رتبه‌بندی گروهی از محصولات شرکت‌های خودرو سازی با رویکرد ترکیبی از مدل‌های DEA و بازه‌ای AHP

هما قاسمی [۱] مصطفی دین محمدی [۲] سید اسماعیل نجفی [۳]

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۱۰/۰۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۱۱/۰۶

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده را برآورد می‌کند. این مقاله از فرایند تحلیل سلسله مراتبی و تئوری سری فازی برای تغییر مدلی در تحلیل پوششی داده‌ها استفاده می‌کند که این روش می‌تواند برای ارزیابی عملکرد واحدهای شغلی استفاده شود. در این مقاله روشی جدیدی برای برآورد کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با داده‌های بازه‌ای به‌کار گرفته شده است. مدل توسعه‌یافته دارای داده‌های بازه‌ای است و افزون‌بر این، وزنی که به داده‌ها اختصاص می‌یابد، نیز به صورت بازه‌ای است. از این‌رو، نوآوری در توسعه نظری صورت گرفته و در بخش تجربی نیز مدل، آزمون شده است. در بخش تجربی، روشی برای مرتب‌سازی واحدهای تصمیم‌گیرنده به‌وسیله‌ی کارایی به‌دست آمده مطرح می‌شود. برای آزمون روش پیشنهادی کاربرد مدل در رتبه‌بندی گروهی محصولات سه خودروساز بررسی شده است. از نتایج مدل مشخص است که مدل پیشنهادی برای مسائل عملی؛ به‌ویژه مواقعی که تعداد گزینش‌ها محدود است، مفید خواهد بود.

واژگان کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، فرایند تحلیل سلسله مراتبی، تئوری سری فازی، داده بازه‌ای، واحدهای تصمیم‌گیرنده

JEL:C44, L2, D2.

۱- مقدمه

ریاضی‌دان‌ها به مدل‌های بهینه‌سازی از دوران جنبش صنعتی جهان توجه داشته‌اند. تأکید اصلی بر بهینه‌سازی داشتن معیار سنجش است. اما، توجه پژوهشگران در دهه‌های اخیر معطوف به مدل‌های چند معیاره شده است. تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه مبحثی است که به فرایند تصمیم‌گیری در حضور

۱. دانش آموخته مهندسی صنایع دانشگاه علوم اقتصادی، Email:Hm_ghasemi2009@yahoo.com
۲. استادیار اقتصاد دانشگاه زنجان، Email: Dinm78@gmail.com
۳. استادیار دانشگاه علوم تحقیقات تهران، Email: Najafi1414@yahoo.com

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

معیارهای متفاوت و گاه متناقض با یکدیگر می‌پردازد. تصمیم‌گیری چند معیاره[1] بهترین پاسخ را با توجه به معیارها برمی‌گزیند. از دیدگاه کلی می‌توان MCDMرا به دو دسته تقسیم کرد؛ تصمیم‌گیری چند هدفه[2] و تصمیم‌گیری چند شاخصه[3]. در MADM با تعدادی محدود از گزینه‌ها در فضای گسسته سروکار داریم. در MODM باید بهترین گزینه، براساس محدودیت‌ها طراحی شود.

به‌تازگی، مدل‌های MCDM گسترش یافته و با مدل‌های دیگری همچون مدل‌های فازی و آنالیز پوششی داده‌ها،[4] تلفیق می‌شود تا نتایج بهتری در انتخاب بهترین گزینه به‌دست‌آورد. این مدل‌ها کاربردهایی متعدد در زندگی روزمره دارد. برای مثال، در فرایند انتخاب شغل، اتومبیل، عرضه‌کنندگان مواد اولیه برای کارخانجات تولیدی و مواردی از این دست می‌توان از این مدل‌های تلفیقی استفاده کرد.

چارنز و کوپر[5] (۱۹۷۸) نخستین بار مدل DEA را مطرح کردند و نام آن را CCR نهادند. باور اصلی این مدل برای برآورد کارایی واحدهای تصمیم‌گیری[6] است. از این رو، از یک مدل ریاضی برای به‌دست آوردن کارایی نسبی واحدهای شغلی و یا هر واحد دیگری استفاده می‌شود. معیار اصلی روش DEA توجه کردن به ورودی‌ها و خروجی‌ها برای هر واحد تصمیم‌گیرنده است. در واقع، کارایی نسبی با استفاده از نسبت ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌دست می‌آید. افزون براین، مقدار کارایی برای همه‌ی واحدهای تصمیم‌گیرنده بین صفر و یک است.

در این روش واحدهای تصمیم‌گیرنده از انواع منابع استفاده می‌کنند تا خروجی‌ها را تولید کنند. در پایان، واحدهای تصمیم‌گیرنده به دو گروه کارا و ناکارا تقسیم می‌شود. در مدل‌های DEA معمولی فرض بر این است که ورودی‌ها و خروجی‌ها مشخص و معین باشد. در سال‌های اخیر، در کاربردهای مختلف DEA ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌صورت غیرقطعی مطرح شده؛ یعنی داده‌ها غیر قطعی و به صورت احتمالی داده‌های بازه‌ای، کیفی و یا فازی است که در مقالات متعددی به این مدل‌ها و نیز مدل‌هایی جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده با داده‌های بازه‌ای پرداخته شده است. همچنین، مدل‌هایی طرح شده است که درآن وزن داده‌ها به‌صورت بازه‌ای است. اکنون، پرسش اصلی این تحقیق این است که چنانچه هم داده‌های ورودی و خروجی و هم وزن متعلق به داده‌ها به صورت بازه‌ای باشد، برای محاسبه‌ی کارایی یک واحد تصمیم‌گیری چه باید کرد؟

1. Multiple criteria decision making
2. Multiple objective decision making
3. Multiple attribute decision making
4. Data envelopment analysis
5.Charnz & coper
6. Decision making unit

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

دراین مقاله کوشش شده تا با الهام از مدل‌های توسعه‌یافته در مطالعات پیشین مدلی طرح شود که افزون بر داده‌های ورودی و خروجی، وزنی نیز که به داده‌ها اختصاص داده شده به صورت بازه‌ای باشد تا به کمک آن بتوان واحدهای تصمیم‌گیرنده را رتبه‌بندی کرد. بنابراین، جنبه‌ی نوآوری مقاله کمک می‌کند تا مسائلی را افزون بر بازه‌ای بودن داده‌های ورودی و خروجی با وزن بازه‌ای داده‌ها نیز حل کرد.

بخش تجربی نیز برای آزمون عملی بودن توسعه‌ی نظری است. ساختار این مقاله به این صورت است که ابتدا مروری بر پیشینه‌ی موضوع و مطالعات پیشین می‌شود. سپس، مبانی نظری مدل طرح شده و روش پیاده‌سازی آن مطرح می‌شود. پس از آن، یک نمونه‌ی کاربردی که مربوط به مقایسه و رتبه‌بندی کارخانجات تولید خودرو در ایران است، آورده می‌شود ودر پایان، نتایج مقاله آورده خواهد شد.

۲- پیشینه‌ی تحقیق

راماناتان [1] (۲۰۰۴)، مدل DEA را برای ایجاد وزن‌های محلی گزینه‌ها از مقایسه‌های زوجی در فرایند تحلیل سلسله مراتبی [2] به کار گرفت. او در مقاله‌ی خود نشان داد که روش DEA به‌درستی می‌تواند وزن ماتریس مقایسه‌های زوجی در روش AHP را برآورد کند. همچنین، نشان داد که روش DEA بیشتر از هر روش دیگری برای جمع وزن‌های محلی گزینه‌ها در معیارهای مختلف برای به‌دست‌آوردن وزن نهایی کارامد است.

مینگ لیو [3] و همکارانش (۲۰۰۵)، با استفاده از روش AHP مدل DEA را تغییر دادند. از آنجایی که ممکن است اهمیت هر کدام از داده‌های ورودی و یا خروجی به صورت فازی مطرح شود؛ بنابراین، آن‌ها با استفاده از روش AHP و تئوری سری فازی، مدل DEA را تغییر دادند.آن‌ها در مدل خود در گام اول با عقیده‌ی اصلی روش AHP محدوده‌ای را برای وزن معیارها در نظر گرفتند. در گام دوم داده‌ها را به یک مقیاس مشترک تبدیل کردند، به این صورت که به‌وسیله‌ی نرمال کردن آن‌ها و تقسیم هر کدام از داده‌ها به بیشترین مقدار کل داده‌ها نرمال می‌شود. در گام سوم با ترکیب کردن مدل DEA و روش AHP مدل ارزیابی را مطرح کردند و از آن مدل برای انتخاب توزیع‌کنندگان قطعات LCD استفاده کردند. همان‌طور که گفته شد، این مدل برای مواقعی که وزن معیارها به صورت فازی است، از آنجایی که آن‌ها را به صورت بازه‌ای مطرح می‌کند، بسیار مفید است.

1. Ramakrishnan Ramanathan
2 .Analytical hierarchy process
3. And Hen-Shen Hsu and Shen-Tsu Wang and Hai-Kun Lee Chih-Ming Liu

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

دسپتیس[1] (۲۰۰۲)، مدل DEA بازه‌ای را مطرح ساخت. از آنجایی که در سال‌های اخیر و در کاربردهای گوناگون DEA ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت قطعی و معین نبود و در این میان داده‌های بازه‌ای و ترتیبی، کیفی و فازی مطرح بود، مدل DEA بر پایه‌ی داده‌های بازه‌ای گسترش یافت. با گسترش این مدل با توجه به وضعیت هر واحد تصمیم‌گیرنده، همه‌ی واحدهای تصمیم‌گیرنده با توجه به مقدار حدود کارایی‌شان به سه گروه تقسیم‌بندی می‌شود. مدل DEA بازه‌ای برای بسیاری از کاربردهای امروزی با توجه به نوع داده‌های فازی مفید است.

اسیرلیس[2] و همکارانش (۲۰۰۶)، مدل DEA با داده‌های مفقودشده را به عنوان یک مدل DEA بازه‌ای مطرح کردند. مدلی که آن‌ها معرفی کردند، بر پایه DEA بازه‌ای بود؛ یعنی مقادیر ورودی و خروجی (X,Y) دارای حدود بالا و پایین است. با داده‌های مفقود در ورودی، خروجی‌ها نمی‌توانند با مدل DEA اصلی اداره شود. آن‌ها رویکردی را برپایه‌ی DEA بازه ای معرفی کردند که برآورد و ارزیابی واحدها با داده‌های مفقود همراه با واحدهای دیگر با داده‌های واضح را ممکن می‌سازد. مقادیر ثابت حدود داده‌ها، با توجه به کاربردشان، با استفاده از روش‌های تجربی و آماری برآورد می‌شود. فایده‌ی این مدل این است که خواهد توانست حدود بالا و پایین مقدار کارایی را مشخص کند،آن‌ها مدل خود را برای کارا شدن واحدهای ناکارا گسترش دادند.

محمدی و حسینی زاده (۲۰۰۴)، با استفاده از رویکرد تلفیقی AHP و DEA مدلی برای رتبه‌بندی طرح کردند. در این روش ابتدا یک مدل تحلیلی پوششی داده‌ها برای هر واحد حل می‌شود. سپس، با استفاده از نتایج به‌دست آمده از حل مدل، ماتریس مقایسه‌های زوجی تشکیل و با حل مدل AHP رتبه‌بندی کامل انجام می‌شود. ماتریس مقایسه‌های زوجی بر مبنای حل مدل DEA است که این روش کمی است. اما، رتبه‌بندی نهایی با استفاده از یک رویکرد کیفی انجام می‌شود و این که بیش از یک واحد نمی‌تواند نمره‌ی کارایی یک را به‌دست آورد، مزیت آن است.

حسین‌زاده لطفی و همکارانش (۲۰۰۷)، مدل DEA بازه‌ای را گسترش دادند. اگر ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت بازه‌ای باشند، واحدهای تصمیم‌گیرنده نمی‌توانند به راحتی با استفاده از کارایی‌شان رتبه‌بندی شوند. آن‌ها در مقاله‌ی خود مدل DEA را برای ارزیابی مرتبه‌ی کارایی واحدهایی با داده‌های بازه‌ای گسترش دادند.آن‌ها در مقاله‌ی خود چهار مدل را معرفی کردند و از هر کدام از مدل‌ها برای گروه‌بندی واحدها در کلاس‌های تعریف شده‌ی کارایی استفاده کردند و در

1. Dimitris K.Despotis
2. Yannis G.Smirliis and Elias K.Maragos and Dimitris K.Despotis

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

نهایت، میانگین چهار مدل کارایی واحد مربوط را نشان‌دادند. این مدل‌ها برای رتبه‌بندی شعب بانک‌های ایران در گروه‌های مشخص کارایی بسیار مفید واقع شد.

جهانشاهلو و همکارانش (۲۰۰۷)، داده‌های مبهم و غیر صریح و فاکتورهای ناشی از بی‌احتیاطی در DEA را بررسی کردند. در وضعیت واقعی برخی از فاکتورها که نشان‌دهنده‌ی نبود احتیاط است، وجود دارد که در کنترل مدیریت واحد تصمیم‌گیرنده قرار دارد و باید به آن توجه کرد. آن‌ها در مقاله‌ی خود عملکرد واحدهایی را ارزیابی کردند که دارای ورودی‌های ناشی از بی‌احتیاطی و داده‌های بازه‌ای غیر صریح بودند.

۳-گسترش مدل نظری DEA و AHP با داده‌های بازه‌ای

در این مقاله با توجه به بازخوانی مطالعات انجام شده، مدلی طرح شده است که درآن بر خلاف مدل مینگ لیو (تنها وزن معیارهای ورودی و خروجی به صورت بازه‌ای بود) و حسین‌زاده لطفی (تنها داده‌های ورودی خروجی به صورت بازه‌ای بود) هم داده‌های ورودی و خروجی مدل DEA به صورت بازه‌ای است و هم وزنی که به معیارها اختصاص می‌یابد. مدل گسترش یافته انعطاف‌پذیری بیشتری نسبت به مدل‌های طرح شده‌ی پیشین دارد؛ زیرا، در صورت وجود داده‌های فازی و نیز اهمیت کیفی، به عنوان وزن داده‌ها، بسیار کاربردی‌تر خواهد بود. لازم به توضیح است که گسترش مدل یادشده با تلفیقی از مدل DEA بازه‌ای و AHP انجام شده است.

۳-۱- استاندارد یک مدل تلفیقی DEA وAHP

مدل مینگ لیو همان‌گونه‌که در فرمول ۱ بیان شده، مدل اولیه‌ی CCR در DEA است که به‌وسیله‌ی روش AHP گسترش داده شده است. در این مدل با وجود مدل CCR برای وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها محدودیت وجود دارد که به محدودیت‌های اصل مدل افزوده می‌شود. محدودیت افزوده شده به اصل مدل که حدود بالا و پایین وزن‌ها را مشخص می‌کند، با روش AHP به دست آمده است. این موضوع در قسمت گسترش مدل به طور کامل بررسی می‌شود. ورودی‌ها و خروجی‌های مدل نیز نرمال است به این ترتیب که هر داده به بیشترین مقدار خود تقسیم می‌شود. در ادامه، روش نرمال کردن آن‌ها نشان داده می‌شود.

$$\max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y'_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x'_{ik}} \quad (۱)$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

$$s.t: \sum_{r=1}^{s} u_r y'_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x'_{ij} \le 0 \; j = 1, \dots, n \; j \ne k$$
$$u_r^- \le u_r \le u_r^+$$
$$v_i^- \le v_i \le v_i^+$$
$$v_i \ge 0 \; u_r \ge 0; i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s$$

- x'_{ij} و y'_{rj} به ترتیب نشان‌دهنده‌ی r امین خروجی و i امین ورودی برای j امین واحد تصمیم‌گیری
- $u_r v_i$, به ترتیب وزن اختصاص داده شده به i امین ورودی و r امین خروجی

۳-۲-استاندارد مدل DEA بازه‌ای AP[1]

مدلی که در فرمول ۲ نشان داده شده است، گسترش مدل AP است که در آن داده‌های ورودی و خروجی به صورت بازه‌ای مطرح شده است:

(۲)

$$e_p = \max \sum_{r=1}^{s} u_r \left[y_{rp}^l, y_{rp}^u\right]$$
$$s.t: \sum_{r=1}^{s} u_r \left[y_{rj}^l, y_{rj}^u\right] - \sum_{i=1}^{m} v_i \left[x_{ij}^l, x_{ij}^u\right] \le 0, j = 1, \dots, n$$
$$\sum_{i=1}^{m} v_i \left[x_{ip}^l, x_{ip}^u\right] = 1$$
$$v_i, u_r \ge \varepsilon \; i = 1, \dots, m \; r = 1, \dots, s$$

- x_{ij}^u و x_{ij}^l به ترتیب نشان دهنده‌ی حد پایین و بالای i امین ورودی برای j امین واحد تصمیم‌گیری
- y_{rj}^u و y_{rj}^l به ترتیب نشان دهنده حد پایین و بالای r امین خروجی برای j امین واحد تصمیم‌گیری
- $u_r v_i$, به ترتیب وزن اختصاص داده شده به i امین ورودی و r امین خروجی

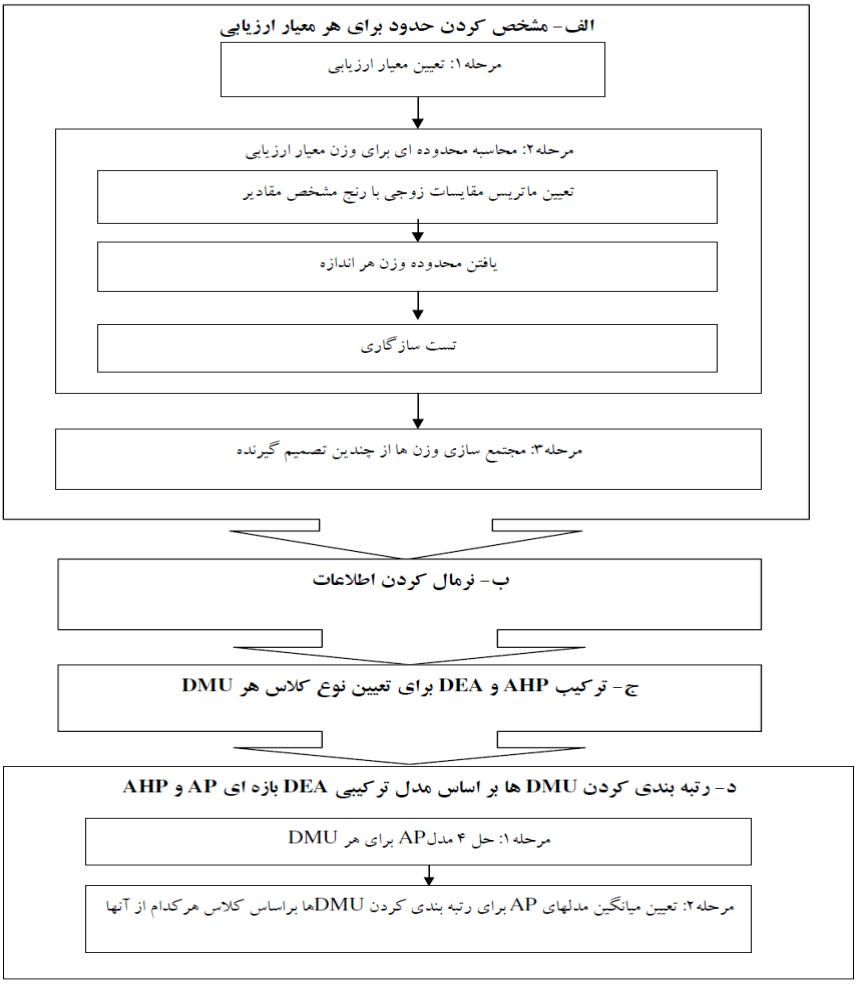
از مدل آورده شده با توجه به گزینش حد بالا و پایین ورودی‌ها و خروجی‌ها چهار مدل به‌دست می‌آید که با معدل‌گیری از چهار خروجی به‌دست‌آمده، کارایی واحد مورد نظر به‌دست می‌آید. در ادامه، این موارد مفصل نشان داده می‌شود.

۳-۳-گسترش مدل به مدل تلفیقی DEA بازه‌ای و AHP

دراین قسمت کوشش می‌شود تا با توجه به مدل یاد شده در دو بخش پیشین مدلی معرفی شود که در آن هم داده‌ها و هم وزن آن‌ها به صورت بازه‌ای باشد. پیاده‌سازی مدل‌کارایی بر اساس مدل ترکیبی DEA بازه‌ای و AHP بر اساس الگوی رسم شده در شکل ۱ (در چهار فرآیند) انجام می‌شود.

1. Anderson and Peterson

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]



شکل ۱- مراحل برآورد کارایی بر اساس مدل ترکیبی DEA بازه‌ای و AHP

در ادامه چهار فرآیند (الف تا د در شکل) به تفصیل مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳ـ۳ـ۱ـ مشخص کردن حدود برای هر معیار ارزیابی

در این قسمت با استفاده از روش AHP و اعمال برخی تغییرات، از این روش برای پایه‌گذاری حدود وزن‌ها برای معیارهای ورودی و خروجی استفاده می‌شود که مراحل آن به صورت زیر است:

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

ـ مرحله‌ی ۱: تعیین معیار ارزیابی: انتخاب داده‌های مناسب ورودی و خروجی و تعیین حدودی برای وزن داده‌ها

ـ مرحله‌ی ۲: محاسبه‌ی دامنه‌ای برای وزن معیار ارزیابی که خود شامل ۳ مرحله است:

۱) تعیین ماتریس مقایسه‌های زوجی با دامنه‌ی مشخص مقادیر. با توجه به جدول مقادیر اهمیت نسبی AHP و جدول مقیاس مقادیر فازی در پیوست، با جمع و تفریق مقادیر فازی از مقادیر اهمیت نسبی هریک می‌تواند به صورت $c_{ij} \pm F_{ij} = (c_{ij}^-, c_{ij}^+)$ درآید. پس از به‌دست‌آوردن همه‌ی c_{ij} , F_{ij} ها ماتریس مقایسه‌های زوجی در محدوده‌ی مقادیر مشخص همان طور که در جدول ۱ نشان داده شده است، به‌دست می‌آید. ارتباط بین c_{ij} و مقادیر مرزی آن در فرمول زیر مشخص شده است.

$$c_{ij}^- \le c_{ij} \le c_{ij}^+ \quad (۳)$$

$$(c_{ij}^-, c_{ij}^+)$$

جدول ۱- حدود ماتریس مقایسه‌های زوجی وزن‌ها

	w_1	w_2	w_i	w_n
w_1	(1,1)	(c_{12}^-, c_{12}^+)	(c_{1i}^-, c_{1i}^+)	(c_{1n}^-, c_{1n}^+)
w_2	(c_{21}^-, c_{21}^+)	(1,1)	(c_{2i}^-, c_{2i}^+)	(c_{2n}^-, c_{2n}^+)
w_i	(c_{in}^-, c_{in}^+)	(c_{in}^-, c_{in}^+)	(1,1)	(c_{in}^-, c_{in}^+)
w_n	(c_{n1}^-, c_{n1}^+)	(c_{n2}^-, c_{n2}^+)	(c_{n3}^-, c_{n3}^+)	(1,1)

ماخذ: چی مینگ ، (۲۰۰۵)

۲) یافتن دامنه‌ی وزن هر اندازه و محاسبه‌ی دامنه‌ی هر بردار ستونی

$$R_i^- = (\prod_{i=1}^n c_{ij}^-)^{\frac{1}{n}} \; i = 1, \dots, n \quad (۴)$$

$$R_i^+ = (\prod_{i=1}^n c_{ij}^+)^{\frac{1}{n}} \; i = 1, \dots, n$$

پس از محاسبه‌ی همه‌ی R_iها، دامنه‌ی وزن هر بردار W با نرمال‌سازی، همان‌طور که در فرمول زیر مطرح شده، به‌دست می‌آید.

$$w_i^- = \frac{R_i^-}{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n (R_i^- + R_i^+)} \quad (۵)$$

$$w_i^+ = \frac{R_i^+}{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n (R_i^- + R_i^+)}$$

۳) آزمون سازگاری

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

به طور کلی AHP و کاربرد آن بر سه اصل زیر استوار است:

الف) برپایی یک ساختار و قالب رده‌ای برای مسأله:

درک پدیده‌ها و مسائل بزرگ و پیچیده برای ذهن انسان می‌تواند مشکل‌آفرین باشد. ازاین‌رو، تجزیه‌ی یک مسأله‌ی بزرگ به عناصر جزئی آن (با استفاده از یک ساختار رده‌ای) می‌تواند به درک انسان کمک کند. ارتباط هر عنصر با دیگر عناصر باید در ساختار رده‌ای و در سطوح مختلف مشخص شود و ارتباط هدف اصلی موجود از مسأله با پایین‌ترین رده‌ی موجود از سلسله مراتب تشکیل شده به‌دقت روشن شده باشد.

ب) برقراری ترجیحات با مقایسه‌های زوجی:

در بیشتر مسائل MCDM در نظر گرفتن اهمیت نسبی شاخص‌های اهداف ضروری است به‌گونه‌ای که مجموع آن‌ها برابر با واحد (نرمالیزه) شده و این اهمیت نسبی، درجه‌ی برتری هر شاخص (هدف) را نسبت به بقیه برای تصمیم‌گیری مورد نظر نشان می‌دهد. در زیر چهار روش ارزیابی اوزان برای شاخص‌های موجود در یک تصمیم‌گیری بررسی می‌شود که شامل: روش آنتروپی، Linmap[1]، کم‌ترین مجذورات وزین شده و روش بردار ویژه است.

بردار ویژه یک روش از محاسبه‌ی اوزان (Wi) در صورت نبود ثبات کامل ماتریس مقایسه‌های زوجی است. ساعتی از تجزیه‌ی ماتریس مربع و عکس‌پذیر مقایسه‌های زوجی به بردار ویژه‌ی به ازای عنصر ماکزیمم ویژه‌ی آن (λ) استفاده می‌کند. می‌دانیم که به‌طور کلی در رابطه‌ی $D.W = \lambda.I.w$ به ازای آن‌که W مخالف صفر باشد، باید دترمینان ماتریس ضرایب در دستگاه همگن $(D - \lambda I).w = 0$ نیز برابر صفر باشد. حل این دترمینان به ارزش‌های متعددی برای λ منجر می‌شود که به ازای استفاده از هر کدام از آن‌ها نیز یک بردار ویژه به‌دست می‌آید. انحراف کمی در عناصر ماتریس D موجب تغییر ناچیزی در مقادیر ویژه و به‌خصوص برای $\lambda_{\max}$ می‌شود. از این رو، ساعتی[2] برای محاسبه‌ی بردار W (در وضعیت بی‌ثباتی کامل از ماتریس D از مقدار ویژه‌ی $\lambda_{\max}$ استفاده می‌کند.

ج) برقراری سازگاری منطقی از اندازه‌گیری‌ها:

همچنین، بردار ویژه یک اندازه‌گیری طبیعی از درجه‌ی ناسازگاری اطلاعات موجود در ماتریس مربعی D با ابعاد $n \times n$ را به صورت زیر مشخص می‌کند:

$$C.I = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$
$$C.R = \frac{C.I}{R.I} \qquad (۶)$$

1. Linear – programming for multidimensional analysis of preference
2. saaty

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

همچنین، ساعتی شاخص C.I را با شاخص تصادفی R.I مقایسه می‌کند. R.I به ازای ارزش‌های مختلف از n به‌وسیله‌ی تولید ماتریس‌های تصادفی D و محاسبه‌ی میانگین C.I از آن ماتریس‌ها به‌وجود آمده‌است. چنانچه C.R<0.1 باشد، ثبات ماتریس مفروض به توصیف ساعتی انجام پذیرفته است و چنانچه این نسبت بزرگ‌تر از ۰.۱ باشد، باید از تصمیم‌گیرنده خواست که در قضاوت‌های مقایسه‌ای خود برای سازگاری بیشتر تجدید نظر کند.

مرحله‌ی۳: گردآوری وزن‌ها از چندین تصمیم‌گیرنده

اگر چند نفر تصمیم‌گیرنده باشند، ممکن است هر نفر یک دامنه‌ی متفاوت برای اندازه‌ی هر وزن داشته باشد. بنابراین، لازم است تا با یکی‌کردن حدود وزن داده شده از سوی همه‌ی تصمیم‌گیرندگان به یک دامنه‌ی واحد برای اندازه‌ی هر وزن برسیم.

روشی که در اینجا مطرح شده، میانگین همه‌ی وزن‌ها است:

$$X_i^- = \frac{\sum_{k=1}^{N} w_{ik}^-}{N} \quad i = 1, \dots, n$$
$$X_i^+ = \frac{\sum_{k=1}^{N} w_{ik}^+}{N} \quad i = 1, \dots, n \qquad (۷)$$

- X_i^-: آخرین ارزیابی حدود پایینی iامین شاخص است
- w_{ik}^-: حدود پایینی تولید شده به وسیله kامین تصمیم گیرنده
- N: تعداد تصمیم‌گیرندگان

۳-۳-۲- نرمال کردن اطلاعات

پس از به‌دست‌آوردن حدود برای وزن هر اندازه گام بعدی یکسان‌کردن مقادیر طبقه‌بندی شده‌ی همه‌ی اندازه‌ها به یک مقیاس عددی مشترک است. این روش بالاترین مقدار اندازه‌ی یک DMU را به ۱ اختصاص می‌دهد و مقادیر دیگر DMU ها دوباره طبق فرمول‌های زیر مقیاس‌بندی می‌شود:

$$y'_{rk} = \frac{y_{rk}}{\max\{y_{r1}, y_{r2}, \dots, y_{rN}\}} \quad r = 1, \dots, s, k = 1, \dots, N$$
$$X'_{ik} = \frac{x_{ik}}{\max\{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}\}} \quad i = 1, \dots, m, k = 1, \dots \qquad (۸)$$

از این پس، به جای استفاده از داده‌های ورودی و خروجی از مقدار نرمال شده‌ی آن‌ها در فرمول‌ها استفاده می‌کنیم.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

۳-۳-۳- ترکیب AHP و DEA برای تعیین نوع کلاس هر DMU

دراین قسمت (با توجه به مدل DEA بازه‌ای که در فرمول زیر تصریح شده) کوشش می‌شود تا کلاس هر DMU را پیدا کنیم، با این تفاوت که هم داده‌ها به صورت نرمال است و هم وزن معیارها به صورت بازه‌ای درآمده است. بنابراین، پس از نرمال‌سازی داده‌ها و قرار دادن آن‌ها در فرمول، محدودیت‌های $U_r^- \le U_r \le U_r^+$ و $v_i^- \le v_i \le v_i^+$ به فرمول افزوده می‌شود؛ بنابراین مدل مورد نظر به صورت زیر درخواهدآمد:

$$e_p = \max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r [y_{rp}^L, y_{rp}^U]}{\sum_{i=1}^{m} v_i [x_{ip}^L, x_{ip}^U]} \quad (۹)$$

$$s.t: \sum_{r=1}^{s} u_r [y_{rj}^L, y_{rj}^U] - \sum_{i=1}^{m} v_i [x_{ij}^L, x_{ij}^U] \le 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$U_r^- \le U_r \le U_r^+ \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_i^- \le v_i \le v_i^+ \quad i = 1, \dots, m$$

- e_p کارایی نسبی p امین DMU
- u_r وزن اختصاص داده شده به r امین خروجی
- v_i وزن اختصاص داده شده به i امین ورودی
- x_{ip}^L, x_{ip}^U به ترتیب حدود با لا و پایین i امین ورودی p امین DMU
- y_{rp}^L, y_{rp}^U به ترتیب حدود با لا و پایین i امین p امین DMU
- U_r^-, U_r^+ به ترتیب حد بالا و پایین وزن اختصاص داده شده به r امین خروجی
- V_i^-, V_i^+ به ترتیب حد بالا و پایین وزن اختصاص داده شده به i امین ورودی

در مدل بالا دیده می‌شود که وقتی پارامترهای مدل به صورت بازه‌ای است، کارایی نسبی DMU نیز به صورت بازه‌ای مطرح می‌شود. حدود بالا و پایین کارایی نسبی DMU از حل دو مدل زیر به‌دست می‌آید. لازم به یادآوری است که دو مدل زیر تلفیقی از DEA بازه‌ای و AHP است زیرا، وزن متغیرهای ورودی و خروجی بین حدود مشخصی قرار دارد.

$$e_p^u = max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^u \quad (۱۰)$$

$$s.t: \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^l - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^u \le 0 \quad j = 1, \dots, n \; j \ne p$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^u - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^l \le 0$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^l = 1$$

$$U_r^- \le U_r \le U_r^+ \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_i^- \le v_i \le v_i^+ \quad i = 1, \dots,$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

$$e_p^l = max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^l \quad (۱۱)$$
$$s.t: \sum_{r=1}^{s} u_r\, y_{rj}^u - \sum_{i=1}^{m} v_i\, x_{ij}^l \le 0 \; j = 1, \dots, n \; j \ne p$$
$$\sum_{r=1}^{s} u_r\, y_{rp}^l - \sum_{i=1}^{m} v_i\, x_{ip}^u \le 0$$
$$\sum_{i=1}^{m} v_i\, x_{ip}^u = 1$$
$$\mathrm{U_r^-} \le \mathrm{U_r} \le \mathrm{U_r^+} \; r = 1, \dots, s$$
$$v_\mathrm{i}^- \le \mathrm{v_i} \le \mathrm{v_i^+} \; i = 1, \dots, m$$

در مدل e_p^u , DMU در بهترین وضعیت ارزیابی می‌شود و بقیه‌ی DMU ها در بدترین وضعیت هستند. بنابراین، رابطه‌ی $e_p < e_p^u$ همیشه برقرار است. این در حالی است که در مدلی که e_p^l را برآورد می‌کند، DMU در بدترین وضعیت و بقیه‌ی DMUها در بهترین وضعیت قرار دارند. بنابراین، کارایی محاسبه شده در بدترین وضعیت برآورد شده است. پس رابطه‌ی $e_p > e_p^l$ برقرار است. بنابر مطالب گفته شده، می‌توان گفت کارایی واقعی DMU بین حدود بالا و پایین قرار دارد، $e_p \in [e_p^l, e_p^U]$.

با توجه به این که کارایی DMU به صورت بازه‌ای مطرح شده، می‌توان نشان داد همه‌ی DMUها به یکی از سه کلاس زیر تعلق دارند.

کلاس ۱: شامل DMU هایی می‌شود که در بهترین و بدترین وضعیت کارا هستند. به عبارتی:

E++ ={$DMU_j: e_j^l = 1, e_j^u = 1$}

کلاس ۲: شامل DMU هایی می‌شود که در بهترین وضعیت خودشان کارا هستند؛ ولی، در بدترین وضعیت کارا نیستند. به عبارتی: E+ ={$DMU_j: e_j^l < 1, e_j^u = 1$}

کلاس ۳: شامل DMUهایی می‌شود که در بهترین وضعیت نیز کارا نیستند. واضح است که این DMU ها در بدترین وضعیت نیز کارا نیستند. به عبارتی: E- ={$DMU_j: e_j^l < 1, e_j^u < 1$}

همه‌ی DMU هایی که متعلق به کلاس ۱ هستند، کارا می‌باشند؛ زیرا همه‌ی آن‌ها در بهترین و بدترین وضعیت خود کارا هستند. همچنین، همه‌ی DMU هایی که متعلق به کلاس ۳ هستند، نا کارا می‌باشند؛ چراکه هم در بهترین و هم در بدترین وضعیت خود ناکارا هستند. اما، درباره‌ی کلاس ۲ نمی‌توانیم اظهار نظر کنیم که DMU مورد نظر کارا یا ناکار است؛ زیرا، در برخی مواقع کارا و در برخی مواقع دیگر ناکارا می‌شود.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

۳ـ۳ـ٤ـ رتبه‌بندی کردن DMUها براساس مدل ترکیبی DEA بازه‌ای AP[1] وAHP

اکنون، روشی برای رتبه‌بندی DMUها در هر کدام از کلاس‌های E++ و E- و E+ را مطرح می‌کنیم. پس از مشخص‌کردن کلاس هر DMU ، چهار مدلAP تغییر یافته را برای هرDMU حل کرده و معیاری را که از میانگین خروجی چهار مدل AP تغییر یافته به دست می‌آید، برای رتبه‌بندی DMUها استفاده می‌کنیم. لازم به توضیح است که مدل AP نیز مشابه مدل‌های شماره‌ی ۱۰ و ۱۱ است که در بخش تعیین کلاس مطرح شده با این تفاوت که محدودیت دوم آن حذف می‌شود. در این قسمت مدل AP را به حالت کسری تغییر داده و محدودیت‌هایی که از بحث پیشین به‌دست‌آمده به آن می‌افزاییم، در این صورت واضح است که این محدودیت‌ها نشان دهنده‌ی بازه‌ای بودن وزن ورودی‌ها و خروجی‌های مدل است و در خود مدل نیز داده‌های مورد استفاده به‌صورت بازه‌ای است. در مدل (۱۲) واحد ارزیابی شده در بهترین وضعیت و بقیه واحدها در بدترین وضعیت هستند؛ بنابراین، خروجی این مدل حد بالای کارایی واحد ارزیابی شده است.

$$\theta_p^1 = \max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^U}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^L} \qquad (۱۲)$$

$$s.t: \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^U \le 0 \quad j = 1, \dots, n, j \ne p$$

$$u_r^- \le u_r \le u_r^+$$

$$v_i^- \le v_i \le v_i^+$$

در مدل (۱۳) واحد ارزیابی شده در بهترین وضعیت و بقیه‌ی واحدها نیز در بهترین وضعیت قرار دارند.

$$\theta_p^2 = \max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^U}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^L} \qquad (۱۳)$$

$$s.t: \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L \le 0 \quad j = 1, \dots, n, j \ne p$$

$$u_r^- \le u_r \le u_r^+$$

$$v_i^- \le v_i \le v_i^+$$

در مدل (۱۴) واحد ارزیابی شده در بدترین وضعیت و بقیه‌ی واحدها نیز در بدترین وضعیت قرار دارند.

$$\theta_p^3 = \max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^L}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^U} \qquad (۱۴)$$

$$s.t: \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^U \le 0 \quad j = 1, \dots, n, j \ne p$$

$$u_r^- \le u_r \le u_r^+$$

1. Anderson -peterson

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

$v_i^- \le v_i \le v_i^+$

در مدل (۱۵) ملاحظه می‌شود که واحد ارزیابی شده در بدترین وضعیت و بقیه‌ی واحدها در بهترین وضعیت قرار دارند که نشان‌دهنده‌ی حد پایین کارایی ارزیابی شده است.

$$\theta_p^4 = \max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^L}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^U} \tag{۱۵}$$

$$s.t: \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^{m} v_i\, x_{ij}^L \le 0 \quad j = 1, \dots, n, j \ne p$$

$$u_r^- \le u_r \le u_r^+$$

$$v_i^- \le v_i \le v_i^+$$

پس از حل چهار مدل بالا معیار مورد نظر برای رتبه‌بندی به صورت رابطه‌ی زیر بیان‌می‌شود:

$$\theta_p = \frac{1}{\sum_{i=1}^{4} \alpha_i}(\alpha_1\theta_p^1 + \alpha_2\theta_p^2 + \alpha_3\theta_p^3 + \alpha_4\theta_p^4) \tag{۱۶}$$

در یک کلاس مشخص به هر DMU که بالاترین مقدار θ_p را داشته باشد؛ بهترین رتبه تعلق می‌گیرد. لازم به یادآوری است که برای هر کلاس رتبه‌بندی به صورت مجزا انجام می‌شود. واضح است که DMU هایی که در کلاس E++ قرار دارند، رتبه‌های بهتری نسبت به بقیه دارند. به همین ترتیب، DMU های که در کلاس E+ قرار دارند، رتبه های بهتری نسبت به E- دارند. البته، در بعضی مواقع با نظر کارشناسان و یا تصمیم‌گیرندگان بدون توجه به گروه‌بندی و تنها با توجه به مقدار θ_p از بیشترین به کم‌ترین مقدار، رتبه بندی انجام می شود.

٤-کاربرد مدل ترکیبی DEA بازه‌ای وAHP در رتبه‌بندی گروهی از محصولات شرکت‌های خودروسازی

اگر بخواهیم گروهی از محصولات را با توجه به معیارهای ورودی و خروجی‌شان که به صورت بازه‌ای و نه عدد دقیق و مشخص بیان شده‌اند، رتبه‌بندی کنیم، چنانچه اهمیت معیارها نیز نسبت به یکدیگر در نظر گرفته شود، به این ترتیب وزن معیارها نیز دارای حدود بالا و پایین است. بنابراین، مدل گسترش یافته و ترکیبی DEA بازه‌ای و AHP در این راستا می‌تواند بسیار مفید باشد.

در این بخش خودروهای ساخت ایران خودرو، سایپا و برخی خودروهای وارداتی پارس خودرو را با هم مقایسه و آنها را با کمک مدل گسترش یافته‌ی جدید رتبه‌بندی می‌کنیم. با توجه به سطح درامد مردم مهم‌ترین معیار برای انتخاب خودرو، قیمت یک خودرو است که در این مدل کوشش شده قیمت خودرو را به سه دسته‌ی پایین، متوسط و بالا طبقه‌بندی کنیم. خودروهایی که قیمت آن‌ها بین ۷ ـ ۱۲/۹ میلیون تومان است، در دسته‌ی پایین، خودروهای با قیمت بین ۱۳ ــ ۲۲ میلیون در دسته‌ی متوسط و

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

خودروهای با قیمت بین ۲۳ـ۴۰ میلیون در دسته‌ی بالا قرار می‌گیرد. در قسمت‌های بعدی و پس از شرح مدل به گردآوری اطلاعات می‌پردازیم.

٤ـ۱ـ مشخص کردن حدود برای هر معیار ارزیابی

در این قسمت فرآیند اول مشخص شده در شکل شماره ۱ برای مطالعه‌ی موردی کارخانجات خودروسازی اجرا خواهد شد.

٤ـ۱ـ۱ـ تعیین معیار ارزیابی

با توجه به مطالعات انجام شده در قسمت مرور ادبیات کوشش شده است ابتدا معیارهای مناسب ورودی و خروجی برای انتخاب یک خودرو مشخص شود. با استناد به مطالعات حسین زاده لطفی و همکارانش (۲۰۰۷) و مینگ لیو و همکارانش (۲۰۰۵)، برای انتخاب یک خودرو معیارهایی که هرچه کم‌تر باشد، بهتر است را به عنوان معیارهای ورودی و هرچه بیشتر باشد، بهتر است به عنوان معیارهای خروجی در نظر گرفت.

ـ معیارهای ورودی(هرچه کم‌تر بهتر): قیمت خودرو، مصرف سوخت داخل شهر و شتاب ۰ تا ۱۰۰کیلومتر

ـ معیارهای خروجی(هرچه بیشتر بهتر): قدرت موتور، ظرفیت باک بنزین، سرعت خودرو، ایمنی و امکانات

پس از دسته‌بندی خودروها از نظر معیار قیمت، می‌توان پنج گروه را برای رتبه‌بندی در نظر گرفت.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5] [Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

جدول ۲- اطلاعات کلی انواع خودروها بر اساس معیارهای مشخص شده (سال گرداوری۱۳۸۷)

گروه و نوع خودرو	گروه‌بندی گزینه‌ها	گروه ۱			گروه۲						گروه۳		گروه٤				گروه٥		
	طبقه‌بندیهای انواع خودروها بر اساس قیمت	ایران خودرو (قیمت پایین)			ایران خودرو (قیمت متوسط)						ایران خودرو (قیمت بالا)		سایپا (قیمت پایین)				پارس خودرو (قیمت بالا)		
	نوع خودرو	روآ	تندر ۹۰	رانا	سمند معمولی	پژو ۲۰٦ تیپ۲	پژو ٤۰۵	پژو پارس	سمند سورن	سوزوکی ویتارا	سریر	صبا	ریو	پراید ۱٤۱	نسیم	ماکسیما	ر ونیز	پیکاپ
معیارهای ورودی	قیمت (بر حسب میلیون تومان)	۸.۱	۹.۳	۱۲	۱۳	۱٤	۱۳.۲	۱۸	۱٦.٤	۳۵.۵	۲۳	۸	۱۲.۸۵	۷.۹	۷.۲	۳٦	٤۰.۵	۲٤
	مصرف سوخت داخل شهر	۱۱.۵	۹.۷	٦.۷	۹.۲	۹.٤	۷.۸	۷.۸	۸.۵	۱۱.٦	۱۱.٤۳	٦.۲	٦.۹	٦.۲	٦.۲	۱۰.۷٦	۱۱.۳۵	۱۱.۸٤
	شتاب ۰تا۱۰۰کیلومتر (بر حسب ثانیه)	۱٤	۱۰.۲	۱۱	۱۲	۱.٤	۱۱.۸	۱۱.۸	۱۱.۹	۱۲.۵	۱۳	۱٤.۵	۱۱.٦	۱٤.۵	۱٤.۵	۸.٤	۱۵.۲	۱۱.۸٤
معیارهای خروجی	قدرت موتور	۸٤	۱۰۵	۱۱۰	۱۰۰	۷۵	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱٤۰	۱۱۰	٦۳	۹۷.۵	٦۲.۵	٦۳	۲۲۷	۱٦۰	۱٦۰
	ظرفیت باک بنزین (بر حسب لیتر)	۵۲	۵۰	۵۰	۷۰	۵۰	۷۰	۷۰	٦٦	٦٦	۷۰	۳۷	٤۵	۳۷	۳۷	۷۰	٦۰	٦۰
	حداکثر سرعت	۱۷۵	۱۸۳	۱۹۳	۱۸۵	۱۷۰	۱۸۲	۱۹۲	۱۸۵	۱۷۵	۱۹۲	۱٦۰	۱۷۵	۱٦۰	۱٦۰	۲۵۵	۱٦۱	۱۵۵
	ایمنی	کم	کم	زیاد	متوسط	کم	متوسط	متوسط	زیاد	زیاد	زیاد	کم	متوسط	کم	بسیار کم	بسیار زیاد	زیاد	
	امکانات	کم	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط	زیاد	زیاد	کم	متوسط	متوسط	کم	زیاد	بسیار زیاد	متوسط

مأخذ: www.ikco.ir, www.saipacorp.com, www.parskhodro.ir

از آنجا که واحد اطلاعات معیارهای ورودی و خروجی متفاوت است، اطلاعات قطعی هر کدام از خودروها در جدول ۲ را به داده‌های نرمال و بدون واحد تبدیل می‌کنیم. برای این کار در هر گروه مجزا داده‌ها را به بزرگ‌ترین داده در هر ستون تقسیم می‌کنیم. داده‌های نرمال شده در جدول ۲ پیوست آمده است. لازم به یاداوری است که با استفاده از مبحث Fuzzy MCDM اطلاعات کیفی، همچون ایمنی و امکانات را به فازی تبدیل کرده‌ایم. همچنین، با استفاده از روش تبدیل داده‌های بازه‌ای به داده‌های قطعی،[1] داده‌های کیفی ایمنی و امکانات به یک داده‌ی قطعی تبدیل شده است.

٤ـ۲ـ محاسبه‌ی حدود برای وزن هر معیار

در این قسمت فرآیند دوم مشخص شده در شکل شماره ۱ برای مطالعه‌ی موردی کارخانجات خودروسازی اجرا خواهد شد.

٤ـ۲ـ۱ـ تعیین ماتریس مقایسه‌های زوجی

با توجه به این که پنج معیار خروجی و سه معیار ورودی در نظر گرفته‌ایم، برای هر دسته ماتریس مقایسه‌های زوجی مشخص می‌کنیم که به صورت بازه‌ای است برای حل مدل کافی است که ماتریس مقایسه‌های معیارها نسبت به هدف را در نظر بگیریم. لازم به گفتن است که ساختار سلسله مراتبی برای معیارهای ورودی و خروجی به طور جداگانه در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، در مقایسه‌ی سطح معیارها نسبت به هدف برای معیارهای ورودی ماتریس ۳×۳ و برای معیارهای خروجی ماتریس ۵×۵ در نظر می‌گیریم.

مقادیر C و f را به ترتیب از جدول مقادیر اهمیت نسبی AHP و جدول مقیاس مقادیر فازی در پیوست به‌دست آورده و به ماتریس‌های بازه‌ای پیوست می‌رسیم.

٤ـ۲ـ۲ـ یافتن حدود وزن معیارها

با استفاده از فرمول‌های ۴ و۵ و با توجه به مراحل مشخص شده در الگوی نشان داده شده در شکل ۱، حدود وزن هر کدام از معیارهای ورودی و خروجی را برای سه گروه خودروها (با قیمت پایین، معمولی و بالا محاسبه می‌کنیم.

۱- حدود وزن معیارها (سه معیار ورودی U و پنج معیار خروجی V)برای خودروهای قیمت پایین:

$2.33<R1<3.7$ $0.55<V1<0.73$ $0.2<U1<0.3$
$1.04<R2<1.4$ $0.25<V2<0.33$ $0.06<U2<0.12$
$0.29<R3<0.32$ $0.068<V3<0.076$ $0.06<U3<0.083$
$0.05<U4<0.087$
$0.013<U5<0.022$

1. Chen –Hwang method

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

۲- حدود وزن معیارها برای خودروهای قیمت متوسط:

0, 18<v1<0.34 0.18<U1<0.31
0.085<V2<0.18 0.07<U2<0.13
0.08<V3<0.12 0.07<U3<0.12
0.027<U4<0.037
0.016<U5<0.028

۳- حدود وزن معیارها برای خودروهای قیمت بالا:

0.26<V1<0.32 0.2<U1<0.276
0126<V2<0.157 0.069<U2<0.099
0.063<V3<0.077 0.097<U3<0.152
0.0287<U4<0.037
0.0157<U5<0.0225

٤-۲-۳- آزمون سازگاری

پس از محاسبات انجام شده و به‌دست‌آوردن حدود وزن‌ها از آنجا که مقدار CR برای هر سه گروه به‌ترتیب دارای مقادیر ۰/۰۴۳ و ۰/۰۸۳ و ۰/۰۶۷ است، آزمون سازگاری پذیرفتنی است. خروجی‌ها با استفاده از نرم افزار Expert Choice به‌دست‌آمده است.

٤-۳- رتبه‌بندی DMUها بر اساس مدل ترکیبی

اکنون، برای هر کدام از گروه‌ها باید مشخص شود که به چه دسته‌ای تعلق دارند(E+,E++,E-) و سپس، چهار مدل θ را برای هر کدام حل کرده و میانگین چهار θ را محاسبه کرد تا برای هر گروه کارایی را به‌دست آورد.

چنانچه بخواهیم مدل ۱۲ را برای گروه ۱ جدول حل کنیم، باید مدل زیر را حل کنیم که خروجی آن نشان‌دهنده‌ی کارایی گروه ۱ در بهترین وضعیت است. با توجه به این که بقیه‌ی گروه‌ها در بدترین وضعیت قرار دارند، خروجی مدل نشان‌دهنده‌ی حد بالای کارایی گروه ۱ جدول است.

max=(U1+U2+U3+U4+U5)/(0.67*V1+0.58*V2+0.73*V3);
0.75*U1+0.71*U2+0.86*U3+0.425*U4+0.57*U5-V1-V2-V3<=0;
0.78*U1+0.94*U2+0.91*U3+U4+U5-V1-V2-V3<=0;
0.64*U1+0.82*U2+0.91*U3+0.26*U4+0.57*U5-V1-V2-V3<=0;
0.7*U1+0.86*U2+0.68*U3+0.78*U4+0.58*U5-V1-V2-V3<=0;
0.55 <V1<0.73 0.2<U1<0.3 0.05<U4<0.087
0.25<V2<0.33 0.06<U2<0.12 0.013<U5<0.022
0.068<V3<0.076 0.06<U3<0.08

به این صورت باید برای هر گروه شش مدل را حل کرد که پس از حل برای هر گروه به جدول زیر می‌رسیم.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

جدول۳- طبقه‌بندی و رتبه‌بندی شرکت‌های خودروسازی

گروه	e_p^U	e_p^L	1θ	2θ	3θ	4θ	θ	طبقه‌بندی گروه	رتبه
۱- ایران خودرو قیمت پایین	۱	۰/۵۲۵۵	۰/۰۸۸	۱/۰۵۳۷	۰/۵۳۸۹	۰/۵۲۵۵	۰/۸۰۱۵	E+	۴
۲- ایران خودرو قیمت متوسط	۱	۰/۵۰۵۰	۰/۱۵۸۹	۱/۰۸۳۷	۰/۹۰۰۸	۰/۵۰۵۰	۱/۱۶۲۱	E+	۱
۳- ایران خودرو قیمت بالا	۱	۰/۶۳۸۳	۰/۵۸۷	۰/۹۳۵۱	۱/۰۸۰۷	۰/۶۳۸۳	۱/۰۶۰۲	E+	۲
٤- سایپا قیمت پایین	۱	۰/۴۴۲۵	۰/۰۴۶۳	۰/۹۷۸۰	۰/۴۶۲۰	۰/۴۴۳۰	۰/۷۳۲۳	E+	۵
٥- پارس خودرو قیمت بالا	۱	۰/۵۳۵	۱/۷۴۷	۱/۰۹۷۵	۰/۸۵۰۸	۰/۵۳۵۸	۱/۰۵۷۷	E+	۳

مأخذ: نتایج به‌دست آمده از محاسبات

از آنجایی که در هر پنج گروه حد بالای کارایی برابر یک و حد پایین کم‌تر از یک است، هر پنج گروه به گروه +E تعلق دارند. بنابراین، پس از حل چهار مدل و معدل‌گیری از خروجی آن‌ها که در ستون θ مشخص شده، هر گروهی که بیشترین مقدار را داشته باشد، در رتبه‌ی بالاتر قرار می‌گیرد. بنابراین، از جدول بالا مشخص است که چنانچه مشتری بخواهد خودرویی با قیمت بالا بخرد، ابتدا محصولات ایران خودرو و پس از آن پارس خودرو بهترین گزینه هستند. همچنین، برای انتخاب خودوریی با قیمت کم ابتدا محصولات ایران خودرو و سپس، سایپا در اولویت انتخاب قرار دارند.

۵ـ نتیجه‌گیری

در این مقاله مدلی جدید برای برآورد کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با داده‌های بازه‌ای به‌کارگرفته شد. مدل گسترش یافته هم دارای داده‌های بازه‌ای است وهم وزن داده‌های بازه ای، در صورتی که مدل‌های طرح شده در مطالعات پیشین تنها یکی از دو خصوصیت را داشتند. بنابراین، مدل پیشنهادی نسبت به مطالعات پیشین برجستگی درخور توجهی دارد. به طور خلاصه با ترکیب AHP و DEA بازه‌ای و تئوری سری فازی، مدل تغییر یافته‌ی DEA بازه‌ای بررسی شد که نتایج زیر را به همراه داشت:

۱ـ استفاده از مدل تغییریافته برای ارزیابی عملکرد و کلاس‌بندی و در نتیجه رتبه‌بندی هر واحد شغلی.

۲ـ وسعت دامنه‌ی کاربرد، به‌ویژه زمانی که تعداد گزینه‌های مورد انتخاب محدود باشد.

۳ـ با تعیین حدود برای وزن معیارها با استفاده از مبحث AHP نتایج ارزیابی بسیار پذیرفتنی از مدل پایه‌ی DEA است؛ زیرا، در این صورت به معیارهای ما برای رتبه‌بندی به طور دقیق‌تری توجه شده است.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

همان‌گونه که از مطالعه موردی مشهود است، چنانچه در یک محدوده‌ی قیمت تعداد تولیدکنندگان محدود باشد، با روش پیشنهادی می‌توان در هر محدوده‌ی قیمت تشخیص داد که کدام یک از شرکت‌های خودروسازی نسبت به بقیه عملکرد بهتری دارد. از نتایج حل مدل نهایی و میانگین‌گیری از حل کارایی چهار مدل برای هر گروه مشخص است که در این مورد خاص با وجود در نظرگرفتن چندین خودرو که در جدول داده‌ها مشخص شده، در رده‌بندی خودروهای قیمت پایین و بالا عملکرد شرکت ایران خودرو به ترتیب نسبت به سایپا و پارس خودرو بهتر است. از نتایج کاربرد مدل نیز واضح است که چنانچه تعداد تولیدکنندگان محصول محدود باشد، با استفاده از مدل گسترش یافته می‌توان نتایج پذیرفتنی را به‌دست آورد.

منابع و مآخذ

آذر، فرجی و عادل، حجت(۱۳۸۷)، «**علم مدیریت فازی**»، مؤسسه‌ی کتاب مهربان نشر، ۱، ۲.

اصغرپور، محمد جواد (۱۳۸۷)، «**تصمیم‌گیری‌های چند معیاره**»، مؤسسه‌ی انتشارات و چاپ دانشگاه تهران، تهران.

ماکوئی، احمد(۱۳۸۶)، «**تکنیک‌های تصمیم‌گیری**»، انتشارات مهر وماه نو، ۱، ۱.

محمدی، علی و حسینی‌زاده. سمیه(۱۳۸۴)، «کاربرد رویکرد تلفیقی AHP/ DEA در رتبه‌بندی نمایندگی‌های بیمه»، *پژوهشنامه‌ی اقتصادی*.

مهرگان، محمدرضا(۱۳۸۳)، «**مدل‌های کمی در ارزیابی عملکرد سازمان‌ها DEAتحلیل پوششی داده‌ها**»، انتشارات دانشکده‌ی مدیریت دانشگاه تهران، ۱،۱.

Charnes, ww.cooper, E.Rhodes (1998) , measuring the efficiency of decision making units, European journal of operational research2(6)pp.429-444

Chih-Ming,Hen-Shen,Shen-Tsu,Hai-Kun' (2005), *A performance Evaluation Model Based On AHP and DEA*, Journal Of Institute Of Industrial Engineers , Taiwan, pp 243-251.

Despotis DK, smirlis YG (2002), data envelopment analysis with imprecise data, European journal of operational research 140, 24-36.

F.HosseinzadeLotfi,G.R.Jahanshahloo,M.Esmaeli (2007), *Non-Discretionary Factors and Imprecise Data in DEA* , International Journal of Math, Islamic Azad University Tehran, pp 237-246.

Anderson-p,N.C.Peterson (1993), *A Procedure For Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis*, Management Science , pp 1261-1246.

Ramakrishan Ramanthan (2004), *Data envelopment analysis for weight deviation and aggregation in the analytic hierarchy process*, Computer& Operation research 23, pp 1289-1307.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

yannis. G.Smirlis, Elias. K. Maragos, Dimitris. K. despotis(2006), Data envelopment analysis with missing values : An interval DEA approach, mathematics and computation 177 (1), 1-10

پیوست:

جدول ۱- مقیاس اهمیت نسبی AHP

توضیح	تعریف	اندازه وزن
دوگزینه به طور مساوی بر هدف تاثیر دارند.	اهمیت مساوی	۱
بر اساس تجربه یک گزینه به صورت جزئی بر دیگری برتری دارد.	اهمیت ضعیف	۳
بر اساس تجربه یک گزینه به صورت قوی بر دیگری برتری دارد.	اهمیت قوی	۵
یک گزینه به صورت قوی برتری داردو غلبه آن در عمل ثابت شده است.	اهمیت خیلی قوی	۷
اهمیت یک گزینه نسبت به بقیه گواه کافی دارد.	اهمیت مطلق	۹
برای نمایش بین مقادیر از این اعداد استفاده می شود.	بقیه مقادیر	۲،۴،۶،۸

ماخذ: چی مینگ، (۲۰۰۵)

جدول ۲- مقیاس‌های فازی

توضیح	تعریف	مقیاس فازی
بر اساس تجربه و داوری، می‌تواند به صورت واضح و سریع اهمیت نسبی را تصمیم بگیرد.	بسیار واضح	۰
بر اساس تجربه و داوری، می‌تواند از طریق توجه درزمان کوتاه اهمیت نسبی را تصمیم بگیرد.	واضح	۰.۵
بر اساس تجربه و داوری، می‌تواند از طریق توجه در یک دوره زمانی با درنگی کوتاه اهمیت نسبی را تصمیم بگیرد.	عادی	۱
بر اساس تجربه و داوری، می‌تواند از طریق توجه در یک دوره زمانی که درنگ بیشتری می طلبداهمیت نسبی را تصمیم بگیرد.	نه واضح	۱.۵
بر اساس تجربه و داوری، می‌تواند از طریق توجه در یک دوره زمانی بلند مدت با درنگی زیاد اهمیت نسبی را تصمیم بگیرد.	ابدا واضح	۲

ماخذ: چی مینگ، (۲۰۰۵)

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5] [Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

جدول ۳- مقادیر نرمال شده داده‌ها در هر گروه

گروه‌بندی گزینه‌ها	گروه ۱			گروه۲						گروه۳		گروه٤					گروه٥		
طبقه‌بندیهای انواع خودروها بر اساس قیمت	ایران خودرو (قیمت پایین)			ایران خودرو (قیمت متوسط)						ایران خودرو (قیمت بالا)		سایپا (قیمت پایین)					پارس خودرو (قیمت بالا)		
نوع خودرو	روآ	تندر ۹۰	رانا	سمند معمولی	پژو۲۰٦ تیپ۲	پژو ٤۰۵	پژو پارس	سمند سورن	سوزوکی ویتارا	سریر	صبا	ریو	پراید ۱٤۱	نسیم	ماکسیما	ر ونیز	پیکاپ
قیمت (بر حسب میلیون تومان)	۰.۶۷	۰.۷۷	۱	۰.۷۲	۰.۷۸	۰.۷۳	۱	۰.۹۱	۱	۰.۶۶	۰.۶۲	۱	۰.۶۱	۰.۵۶	۰.۸۹	۱	۰.۵۹
مصرف سوخت داخل شهر	۱	۰.۸۴	۰.۵۸	۰.۹۸	۱	۰.۸۳	۰.۸۳	۰.۹	۱	۰.۹۸	۰.۸۹	۱	۰.۸۹	۰.۸۹	۰.۹۱	۰.۹۶	۱
شتاب ۰تا۱۰۰کیلومتر (بر حسب ثانیه)	۱	۰.۷۳	۰.۷۹	۱	۰.۰۹	۰.۹۸	۰.۹۸	۰.۹۹	۰.۹۶	۱	۱	۰.۸	۱	۱	۰.۵۵	۱	۰.۷۹
قدرت موتور	۰.۷۶	۰.۹۵	۱	۱	۰.۷۵	۱	۱	۱	۱	۰.۷۸	۰.۶۵	۱	۰.۶۴	۰.۶۴	۱	۰.۷۷	۰.۷
ظرفیت باک بنزین (بر حسب لیتر)	۱	۰.۹۶	۰.۹۶	۱	۰.۷۱	۱	۱	۰.۹۴	۰.۹۴	۱	۰.۸۲	۱	۰.۸۲	۰.۸۲	۱	۰.۸۶	۰.۸۶
حداکثر سرعت	۰.۹	۰.۹۵	۱	۰.۹۶	۰.۸۶	۰.۹۵	۱	۰.۹۶	۰.۹۱	۱	۰.۹۱	۱	۰.۹۱	۰.۹۱	۱	۰.۷۱	۰.۶۸
ایمنی	کم	کم	زیاد	متوسط	کم	متوسط	متوسط	زیاد	زیاد	زیاد	کم	متوسط	کم	بسیار کم	بسیار زیاد	زیاد	زیاد
امکانات	کم	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط	زیاد	زیاد	کم	متوسط	متوسط	کم	زیاد	بسیار زیاد	متوسط

ماخذ: نتایج حاصل از محاسبات نرمال کردن داده‌ها

۱- ماتریس مقایسات زوجی برای برای خودروهای قیمت پایین:

جدول ٤ـ ماتریس مقایسات زوجی معیار ورودی برای قیمت پایین

	قیمت	مصرف	شتاب
قیمت	(۱و۱)	(۴و۲)	(۷.۵و۶.۵)
مصرف	(۱/۲و۱/۴)	(۱و۱)	(۵.۵و۴.۵)
شتاب	(۱/۶.۵و۱/۷.۵)	(۱/۴.۵و۱/۵.۵)	(۱و۱)

ماخذ: نتایج حاصل از محاسبات

جدول ٥ـ ماتریس مقایسات زوجی معیار خروجی برای قیمت بالا

	قدرت موتور	ظرفیت باک	سرعت	ایمنی	امکانات
قدرت موتور	(۱و۱)	(۱۱و۷)	(۴و۲)	(۳.۵و۲.۵)	(۱۰و۶)
ظرفیت باک	(۱/۷و۱/۱۱)	(۱و۱)	(۸و۶)	(۳.۵و۰.۵)	(۴.۵و۱.۵)
سرعت	(۱/۲و۱/۴)	(۱/۶و۱/۸)	(۱و۱)	(۳.۵و۲.۵)	(۸و۴)
ایمنی	(۱/۲.۵و۱/۳.۵)	(۱/۰.۵و۱/۳.۵)	(۱/۲.۵و۱/۳.۵)	(۱و۱)	(۹.۵و۸.۵)
امکانات	(۱/۶و۱/۱۰)	(۱/۱.۵و۱/۴.۵)	(۱/۴و۱/۸)	(۱/۸.۵و۱/۹.۵)	(۱و۱)

ماخذ: نتایج حاصل از محاسبات

۲- ماتریس مقایسات زوجی برای خودروهای با قیمت معمولی:

جدول٦ـ ماتریس مقایسات زوجی معیار ورودی برای قیمت معمولی

	قیمت	مصرف	شتاب
قیمت	(۱و۱)	(۶.۵و۳.۵)	(۱.۵و۰.۵)
مصرف	(۱/۳.۵و۱/۶.۵)	(۱و۱)	(۵و۱)
شتاب	(۱/۰.۵و۱/۱.۵)	(۱و۱/۵)	(۱و۱)

ماخذ: نتایج حاصل از محاسبات

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]

جدول ۷ـ ماتریس مقایسات زوجی معیار خروجی برای قیمت معمولی

	قدرت موتور	ظرفیت باک	سرعت	ایمنی	امکانات
قدرت موتور	(۱و۱)	(۱۰و۸)	(۴.۵و۱.۵)	(۵.۵و۲.۵)	(۸و۴)
ظرفیت باک	(۱/۸و۱/۱۰)	(۱و۱)	(۴.۵و۱.۵)	(۸.۵و۵.۵)	(۵و۱)
سرعت	(۱/۱.۵و۱/۴.۵)	(۱/۱.۵و۱/۴.۵)	(۱و۱)	(۸و۶)	(۵.۵و۴.۵)
ایمنی	(۱/۲.۵و۱/۵.۵)	(۱/۵.۵و۱/۸.۵)	(۱/۶و۱/۸)	(۱و۱)	(۶و۴)
امکانات	(۱/۴و۱/۸)	(۱و۱/۵)	(۱/۴.۵و۱/۵.۵)	(۱/۴و۱/۶)	(۱و۱)

ماخذ: نتایج حاصل از محاسبات

۳- ماتریس مقایسات زوجی برای خودروهای قیمت بالا:

جدول۸ـ ماتریس مقایسات زوجی معیار ورودی برای قیمت بالا

	قیمت	مصرف	شتاب
قیمت	(۱و۱)	(۳.۵و۲.۵)	(۳.۵و۲.۵)
مصرف	(۱/۳.۵و۱/۲.۵)	(۱و۱)	(۳.۵و۲.۵)
شتاب	(۱/۳.۵و۱/۲.۵)	(۱/۳.۵و۱/۲.۵)	(۱و۱)

ماخذ: نتایج حاصل از محاسبات

جدول۹ـ ماتریس مقایسات زوجی معیار خروجی برای قیمت بالا

	قدرت موتور	ظرفیت باک	سرعت	ایمنی	امکانات
قدرت موتور	(۱و۱)	(۹.۵و۸.۵)	(۱.۵و۰.۵)	(۷.۵و۶.۵)	(۱۰و۸)
ظرفیت باک	(۱/۸.۵و۱/۹.۵)	(۱و۱)	(۴و۲)	(۳.۵و۲.۵)	(۴و۲)
سرعت	(۱/۰.۵و۱/۱.۵)	(۱/۲و۱/۴)	(۱و۱)	(۱۰و۸)	(۵.۵و۴.۵)
ایمنی	(۱/۶.۵و۱/۷.۵)	(۱/۲.۵و۱/۳.۵)	(۱/۸و۱/۱۰)	(۱و۱)	(۶.۵و۳.۵)
امکانات	(۱/۸و۱/۱۰)	(۱/۲و۱/۴)	(۱/۴.۵و۱/۵.۵)	(۱/۳.۵و۱/۶.۵)	(۱و۱)

ماخذ: نتایج حاصل از محاسبات

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286454.1390.2.6.4.5]