محاسبهٔ آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک در اتم‌های اگزوتیک

*سیدمحمد متولی، سمیه شیخیان‌عزیزی؛
دانشگاه مازندران، دانشکدهٔ علوم پایه، گروه فیزیك هسته‌ای

چکیده

در این مقاله، آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک را به‌ازای چگالی‌های مختلفی از دوتریوم و در حالت‌های اولیه مختلف، برای اتم‌های اگزوتیک دوتریوم میونی، دوتریوم پایونی، دوتریوم کائونی و دوتریوم آنتی پروتونی بررسی می‌کنیم. در این راستا اثرات مخلوط شدگی استارک با استفاده از مدل بوریه-لئون و مدل SCM بررسی شده است. به‌منظور دست‌یابی به دقیق‌ترین نتایج، داده‌هایی تجربی ارائه شده برای پهنا و انتقال در حالت‌های 1S و 2P اتم‌های اگزوتیک مورد بحث به‌کار گرفته شده است. نتایج حاصل از محاسبات نشان می‌دهد، در حضور چگالی‌های مختلفی از دوتریوم و در حالت‌های اولیه مختلف، اتم اگزوتیک دوتریوم میونی آهنگ انتقال چشم‌گیری نسبت به دیگر اتم‌های اگزوتیک دارد.

مقدمه

هنگامی‌که ذرات میون، پایون، کائون و آنتی پروتون از میان ابر الکترونی اتم دوتریوم عبور می‌کنند، جای‌گزین الکترون آن می‌شوند. به‌این ترتیب اتم اگزوتیک در بالاترین حالت برانگیخته، شکل می‌گیرد [۱]، [۲] این بالاترین حالت برای اتم‌های دوتریوم میونی، دوتریوم پایونی، دوتریوم کائونی و دوتریوم آنتی پروتونی به‌ترتیب برابر با ۱۴، ۱۶، ۳۱ و ۴۰ مشاهده شده است [۳]. عبور این اتم‌های اگزوتیک از میدان الکتریکی اتم دوتریوم سبب تشکیل اثر استارک بین n^2 حالت تبهگن آن می‌شود. ذرات پایون، کائون و آنتی پروتون در بررسی‌های QCD بسیار مورد توجه‌اند؛ به‌همین منظور اثر استارک در اتم‌های اگزوتیک متشکل از این ذرات به‌همراه برهم‌کنش‌های قوی هسته‌ای بررسی می‌شود [۴]. لئون-بته بررسی‌های اولیه روی فرآیند مخلوط شدگی استارک، را برای حالت‌هایی با m =۰ انجام داده است [۵]؛ پس از وی بوریه-لئون، به‌منظور محاسبهٔ بازدهٔ اشعه ایکس، فرآیند مخلوط شدگی استارک را تحت گذارهایی با $\Delta l = \pm 1$ بررسی کردند [۶]. در این مقاله سعی بر آن است تا با استفاده از مدل بوریه-لئون، در نظرگیری مدل SCM و با انتخاب مناسب‌ترین چگالی محیط، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک را در حالت‌های اولیه مختلف بررسی شود

واژه های کلیدی: فرآیند مخلوط شدگی استارک، اتم اگزوتیک، آهنگ انتقال، مدل بوریه-لئون.
دریافت ۹۱/۷/۱۸ پذیرش ۹۲/۹/۲۴
نویسندهٔ مسئول motavali@umz.ac.ir

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-28]

محاسبات

فرآیند مخلوط شدگی استارك سریع‌ترین فرآیند برخوردی است که در آن اتم خنثی اگزوتیك، در مکانی که میدان الکتریکی قادر به مخلوطسازی زیر ترازها با n یکسان است، در مولکول یا اتم هدف نفوذ می‌کند [۷]:

$$\left(A^{-}d\right)_{n_i l_i}+D\rightarrow\left(A^{-}d\right)_{n_f l_f}+D \qquad \Delta n=0,\Delta l=\pm 1 \tag{۱}$$

پارامتر A در رابطهٔ مذکور، به هر یک از ذرات میون، پایون، کائون و آنتی پروتون اشاره دارد. بررسی فرآیند مخلوط شدگی استارک نیازمند بررسی احتمال انتقال بین حالت‌های تبهگن است. نظر به این‌که این احتمال انتقال با حل معادلهٔ شرودینگر و در نظرگیری انتقال بین حالت‌های تبهگن مشخص می‌شود، بحث مدل میدان ثابت و مدل میدان دورانی در این راستا بسیار مورد توجه است. معادلهٔ شرودینگر وابسته به زمان برای مختصات داخلی اتم اگزوتیک عبارت است از:

$$i\frac{d}{dt}\left|\Psi(t)\right\rangle=[H_0+E(t).r]\left|\Psi(t)\right\rangle \tag{۲}$$

که H_0 عمل‌گر انرژی غیراختلالی اتم اگزوتیك، $E(t)$ میدان الکتریکی ایجاد شده با ماده هدف و r فاصلهٔ اتم دوتریوم و اتم اگزوتیك است. با بسط تابع موج برحسب n^2 ویژهٔ توابع $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$، رابطهٔ (۲) بدین‌صورت بسط می‌یابد [۸]-[۹]:

$$i\frac{d}{dt}\left\langle\beta\middle|\Psi_{(t)}\right\rangle=\sum_{\alpha}\left[E(t)\langle\beta|Z|\alpha\rangle-i\dot{\theta}\left\langle\beta\middle|\frac{d}{dt}\middle|\alpha\right\rangle\right]\left\langle\alpha\middle|\Psi(t)\right\rangle \tag{۳}$$

به‌دلیل دشواری حل این معادله، برای n^2 حالت از هر n، از بخش دورانی صرف‌نظر می‌شود؛ به‌این ترتیب به‌جای بسط تابع موج در مختصات کروی، بسط آن در مختصات سهموی مورد توجه قرار می‌گیرد. حال چنان‌چه ویژه حالت‌ها در مختصات سهمی وار، $\langle\alpha|=\langle n_2,m|$ و $\langle\beta|=\langle n_1,m|$، را در نظر بگیریم، معادلهٔ (۳) بدین‌صورت تعریف می‌شود [۵]، [۱۰]:

$$\begin{aligned} i\frac{d}{dt}\langle n_1,m|\Psi(t)\rangle &= \sum_{n2}\left[\langle n_1,m|V(t)|n_2,m\rangle\right]\langle n_2,m|\Psi(t)\rangle \\ &= V_{n_1,m}(t)\delta_{n_1,n_2}\langle n_2,m|\Psi(t)\rangle=V_{n_1,m}(t)\langle n_1,m|\Psi(t)\rangle \end{aligned} \tag{۴}$$

در این رابطه $V_{n_1,m}(t)$ بیان‌گر انرژی پتانسیل اتم اگزوتیک تحت تاثیر میدان الکتریکی اتم هدف است که بدین‌صورت معرفی می‌شود [۱۱]:

$$V_{n_1,m}(t)=\frac{3}{2}E(t)n(2n_1-n+|m|+1) \tag{۵}$$

در رابطهٔ فوق n و m به‌ترتیب بیان‌گر عدد کوانتومی اصلی و مغناطیسی هستند. قابل ذکر است که همواره برای اعداد کوانتومی سهمی‌وار n_2، n_1 و m باید این شرط برقرار باشد:

$$n_1+n_2+|m|+1=n \tag{۶}$$

همچنین شدت میدان الکتریکی تصویری در فاصلهٔ $R=\rho Sec\theta$ (θ بیان‌گر زاویهٔ بین محور عمود بر راستای میدان اتم دوتریوم و مسیر حرکت اتم اگزوتیك است.) از اتم هدف و در حالت پایه آن برابر با این رابطه است:

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-28]

$$E(t)=\frac{Z_{eff}}{\mu R^2}=\left[1-\int_0^R\left|R_{n=1,l=0}\right|^2 r^2dr\right]\frac{1}{\mu R^2}=\left[1-4\int_0^R e^{-2R}r^2dr\right]\frac{1}{\mu R^2}=e^{-2R}\,\frac{1+2R+2R^2}{\mu R^2} \qquad (۷)$$

به‌این ترتیب با حل معادلهٔ شرودینگر، احتمال انتقال اتم اگزوتیک در برخورد با اتم دوتریوم، تحت پارامتر برخورد ρ، معادل این رابطه است:

$$P(\rho,l,l',m)=\left|\sum_{n_1=0}^{n-|m|-1}\langle l,m|n_1,m\rangle e^{-i\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{3}{2}n(2n_1-n+|m|+1)e^{-2\rho\sec\theta}\frac{1+2\rho\sec\theta+2(\rho\sec\theta)^2}{\mu(\rho\sec\theta)^2}\frac{\rho(\sec\theta)^2}{v}d\theta}\langle n_1,m|l',m\rangle\right| \qquad (۸)$$

که در رابطهٔ مذکور v سرعت اتم اگزوتیک است. بنا بر این با در نظر گرفتن تابع معرفی شده به‌وسیلهٔ لئون-بته، $\zeta(\rho)$، به‌صورت:

$$\zeta(\rho)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{-2\rho\sec\theta}(1+2\rho\sec\theta+2\rho^2(\sec\theta)^2)d\theta \qquad (۹)$$

و همچنین با در نظر گرفتن تقریب $2n_1-n+|m|+1\approx 2n_1$، این رابطهٔ کلی برای احتمال انتقال به‌دست می‌آید:

$$P(\rho,l,l',m)=\left|\sum_{n_1=0}^{n-|m|-1}\langle l,m|n_1,m\rangle e^{-in_1\frac{3\pi}{v\mu}n\frac{\zeta(\rho)}{\rho}}\langle n_1,m|l',m\rangle\right|^2 \qquad (۱۰)$$

با محاسبهٔ این احتمال در $m=0$ ($p(\rho_s,0,0,0)\approx 0.1$) و تعمیم آن به مدل بوریه-لئون، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک بدین‌صورت ارائه می‌شود:

$$\lambda^{St}_{l\to l+1}=K_{stk}Nv\pi\rho_s^2 \qquad (۱۱)$$

$$\lambda^{St}_{l\to l-1}=K_{stk}Nv\pi\rho_s^2\,\frac{2l-1}{2l+1} \qquad (۱۲)$$

که K_{stk} در روابط فوق پارامتری آزاد و ρ_s پارامتری است که در آن به‌ازای برخوردهایی با $\rho\le\rho_s$، n حالت با $m=0$ به‌طور کامل با یک‌دیگر مخلوط می‌شوند؛ مقدار این پارامتر از حل معادلهٔ زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{\zeta(\rho_s)}{\rho_s}=\frac{v\mu}{2n^2} \qquad (۱۳)$$

با توجه به این‌که ذرات پایون، کائون و آنتی پروتون تحت تاثیر برهم‌کنش‌های قوی هسته‌ای (اثرات پلاریزاسیون خلا و اندازه متناهی هسته) قرار می‌گیرند، محاسبهٔ آهنگ انتقال در حضور این برهم‌کنش‌ها بسیار مورد توجه است [۱۱]. تحت این شرایط، در حالت‌هایی با $l>1$ آهنگ مخلوط شدگی استارک برابر است با:

$$\lambda^{St}_{l\to l+1}=\frac{2l+1}{2l-1}\lambda^{St}_{l\to l-1}=K_{stk}N\pi v\rho_\circ^2 \qquad (۱۴)$$

در این رابطه $\rho_\circ$ پارامتر برخوردی مؤثری است که از حل معادلهٔ (۱۳) به‌دست می‌آید؛ درحالی‌که آهنگ مخلوط شدگی استارک برای گذار $S\to P$ ($P\to S$) با در نظر گرفتن تغییرات انرژی δE، بدین‌صورت ارائه می‌شود:

$$\lambda^{St}_{S\to P}=3\lambda^{St}_{P\to S}=K_{stk}N\pi v\rho_s'^2 \qquad (۱۵)$$

$$\rho_s'=Max(R_1,R_2) \qquad (۱۶)$$

در معادلات مذکور پارامترهای برخوردی R_1 و R_2 به‌ترتیب با حل دو معادله زیر محاسبه می‌شود:

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-28]

$$\frac{v|\delta E_{nS}|^2_{eff}}{3n^2} = 0.58(1+\frac{1}{R}+\frac{1}{2R^2})e^{-2R} \quad (۱۷)$$

$$\frac{v\mu^2|\delta E_{nS}|^2_{eff}}{3n^3\Gamma^{abs}_{nS}} = \frac{1}{\rho^3}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} e^{-4\rho\sec\theta}(1+2\rho\sec\theta+2\rho^2\sec^2\theta)^2\sec^{-2}\theta d\theta \quad (۱۸)$$

μ در رابطهٔ فوق معادل با جرم کاهیده اتم اگزوتیك است. در روابط (۱۷) و (۱۸) تغییر انرژی مؤثر و میزان جذب در هر یك از حالت‌ها با این روابط محاسبه می‌شوند:

$$|\delta E_{nS}|_{eff} = \frac{|\delta E_{1S}|_{eff}}{n^3} \quad (۱۹)$$

$$\Gamma^{abs}_{nS} = \frac{\Gamma^{abs}_{1S}}{n^3} \quad (۲۰)$$

در رابطهٔ (۱۹) تغییر انرژی مؤثر در حالت پایه، $|\delta E_{1S}|_{eff}$، متناسب با اندازهٔ مجموع تغییرات انرژی و مقدار موهومی جذب هسته‌ای در حالت پایه‌اند، که با استفاده از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$|\delta E_{1S}|_{eff} = \left|(\delta E_{1S})_{strong} + (\delta E_{1S})_{vp} + (\delta E_{1S})_{fs} - i\frac{\Gamma^{abs}_{1S}}{2}\right| \quad (۲۱)$$

که $(\delta E_{1S})_{strong}$، $(\delta E_{1S})_{vp}$، $(\delta E_{1S})_{fs}$ و Γ^{abs}_{1S} به‌ترتیب بیان‌گر انتقال انرژی ناشی از برهم‌کنش قوی هسته ای، انتقال انرژی ناشی از پلاریزاسیون خلا، انتقال انرژی ناشی از اندازهٔ متناهی و پهنای جذب هسته‌ای در حالت پایه است. لازم به ذکر است که تمام روابط بالا در سیستم واحد اتمی، $m_e = e = \hbar = a_B = 1$، ارائه شده‌اند.

بحث و نتیجه‌گیری

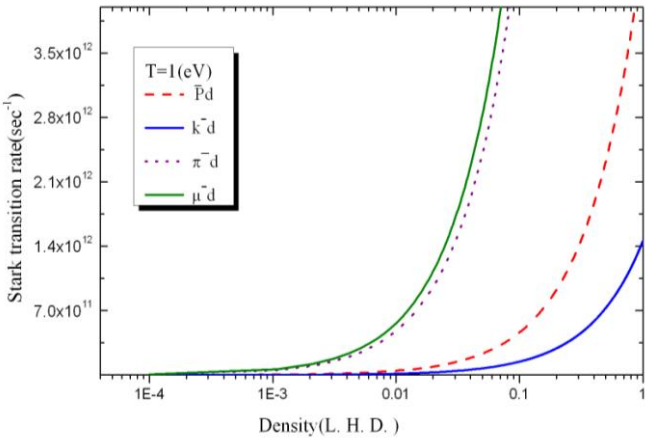
در این مقاله، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک را به‌ازای چگالی‌های مختلفی از محیط دوتریوم خالص، برای اتم‌های اگزوتیک دوتریوم میونی، دوتریوم پایونی، دوتریوم کائونی و دوتریوم آنتی پروتونی محاسبه کرده‌ایم. در راستای این محاسبات از مناسب‌ترین داده‌های تجربی ارائه شده برای پهنا و انتقال در حالت $1S$ و $2P$ اتم‌های اگزوتیک، استفاده کرده‌ایم؛ این داده‌ها، در جدول ۱ ارائه شده است. در شکل ۱ آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک در اتم‌های اگزوتیک برحسب چگالی دوتریوم نمایش داده شده است. نتایج حاصل از این محاسبات نشان‌دهندهٔ آن است که آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک در تمامی اتم‌های اگزوتیک مورد بحث با افزایش چگالی دوتریوم، افزایش می‌یابد؛ به‌طوری‌که اتم اگزوتیک دوتریوم میونی، در مقایسه با دیگر اتم‌های اگزوتیک، همواره بیش‌ترین آهنگ انتقال را دارد. به‌این ترتیب با در نظر گرفتن بالاترین چگالی در نظر گرفته شده، $N=1(L.H.D.)$، و همچنین تحت مدل SCM، که در آن مقدار ثابتی از انرژی جنبشی مورد توجه است، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک را در حالت‌های اولیه مختلف، محاسبه و نتایج حاصل از محاسبات را در شکل ۲ نشان داده‌ایم. محاسبات نشان می‌دهد، تمامی اتم‌های اگزوتیک مورد بحث در حالت‌های اولیهٔ بالاتر، آهنگ انتقال بیش‌تری را نسبت به حالت‌های اولیه پایین‌تر دارند؛ به‌طوری‌که هر یک از اتم‌های اگزوتیک دوتریوم میونی، دوتریوم پایونی، دوتریوم کائونی و دوتریوم آنتی پروتونی به‌ترتیب در بالاترین حالت

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-28]

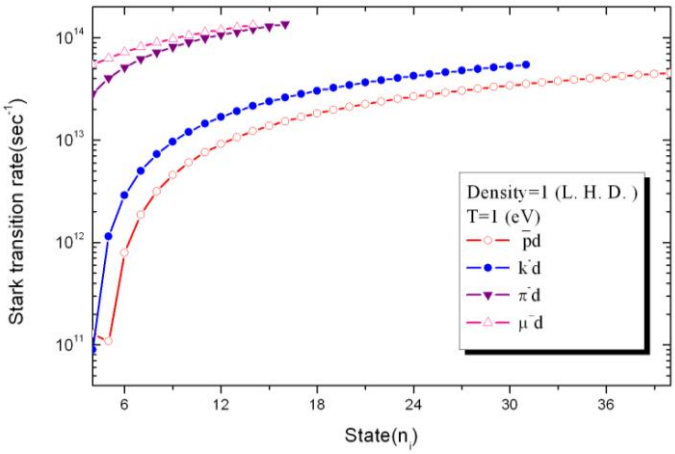
اولیه خود، آهنگ انتقال معادل با $\lambda = 1.329\times10^{14}(\sec^{-1})$ ، $\lambda = 1.357\times10^{14}(\sec^{-1})$ ، $\lambda = 5.458\times10^{13}(\sec^{-1})$ و $\lambda = 4.528\times10^{13}(\sec^{-1})$ دارند.

جدول ۱. داده‌های آزمایشگاهی پهنا و انتقال حالت‌های $1S$ و $2P$ برای اتم‌های اگزوتیک $\pi^- d$ ، $K^- d$ و $\bar{P}d$ [۱۲-۱۴]

Atom	Γ_{1S}^{abs}	Γ_{2P}^{abs}	δE_{1S}
$\pi^- d$	$1.02(eV)$	---	$-2.43(eV)$
$K^- d$	$880(eV)$	$0.046(eV)$	$-693(eV)$
$\bar{P}d$	$1100(eV)$	$489(meV)$	$-1050(eV)$



شکل ۱. مقایسهٔ آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک برحسب چگالی در اتم‌های اگزوتیک $\mu^- d$ ، $\pi^- d$ ، $K^- d$ و $\bar{P}d$ در $T = 1eV$



شکل ۲. مقایسهٔ آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک بر حسب حالت‌های اولیه اتم‌های اگزوتیک $\mu^- d$ ، $\pi^- d$ ، $K^- d$ و $\bar{P}d$ در $T = 1eV$ و $N=1$ L.H.D.

منابع

1. C. A. Bertulani, M. Ellermann, "Production of exotic atoms at energies available at the CERN Large Hadron Collider", Phys. Rev. C 81 (2010).

2. S. M. Motevalli, M. R. Pahlavani, "Some applications of quantum mechanics", InTech Press, (2012).

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-28]

3. A. Shahbaz, *et al*., "Exotic atoms in super intense laser fields", Eur., Phys., J. Special Topics, 175 (2009).

4. S. Z. Kalantari, M. Raeisi, "Atomic cascade of Kp and Kd atoms and Doppler broadening contribution on x-ray widths", Phys. Rev. C 81 (2010).

5. M. Leon, H. A. Bethe, "Negative meson absorption in liquid hydrogen", Phys. Rev. 127 (1962).

6. E. Borie, M. Leon, "X-ray yields in protonium and mesic hydrogen", Phys. Rev. A 21 (1980).

7. I. Levine, *et al.*, "Measurement of the electromagnetic coupling at large momentum transfer", Phys. Rev. Lett., 78 (1997).

8. G. Reifenrother, E. Klempt, "Antiprotonic hydrogen: From atomic capture to annihilation", Nucl. Phys. A 503 (1989).

9. G. Reifenrother, E. Klempt, "The Atomic cascade of kaonic and pionic hydrogen ", Phys. Lett. B 248 (1990).

10. G. Flamand, "The solution of a Stark-effect model as a dynamical group calculation", J. Math, Phys. 7 (1966).

11. T. P. Terada, R. S. Hayano, "Cascade calculation of hadronic hydrogen atoms", Phys. Rev. C 55 (1997).

12. D. Gotta, *et al*., "Balmer α transitions in antiprotonic hydrogen and deuterium", Nucl. Phys., A 660 (1999).

13. D. Chatellard, *et al*., " X-ray spectroscopy of the pionic deuterium atom", Nucl. Phys., A 625 (1997).

14. R. C. Barrett, A. Deloff, "Strong interaction effects in kaonic deuterium", Phys. Rev. C 60 (1999).

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-28]