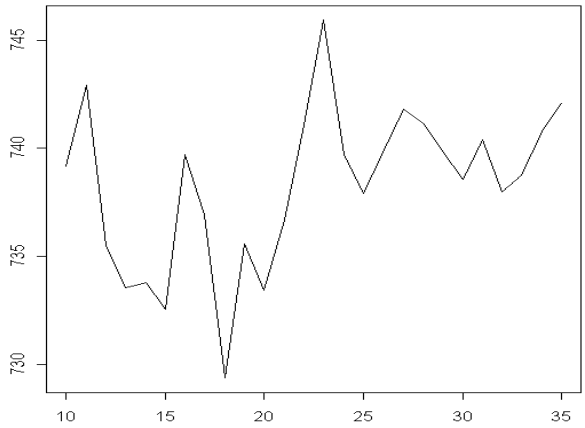
جدول١- مقادير RMISE براي تعداد لگ‌هاي مختلف

k	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦
RMISE	٧٣٩/١٦	٧٤٣/٩٢	٧٣٥/٥	٧٣٣/٥٤	٧٣٣/٧٦	٧٢٢/٥٦	٧٢٩/٧
k	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣
RMISE	٧٣٦/٩	٧٢٩/٣٦	٧٣٥/٥٤	٧٣٣/٤٢	٧٣٦/٦٨	٧٤١/٠٨	٧٤٥/٩٢
k	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
RMISE	٧٣٩/٧	٧٣٩/٩٢	٧٣٩/٨٢	٧٤١/٧٨	٧٤١/١٦	٧٣٩/٨٦	٧٣٨/٥٥
k	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥		
RMISE	٧٤٠/٤٢	٧٣٩/٩٨	٧٣٨/٧٦	٧٤٠/٧٨	٧٤٢/١٢		

مثال كاربردي

گاهي درعلوم پزشكي و به خصوص درهمه گيرشناسي جغرافيايي با داده‌هاي فضايي روبروييم كه لازم است در تجزيه و تحليل آماري ساختار همبستگي فضايي آنها نيز مدنظر قرار گيرد. به عنوان مثال ميزان بروز يك

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]



شكل۱- نمودار RMISE در مقابل تعداد لگ (k)

بيماري يا ميزان مرگ و مير ناشي از يك بيماري، در مناطق مختلف جغرافيايي، يا در شهرستانهاي مختلف، يك مجموعه داده فضايي هستند. به طور كلي اغلب شاخصها يا ميزانهاي بهداشتي مناطق مختلف مي‌توانند مصداقي از داده‌هاي فضايي باشند. يكي از كارهايي كه با استفاده از تحليل فضايي مي‌توان انجام داد، تخمين فضايي ميزان بيماري است. با توجه به همبستگي فضايي اين گونه داده‌ها، تعيين ساختار همبستگي آنها از طريق تابع تغييرنگار اولين مرحله تجزيه و تحليل آنها به شمار مي‌آيد.

در اين بخش ساختار همبستگي فضايي دو مجموعه داده، شامل ميزان بروز (درصد شيوع) بيماري سل ريوي شهرستانهاي كشور، در سالهاي ۱۳۷۷ و ۱۳۷۸ از طريق تغييرنگار برآورد مي‌شود. هر يك از مجموعه داده‌ها با $\{Z(t_1),...,Z(t_n)\}$ نشان داده مي‌شود، كه در آن n=262 تعداد شهرستانهاي كشور، $t_i = (x_i, y_i)$ طول و عرض جغرافيايي مركز شهرستان iام و $z(t_i)$ ميزان بروز بيماري در شهرستان iام در سال موردنظر است كه از تقسيم تعداد موارد بيماري ثبت شده در طي يك سال بر جمعيت شهرستان iام در وسط همان سال به دست آمده است. اين داده‌ها توسط اداره كل مبارزه با بيماريهاي وزارت بهداشت، درمان و آموزش پزشكي، ثبت و جمع‌آوري شده است.

چون تابع تغييرنگار براي يك ميدان تصادفي ماناي ذاتي تعريف مي‌شود، ابتدا مانايي داده‌ها مورد بررسي قرار مي‌گيرد. به دليل وجود يك روند فضايي در داده‌ها، لازم است اين روند از داده‌ها حذف و بر اساس داده‌هاي بدون روند شده تغييرنگار برآورد شود. روند داده‌ها را مي‌توان به صورت يك چندجمله‌اي درجه دو برحسب موقعيتهاي $t_i = (x_i, y_i)$ به صورت

$$\mu(t_i) = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 y_i^2 + a_5 x_i y_i$$

در نظر گرفت. در اين صورت داده‌هاي بدون روند شده به صورت

$$R(t_i) = z(t_i) - \mu(t_i)$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

حاصل مي‌شوند. با توجه به اين كه

$$Var(R(t_i) - R(t_i + h)) = Var(Z(t_i) - Z(t_i + h))$$

است، مي‌توان تغييرنگار داده‌هاي اصلي را بر اساس داده‌هاي بدون روند شده برآورد نمود.

براي هريك از مجموعه داده‌هاي بدون روند شده حاصل از ميزان بروز بيماري سل، در سالهاي ۱۳۷۷ و ۱۳۷۸، تغييرنگار تجربي در ۱۸ لگ محاسبه گرديد، سپس به روش حداقل مربعات موزون مدل تغييرنگار نمايي به آنها برازش داده شده است. جدول ۲ برآورد پارامترها و حداقل مجموعه مربعات موزون (MWSS) را براي هريك از مجموعه داده‌هاي سال ۱۳۷۷ و ۱۳۷۸ براي دو حالت $c_0 = 0$ و $c_0 \neq 0$ نشان مي‌دهد.

جدول۲- برآورد پارامترهاي مدل تغييرنگار نمايي

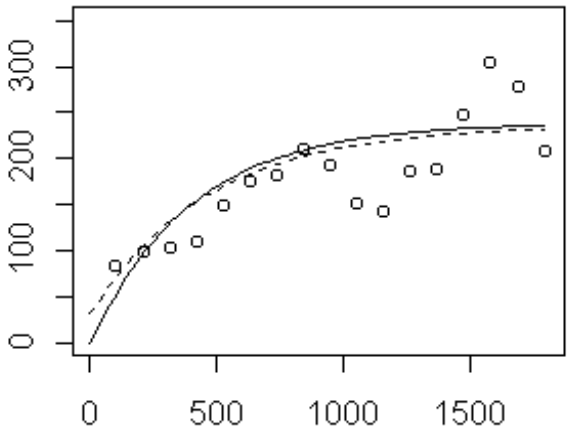
سال	اثر قطعه‌اي	$\hat{c}_0$	$\hat{c}_e$	$\hat{a}_e$	MWSS
۱۳۷۷	$c_0=0$	۰	۱۰۸/۱٤	۱٦۳/٦٥	۱۲٦/۲۸
	$c_0 \neq 0$	۲۸/٥۰	۸٤/۱۲	۱۰٦٥/٤٤	۸۰/۱۲
۱۳۷۸	$c_0=0$	۰	۱۲۲/۱۸	۱۹۸/۸۰	۱٥۳/۸۳
	$c_0 \neq 0$	۲۹/۷۱	۹٦/۷۲	۱۰۳٥/٥۰	۱۰۱/۸۲

در حالت $c_0 = 0$، اثر قطعه‌اي مقدار ثابت صفر در نظر گرفته شده و مقدار آن برآورد نشده است و در حالت ديگر اثر قطعه‌اي نيز همانند دو پارامتر ديگر برآورد شده است. در شكلهاي ۲ و ۳ نقاط نشان دهنده تغييرنگار تجربي هستند و مدل برآورد شده، با فرض $c_0 = 0$، با نقطه‌چين و مدل برآورد شده، با فرض $c_0 \neq 0$، با خطچين نمايش داده شده است.

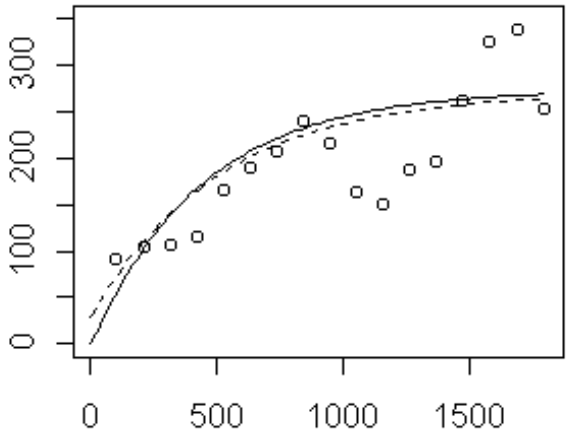
چنانكه ملاحظه مي‌شود حداقل مجموع مربعات موزون در هر دو مجموعه داده براي حالت $c_0 \neq 0$ كمتر از حالت $c_0 = 0$ است، بنابراين مدل برازش شده تحت $c_0 \neq 0$ به داده‌ها بهتر برازش مي‌شود، به عبارت ديگر اثر قطعه‌اي تغييرنگار براي اين دو مجموعه داده مخالف صفر است.

مدلهاي حاصل براي تغييرنگار (با اثر قطعه‌اي) براي تخمين ميزان بيماري به روش كريگينگ[۳]در ۲٤ شهرستان كه اطلاعي از ميزان بيماري آنها در دسترس نبود، مورد استفاده قرار گرفت. جدول ۳ به ترتيب، نام شهرستانها، طول و عرض مركز شهرستانها، تخمين ميزان بروز بيماري سل ريوي (بر حسب ۱۰۰۰۰۰ نفر) و انحراف معيار آنها را براي سالهاي ۱۳۷۷ و ۱۳۷۸ نشان مي‌دهد.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]



شكل۲- تغييرنگار تجربي و مدل برازش شده براي سال ۱۳۷۷



شكل۳- تغييرنگار تجربي و مدل برازش شده براي سال ۱۳۷۸

بحث و پيشنهاد

براي انتخاب يك مدل تغييرنگار مي‌توان مدلهاي مختلف را با تعداد لگ ثابت برازش داد و با استفاده از معيار مجموع مربعات موزون باقيمانده‌ها، از ميان آنها بهترين مدل را انتخاب كرد. اما به دليل آن كه با افزايش تعداد لگ‌ها مجموع مربعات موزون باقيمانده‌ها افزايش مي‌يابد، به كمك اين معيار حتي براي يك مجموعه داده خاص، نمي‌توان تعداد لگ مناسب را تشخيص داد.

براي انتخاب تعداد لگ مناسب، اغلب صاحبنظران تجزيه و تحليل داده‌هاي فضايي فقط به توصيه‌هاي كلي اكتفا كرده‌اند. از جمله [۸] براي برآورد تغييرنگار توصيه مي‌كنند، در هر لگ حداقل ۳۰ زوج متمايز قرار داشته باشد. بنابراين تعداد لگ‌ها بايد به گونه‌اي انتخاب شود كه بيشتر آنها در اين شرط صدق كنند.«كرسي» [۳] معتقد است كه طول لگ‌ها بايد آن قدر كوچك باشد كه ساختار همبستگي را با وضوح بيشتري نشان دهد و از طرف ديگر بايد به قدر كافي بزرگ باشد تا برآوردگرتغييرنگار تجربي پايدار شود. «وبستر و

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

اوليور» [۹] معايب كم يا زياد بودن تعداد لگ‌ها را بيان و تاكيد مي‌كند كه مقدار متعادل آن به تعداد و موقعيت داده‌ها و شكل تغييرنگار بستگي دارد و متوسط فاصله ميان زوج داده‌ها را به عنوان يك مقدار اوليه براي طول لگ پيشنهاد مي‌كند. با توجه به فقدان قاعده، يا نظريه‌اي كلي براي تعداد لگ بهينه، مطالعه حاضر صورت گرفت. در اين مطالعه حجم نمونه تقريبا برابر تعداد داده‌هاي مربوط به ميزان بروز بيماري سل ريوي در شهرستانهاي ايران قرار داده شد تا بتوان نتيجه حاصل از شبيه‌سازي را در تجزيه و تحليل فضايي آنها به كار گرفت. از اين رو استفاده از نتيجه اين مطالعه در تجزيه و تحليل داده‌ها كاربر را اميدوار مي‌سازد كه مدل بهتري به تغييرنگار داده‌ها برازش دهد و تخمين‌هاي بهتري بدست آورد. درعين حال، مطالعه‌اي براي بررسي تاثير حجم نمونه در تعداد لگ بهينه ضروري به نظر مي‌رسد. معمولا محققان و تحليلگران داده‌هاي فضايي طول لگ‌ها را يكسان مي‌گيرند. اين امر موجب مي‌شود تعداد زوج مشاهدات در لگ‌ها متفاوت بوده و ميزان دقت برآوردهاي حاصل در هر لگ مختلف باشد. اگر طول لگ‌ها بگونه‌اي انتخاب شوند كه تعداد زوج مشاهدات در آنها حتي‌الامكان يكسان باشند مي‌توان تا حدودي به اين نقيصه فائق آمد.

جدول۳- تخمين فضايي ميزان بروز بيماري سل ريوي در ۲۴ شهرستان

نام شهرستان	طول	عرض	سال ۱۳۷۷		سال ۱۳۷۸	
			ميزان	انحراف معيار	ميزان	انحراف معيار
اسكو	۲۱۹/۲	۱۳۰۸/۸	۵/۵۳	۶/۲۵	۴/۷۵	۶/۴۶
جلفا	۱۷۲/۸	۱۴۲۰/۸	۷/۶۶	۷/۱۰	۵/۸۳	۷/۴۲
چالدران	۵۹/۲	۱۴۳۲/۰	۷/۶۹	۷/۰۱	۴/۸۱	۷/۲۷
كوثر	۴۰۸/۰	۱۲۸۴/۸	۴/۳۶	۶/۴۸	۴/۳۹	۶/۷۲
نير	۳۷۹/۲	۱۳۳۲/۸	۴/۹۷	۶/۴۳	۴/۸۱	۶/۶۷
ايجرود	۴۲۵/۶	۱۱۶۰/۰	۳/۶۷	۶/۵۲	۳/۸۱	۶/۷۶
خرم دره	۵۰۸/۸	۱۱۳۶/۰	۴/۹۰	۶/۲۸	۴/۳۹	۶/۴۸
املش	۵۸۷/۲	۱۴۰۴/۸	۱۳/۹۲	۸/۰۸	۱۴/۴۴	۸/۵۳
رضوانشهر	۴۸۸/۰	۱۲۸۸/۰	۹/۸۰	۶/۳۱	۹/۴۱	۶/۵۳
سياهكل	۵۶۶/۸	۱۲۴۴/۸	۱۱/۱۸	۶/۰۹	۱۱/۵۵	۶/۲۹
ماسال	۴۸۸/۰	۱۲۶۸/۸	۱۰/۲۶	۶/۱۹	۹/۷۸	۶/۴۰
جويبار	۸۲۷/۲	۱۲۱۹/۲	۸/۹۶	۶/۱۰	۷/۰۲	۵/۹۹
بندرگز	۹۲۰/۰	۱۲۴۴/۸	۱۴/۲۳	۶/۲۲	۱۴/۵۳	۶/۴۲
آزادشهر	۱۰۲۴/۰	۱۲۹۶/۰	۴۱/۹۸	۶/۳۰	۴۳/۸۰	۶/۵۰
آق قلا	۹۶۰/۰	۱۲۸۰/۰	۲۵/۴۱	۶/۴۵	۲۶/۷۶	۶/۶۸
راميان	۱۰۲۴/۰	۱۲۸۸/۰	۳۹/۷۷	۶/۳۷	۴۱/۵۴	۶/۵۸
كلاله	۱۰۴۸/۰	۱۳۳۲/۸	۴۶/۵۷	۶/۸۴	۴۹/۷۰	۷/۱۱
پاكدشت	۷۶۸/۰	۱۰۸۰/۰	۱۳/۹۷	۶/۳۸	۱۶/۴۸	۶/۶۰
تيران و كرون	۷۲۰/۰	۷۶۸/۰	۱۳/۱۷	۶/۲۷	۴/۴۲	۶/۵۰
ارسنجان	۹۵۸/۴	۴۸۶/۴	۱/۷۶	۶/۸۹	۱/۹۰	۷/۱۸
خرم بيد	۹۳۷/۶	۵۶۰/۰	۰/۸۷	۶/۷۱	۱/۴۵	۶/۹۸
جاجرم	۱۱۳۱/۲	۱۲۹۴/۴	۲۸/۲۴	۷/۲۲	۲۹/۰۷	۷/۶۷
ابوموسي	۱۱۸۵/۶	۰۴۵/۴	۱۱/۲۳	۸/۰۸	۱۰/۱۱	۸/۴۹
راور	۱۲۷۲/۰	۶۷۶/۸	۱۰/۴۱	۷/۴۲	۱۰/۲۷	۷/۷۷

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

اين مطالعه با فرض همسانگرد بودن داده‌ها صورت گرفته است. لذا براي حالت ناهمسانگرد، كه لازم است يك تغييرنگار جهتي براي تعيين ساختار همبستگي داده‌ها بكار گرفته شود، تعيين تعداد لگ بهينه مسئله‌اي ديگر است.

مراجع

1. G. Matheton, The Theory of Regionalized Variables and Its Application. Cahiers du Centtre de Morphologie Mathematique, No.5. Fontainebleau, France (1971).
2. G. Matheron, Traite de Geostatistique Appliguee, I. Tome Memories du Bureau de Recherches Geologiques et Minieres, No. 14, Editions Technip, Paris (1962).
3. N. Cressie, Statistics for Spatial Data, New York, John Wiley (1993).
4. J. Barry, M. Crowder, and P. Diggle, “Parametric Estimation of the Variogram”, Technical Report ST- 97- 06, Dep. Maths and Stats, Lancaster University, Lancaster, UK (1997).
5. G. H. Gloub, and C. F. Van Loan, Matrix Computations, The Johns Hopkins University press, M. D. Baltimore, (1983).
6. N. Cressie, Fitting Variogram Models by Weighted Least Squares, Mathematical Geology, V.17 (1985) 563-586.
7. Jr. P. J. Ribeiro and P.J. Diggle, “geoR/geoS: Functions for Geostatistical Analysis Using R or S-PLUS” Technical Report: ST-99-09, Dep. of Maths. and Stats. Lancaster University, Lancaster, UK (2000).
8. A. G. Journel, and C. J. Huijberegts, Mining Geostatistics, Academic Press (1978).
9. O. Webster, and M. Oliver, Geostatistics for Environmental Scientists, New York, John Wiley (2001).

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]