

«مقاله پژوهشی»

مدل سازی تلاطم بازده سهام با روش مدل های فضای حالت غیر خطی

مقارن و نامقارن: مطالعه موردی بورس تهران^۱

مجتبی رستمی^۲، سید نظام الدین مکیان^۳

تاریخ دریافت: ۹۸/۱۲/۱۶ تاریخ پذیرش: ۹۹/۹/۱

چکیده

تلاطم معیار اندازه گیری عدم قطعیت است که در نظریه های مالی، مدیریت ریسک و قیمت گذاری اختیارات نقشی اساسی دارد. تلاطم، واریانس شرطی تغییرات قیمت های دارایی است که به طور مستقیم قابل مشاهده نیست و متغیری پنهان تلقی می شود که با استفاده از برخی تقریب ها به طور غیرمستقیم محاسبه می شود. دو رویکرد عمومی در ادبیات اقتصاد مالی جهت مدل سازی و محاسبه تلاطم ارائه شده است. در رویکرد اول، واریانس شرطی به عنوان تابعی از مربع شوک های گذشته ی بازده دارایی مدل سازی می شود. مدل های نوع GARCH در این طبقه جای می گیرند. در رویکرد جایگزین، تلاطم همچون یک متغیر تصادفی فرض می شود که با استفاده از الگوهای غیرخطی فضای حالت گوسی تحول می یابد. این نوع از مدل ها با عنوان تلاطم تصادفی (SV) شناخته می شوند. به دلیل آنکه مدل های SV شامل دو نوع فرآیند نوفه، یکی برای مشاهدات و یکی برای تلاطم پنهان، هستند در محاسبه تلاطم نسبت به الگوهای GARCH واقعی تر و منعطف تر می باشند. پژوهش حاضر به مدل سازی تلاطم در بازده سهام ۵۰

۱. مستخرج از رساله دکتری

۲. دکتری اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد

Email: mojtabarostami1364@yahoo.com

۳. دانشیار اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد (نویسنده مسئول)

Email: nmakiyan@yazd.ac.ir

شرکت فعال بورس تهران با استفاده از روش های متقارن و نامتقارن تلاطم تصادفی می پردازد که تفاوت آنها در وجود اثر اهرمی است. مقایسه تجربی این دو مدل با محاسبه احتمال پسین صحت هر مدل با استفاده از روش بیزی MCMC نشان دهنده برتری چشم گیر مدل نامتقارن ASV است. نتایج در هر دو مدل متقارن و نامتقارن نشان دهنده پایداری بسیار بالای امواج تلاطمی تولید شده توسط شوک های وارد آمده بر بازده سهام است. لذا، تغییرات بازده بازار بورس تهران به دلیل این پایداری بالا پیش بینی پذیر خواهد بود.

طبقه بندی JEL: C58 ، G1 ، C11 .

واژه های کلیدی: فضای حالت غیرخطی متقارن و نامتقارن، تلاطم تصادفی، بازار سهام، شیوه بیزی.

۱. مقدمه

تلاطم مفهوم مرکزی در بررسی بازارهای مالی است که نقشی اساسی در اقتصاد کشورها دارد. تقریباً هیچ تئوری اقتصاد مالی نیست که متاثر از مفهوم تلاطم نباشد. برای مثال، قیمت های تعادلی که با استفاده از مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای به دست می آیند، تحت تاثیر تلاطم قرار دارد. مدیریت سرمایه گذاری در بازارهای مالی براساس تئوری میانگین - واریانس بنا شده است و ارزیابی مشتقات مالی براساس پیش بینی تلاطم صورت می گیرد. تنظیم کنندگان پورتفوی های حاوی ریسک و صاحبان شرکت های بزرگ به دقت روند تلاطم را دنبال می کنند، زیرا تغییرات در قیمت های اوراق مالی می تواند تاثیر زیادی بر سرمایه گذاری و تصمیمات مربوط به ریسک آنها داشته باشد. در بازارهای سهام، تغییر ارزیابی سرمایه گذاران از آینده سهام مورد نظرشان در نتیجه ورود اطلاعات جدید منجر به تغییرات سریع قیمت های دارایی می شود (ژانگ و همکاران^۱، ۲۰۰۳). در واقع با ورود اطلاعات جدید، سرمایه گذاران عدم قطعیت و در نتیجه ریسک^۲ برآوردی خود را در طول زمان تعدیل می کنند. از آنجا که تصمیم سرمایه گذاران علاوه بر میانگین بازده تحت تاثیر عدم قطعیت بازده نیز قرار دارد نادیده انگاشتن این تغییر و تحولات سریع در مدل سازی منجر به نتیجه گیری های غلط می گردد که می تواند بر سیاست گذاری در حوزه بازارهای مالی نیز اثرگذار باشد. بنابراین، اندازه گیری عدم قطعیت در بازارهای سهام با وجود پیچیدگی های غیرقابل انکار از اهمیت فوق العاده ای برخوردار است. در این زمینه جدا از الگوهای مختلفی که ایجاد شده است نحوه تخمین پارامترها و تفسیر آنها نیز از اهمیت برخوردار است. بنابراین، ارزیابی صحیح از تلاطم در بازارهای مالی بسیار با اهمیت است. مشابه بسیاری از مفاهیم اقتصادی، تلاطم همچون انتظارات و عرضه و تقاضا به طور مستقیم قابل مشاهده نیست و به عنوان یک متغیر پنهان تلقی می شود و به طور غیرمستقیم با استفاده از برخی تقریب ها اندازه گیری می شود. در

1. Zhong and et al

۲. در اقتصاد میان ریسک و عدم قطعیت تفاوت قائل می شوند. هر پیامد منفی احتمالی در آینده را ریسک می نامند.

ارزیابی تلاطم، توجه به متغیر بودن آن در طول زمان به عنوان یک واقعیت تجربی اساسی است. مندلبرات^۱ (۱۹۶۳) و فاما^۲ (۱۹۶۵) شواهدی از همراهی زمانی نوسانات بزرگ با نوسانات بزرگ و همچنین نوسانات کوچک با نوسانات کوچک در قیمت های یک دارایی را یافتند. این رفتار در قیمت های یک دارایی، در بسیاری از پژوهش های دیگر همچون بایلی، بالرسلیو و میکلسن^۳ (۱۹۹۶)، چو^۴ (۱۹۸۸) و شورت^۵ (۱۹۸۹) گزارش گردید. این واقعیت به معنای آن است که شوک های تلاطمی امروز بر تلاطم انتظاری دوره های دیگر در آینده تاثیرگذار است. بنابراین، می توان از سوابق تاریخی داده ها در جهت پیش بینی مقادیر آتی استفاده کرد. فرض ثابت ماندن تلاطم در طول زمان به معنای نادیده گرفتن این است. باتوجه به این واقعیت تجربی، دو رویکرد عمومی برای مدلسازی تلاطم ارائه شده است. در رویکرد اول، براساس کار پیشگامانه انگل^۶ (۱۹۸۲) و بالرسلیو^۷ (۱۹۸۶)، واریانس شرطی به صورت تابعی قابل مشاهده از مربع شوک های گذشته ی تغییرات قیمت های دارایی مدل سازی می شود. مدل های GARCH به طور عمومی در این طبقه جای می گیرند. این مدل ها با فرض توزیع بازده دارایی و مشخص نمایی پویایی مدل تلاطم برآورد می گردند (ادبی فیروزجایی و همکاران، ۱۳۹۵). در رویکرد جایگزین، تایلر^۸ (۱۹۸۲) مدلی احتمالی از تلاطم^۹ معرفی می کند که برخلاف مدل های GARCH حتی اگر تمامی اطلاعات گذشته مورد استفاده قرار گیرد باز متغیری پنهان خواهد بود و مقدار دقیق آن معلوم نیست. تایلر (۱۹۸۲) با استفاده از یک مدل فضای حالت غیرخطی، فرض می کند که لگاریتم واریانس – همچون یک متغیر پنهان از یک فرآیند اتورگرسیو مرتبه اول تبعیت می کند. به عبارت دیگر در مدل وی تلاطم تابعی از مقادیر قابل مشاهده

-
1. Mandelbrot
 2. Fama
 3. Baillie, Bollerslev and Mikkelsen
 4. Chou
 5. Schwert
 6. Engle
 7. Bollerslev
 8. Tayler
 9. Volatility Probabilistically Model

(اطلاعات گذشته فرآیند) نیست و خودش یک متغیر تصادفی تلقی می شود که بر مبنای الگوهای فضا حالت تحول می یابد. به این دلیل این مدل ها تلاطم پنهان یا مدل های تلاطم تصادفی^۱ نامیده می شوند و به طور اختصاری با علامت SV نشان داده می شوند.

هرچند مدل های GARCH ویژگی های غیرخطی بودن، پایداری و نامتقارن بودن فرآیندهای تلاطمی را که در بررسی های تجربی بازارهای مالی تایید شده اند، به خوبی بازتاب می دهند (انگل ۲۰۰۴)، اما در طول بحران مالی سال ۲۰۰۸ هانسن، هوانگ و شک^۲ (۲۰۱۲) عدم کارایی مدل های GARCH را در پیش بینی تلاطم در بازارهای مالی نشان دادند. ابعاد خسارت بار چنین بحرانی توجه بیش تر به رویکردهای جایگزین را در ارزیابی تلاطم روشن تر نمود. علاوه بر این، در مقایسه با مدل های GARCH مدل SV از روشی واقع بینانه تر و منعطف تر مدلسازی تلاطم را ارائه می دهد، زیرا SV شامل دو فرآیند اختلالی، یکی برای مشاهدات و دیگری برای تلاطم نامشهود است. فرآیند اختلالی مشاهدات تغییرپذیری در مشاهدات را در نتیجه وجود خطای اندازه گیری و خطای نمونه گیری نشان می دهد، در حالی که فرآیند اختلالی دیگر تغییرپذیری در پویایی تلاطم را ارزیابی می کند. همچنین در مدل های GARCH به خاطر وجود خوشه ایی بودن تلاطم توزیع غیرشرطی بازده دارایی از نوع دم پهن^۳ است، در حالی که در مدل SV حتی اگر در مقطعی از زمان تلاطم خاصیت خوشه ایی نداشته باشد باز توزیع غیرشرطی داده های بازده دارایی دم پهن خواهد بود. از این رو در زمینه محاسبه تلاطم در مطالعات اقتصاد کلان به سمت مدل SV تغییر مکان در حال شکل گیری است. موضوع دیگر در ارزیابی تلاطم توجه به اهمیت رابطه ی میان تلاطم و علامت شوک ها که در ادبیات اقتصاد مالی اثر اهرمی^۴ نامیده می شود. بدین منظور جهت ارزیابی مناسب تر تلاطم، همانند مدل های نامتقارن GARCH الگوی SV را نیز می توان با استفاده از برخی تعدیلات به مدل نوسانات

1. Stochastic Volatility (SV)
2. Hansen, Huang, and Shek
3. Heavy Tailed
4. Leverage Effect

تصادفی عدم تقارن^۱ یا ASV تبدیل کرد (کیم، شفارد و چیب^۲، ۱۹۸۷ و جاکوایر و همکاران^۳، ۲۰۰۴ و اموری و دیگران^۴، ۲۰۰۷). این موضوع از آن نظر واجد اهمیت است که نادیده انگاشتن وجود چنین عدم تقارنی بر تلاطم منجر به تخمین اریب از تلاطم خواهد شد (هال و وایت^۵، ۱۹۸۷). بنابراین، در مطالعه حاضر علاوه بر مدل SV مدل ASV نیز مورد استفاده قرار گرفته است. برخلاف کلاس مدل سازی GARCH که تنها یک روش منفرد تخمین ضرایب آنها وجود دارد (روش حداکثر راستنمایی)، یکی از پیچیدگی های استفاده از شیوه مدل سازی تلاطم تصادفی روش های متعددی است که برای تخمین پارامترهای آنها وجود دارد. در سالیان اخیر مدل های تلاطم تصادفی یا SV در ادبیات اقتصادسنجی مالی و قیمت گذاری اختیارات^۶ توجه زیادی را به خود جلب کرده اند. برای مثال ملینو و ترنبول^۷ (۱۹۹۰) نشان داده اند که قیمت گذاری اختیارات بر مبنای مدل پایه ای SV از مدل بلک-شولز^۸ دقیق تر است. کیم و دیگران (۱۹۹۸) شواهدی را ارائه کرده اند که مدل پایه ای SV نسبت مدل های نوع GARCH برازش درون نمونه ایی بهتری دارند. لین، جیائو و لی (۲۰۲۰) در مقاله ایی به مقایسه انواع الگوهای مختلف GARCH در پیش بینی ریسک قیمت های دو نوع نفت خام داکویان و WTI با استفاده از ۱۲ معیار پیش بینی برون نمونه ای پرداختند. آنها در این مقاله نتیجه گرفتن که بهترین الگوی پیش بینی ریسک قیمت های نفت الگوی تک رژیمی HM-EGARCH است.

چن و همکاران (۲۰۱۹) در مقاله ایی به مقایسه برآوردهای مختلف SV و اثر آنها بر معیارهای VaR و CVaR پرداختند. آنها در این پژوهش نتیجه می گیرند که مدل تلاطم

1. Asymmetric Stochastic Volatility (ASV)
2. Kim, Shephard, and Chib
3. Jacquier
4. Omori,
5. Hull and White
6. Options
7. Melino and Turnbull
8. Black-Scholes.

تصادفی نامتقارن با توزیع نرمال در پیش بینی ریسک نفت خام برنت و WTI بهترین عملکرد را دارد.

در پژوهش حاضر براساس پیشنهاد کاسنر و فروورث-اشناتر^۱ (۲۰۱۴) از رویکرد بیزی با استفاده از شبیه سازی مونت کارلوی زنجیره های مارکوفی^۲ برای تخمین ضرایب و مقادیر تلاطم پنهان استفاده شده است. استفاده از اطلاعات پیشین در روش بیزی پیش بینی ها را بهبود می بخشد. ضمن اینکه مشکلات مربوط به وقفه زیاد و کمبود درجه آزادی در این روش مطرح نیست (بهرادمهر و همکاران، ۱۳۹۶). هر دو مدل SV و ASV را در چارچوب فرم فضای حالت غیرخطی گوسی^۳ مورد استفاده قرار خواهیم داد و پارامترهای آنها را با روش بیزی MCMC برآورد خواهیم کرد. در ادبیات اقتصادی و اقتصادمالی ایران از چنین زاویه ای تلاطم در بازار سهام مورد بررسی قرار نگرفته است، لذا نظر به اهمیت موضوع تلاطم و استفاده از روش های جدید در این حوزه، در مطالعه حاضر به مدل سازی تلاطم بازده سهام با استفاده از داده های سری زمانی ۵۰ شرکت فعال بورس تهران با تناوب روزانه و با استفاده از روش متقارن و نامتقارن فضای حالت غیرخطی گوسی پرداخته می شود. نتایج به دست آمده نشان دهنده برتری مدل ASV بر مدل SV در برآورد و پیش بینی تلاطم بازده سهام است.

۲. مبانی نظری

۲-۱. فرضیه بازارهای کارا و مدل تلاطم تصادفی متقارن و عدم تقارن

نقطه آغاز بررسی پدیده تلاطم در بازده سهام، توجه به چگونگی ماهیت تغییرات در قیمت های سهام است. مبانی تئوریک چنین تغییراتی در فرضیه بازارهای کارا^۴ فراهم آمده است. این فرضیه بیان می دارد که همه ی اطلاعات در دسترس سرمایه گذاران بازارهای

1. Fruhwirth-Schnatter and Wagner
2. Markov Chain Monte Carlo (MCMC)
3. Gaussian Nonlinear State Space
4. Efficient Market Hypothesis (EMH)

سهام که انتظارشان از نرخ های آتی بازده را براساس فرضیه انتظارات عقلایی^۱ شکل می دهند در قیمت های سهام بازتاب یافته است (بادی^۲، ۲۰۱۸). براساس اینکه در این تعریف منظور از اطلاعات چیست سه فرم از فرضیه کارایی خواهیم داشت که در جدول شماره ۱ نشان داده شده است:

جدول ۱. فرم های مختلف فرضیه ی بازارهای کارا

فرم کارایی	مجموعه اطلاعاتی که در قیمت های سهام بازتاب می یابند
ضعیف	قیمت های گذشته سهام
نیمه قوی	همه اطلاعات موجود در دسترس عموم
قوی	همه اطلاعات اعم از عمومی و خصوصی

مأخذ: مدیریت سرمایه گذاری بادی و همکاران

اگر تمامی اطلاعات در دسترس در قیمت های سهام خود را نشان داده باشند، در این صورت تغییرات در قیمت سهام باید کاملاً تصادفی باشد. بنابراین، قیمت های سهام ضرورتاً باید از یک فرآیند گام تصادفی^۳ تبعیت نمایند تا تغییرات در قیمت های سهام کاملاً تصادفی باشد یا در اصطلاح اقتصادسنجی معادل یک فرآیند نوفه ی سفید^۴ باشد. مدل آماری حرکت قیمت های سهام در طول زمان، که با P_t نشان داده می شود به صورت زیر خواهد بود:

$$P_t = \mu + P_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim IID(0, V) \quad (1)$$

در این رابطه، μ تغییر قیمت مورد انتظار یا جهش^۵ و $IID(0, V)$ نشان دهنده مستقل و هم توزیع بودن جملات خطا یا ε_t ها با میانگین صفر و واریانس V است. در رابطه فوق چنانچه ε_t به صورت نرمال توزیع شده باشد آنگاه رابطه (۱) معادل یک حرکت براونی^۶ خواهد بود.

1. Rational Expectations
2. Bodie
3. Random Walk
4. White Noise
5. Drift
6. Brownian Motion

واقعیت های تجربی بیانگر آن است که فرضیه بازار کارا در صورت صحت تنها به معنای پیش بینی ناپذیر بودن میانگین تغییرات قیمت های سهام با توجه به سوابق تاریخی آن است و برای واریانس تغییرات قیمت، با توجه به سوابق تاریخی اش، برقرار نیست. برای آنکه در رابطه (۱) واقعیت گنجانده شود باید فرض استقلال جملات خطای معادله میانگین رابطه (۱) به فرض ضعیف تر عدم خودهمبستگی تقلیل یابد. در این صورت جمله خطا ε_t باید از نوع تفاضل مارتینگل^۱ باشد.

یک مارتینگل زمان گسسته با استفاده از امید در زمان t برای دوره $t+1$ مشروط به اطلاعات زمان t تعریف می شود. این تعریف معادل با نمو انتظاری برابر با صفر از دوره t تا دوره $t+1$ است. بنابراین، این مفهوم به طور مکرر در فرم تفاضلی بیان شده است. فرآیند $\{\varepsilon_t\}$ تفاضل مارتینگل نامیده می شود اگر امید شرطی آن (مشروط به گذشته ی خودش) برابر با صفر باشد یا:

$$E(\varepsilon_{t+1} | \sigma(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots)) = 0,$$

این شرط بیان می کند که گذشته تاثیر بر پیش بینی آینده (امید شرطی) ندارد و پیش بینی در این حالت همواره صفر خواهد بود. به رغم عدم خودهمبستگی سریالی، تفاضل مارتینگل ها به طور کلی در طول زمان مستقل محسوب نمی شوند. این موضوع، بررسی تلاطم را به صورت متغیر در طول زمان با استفاده از این فرآیندها ممکن ساخته است. براساس این توضیحات، رابطه ی (۱) را در فرم لگاریتمی باید به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \ln(P_t) &= \mu + \ln(P_{t-1}) + \varepsilon_t, & \varepsilon_t | \mathcal{F}_{t-1} &\sim MD(0, V_t) \\ P_t &= P_{t-1} \exp[\mu + \varepsilon_t] \end{aligned} \quad (2)$$

در رابطه ی فوق همانگونه که مشاهده می شود واریانس شرطی ε_t تابعی از زمان است و بنابراین فرض استقلال فرآیند نقض می شود. در عین حال به دلیل آنکه ε_t تفاضل

1. Martingale

مارتینگل است فاقد خودهمبستگی است. لذا، می توان از رابطه ی زیر برای نشان دادن این موضوع در ε_t استفاده کرد:

$$\varepsilon_t = V_t^{0.5} u_t \quad (3)$$

در ادامه نحوه تنظیم عبارت $V_t^{0.5}$ در رابطه (۳) براساس الگوی تلاطم تصادفی متقارن و عدم تقارن یا SV و ASV تشریح خواهد شد.

۳. تصریح مدل

۳-۱. بررسی تلاطم بیزی در فضای حالت

در سالیان اخیر مدل های تلاطم تصادفی یا SV در ادبیات اقتصادسنجی مالی و قیمت گذاری اختیارات^۱ توجه زیادی را به خود جلب کرده اند. برای مثال ملینو و ترنبول^۲ (۱۹۹۰) نشان داده اند که قیمت گذاری اختیارات بر مبنای مدل پایه ای SV از مدل بلک شولز^۳ دقیق تر است. کیم و دیگران (۱۹۹۸) شواهدی را ارائه کرده اند که مدل پایه ای SV نسبت به مدل های نوع GARCH برازش درون نمونه ای بهتری دارند. همچنین تلفی تصادفی بودن تلاطم در مقابل قطعی بودن تلاطم سبب انعطاف بیش تر الگوی SV، نسبت به مدل های GARCH می شود. برای محاسبه تلاطم، الگوی SV را می توان به شکل یک مدل فضای حالت غیر خطی نوشت (هاروی، ۱۹۸۹).

در روش مدل سازی فضا حالت^۴، هر کدام از مولفه های سری زمانی از یک فرآیند تصادفی تبعیت می کنند. مدل های خطی فضا - حالت فرض می کنند که واریانس در معادله سیگنال و در معادلات حالت ثابت هستند، اما اغلب چنین واریانسی به خصوص در داده های اقتصاد مالی نامانایی وجود دارد (بروتو و رویز^۵، ۲۰۰۴). به عنوان مثال بسیاری از داده ها همچون نرخ ارز و بازده سهام به طور ویژه در بر دارنده اثرات خوشه ای هستند که

1. Options
2. Melino and Turnbull
3. Black-Scholes
4. State Space
5. Brotoand Ruiz

سبب نوسانات در واریانس شرطی آنها در طول زمان خواهد شد. در این شرایط دو گروه زمانی شامل دوره های زمانی تلاطم بالا و دوره های زمانی بل تلاطم پایین وجود دارد. این موضوع مشابه این است که گفته شود دو رژیم بر واریانس بازده دارایی حاکم است. الگوی SV فرض می کند که مکانیسم انتقال بین این دو رژیم برای واریانس نسبتاً هموار است.

با تعریف نرخ بازده دارایی به صورت $y_t = \log\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)$ که به طور تقریبی دارای میانگینی نزدیک به صفر است آنگاه توزیع شرطی بازده سهام مشروط به واریانس نامشهود یا به بیانی دیگر تلاطم پنهان را می توان به شکل زیر بیان کرد:

$$y_t | V_t = \varepsilon_t = V_t^{0.5} v_t,$$

که $v_t \sim N(0,1)$. در رابطه فوق واریانس V_t نامعلوم است. رابطه فوق همان رابطه (۳) می باشد. تکنیک های فضا حالتی که در مدل های SV برای مدل سازی تغییرات واریانس بسیار مورد استفاده قرار می گیرد شامل یک معادله حالت مارکوفی مانا است^۱ (هاروی و دیگران، ۱۹۹۴؛ جاکوایر و دیگران، ۲۰۰۴). با قرار دادن $\theta_t = \text{Log}(V_t)$ و فرض تبعیت مقدار اولیه θ_1 از یک توزیع AR(1) مانا خواهیم داشت:

$$(i) y_t = V_t^{0.5} v_t = \exp\left(\frac{\theta_t}{2}\right) v_t \quad (4)$$

$$(ii) \theta_t = \mu + \phi(\theta_{t-1} - \mu) + \sigma_\omega \omega_t \quad t > 1 \rightarrow eq; state - space$$

$$(iii) \theta_1 \sim N\left(\mu, \frac{\sigma_\omega}{1-\phi^2}\right)$$

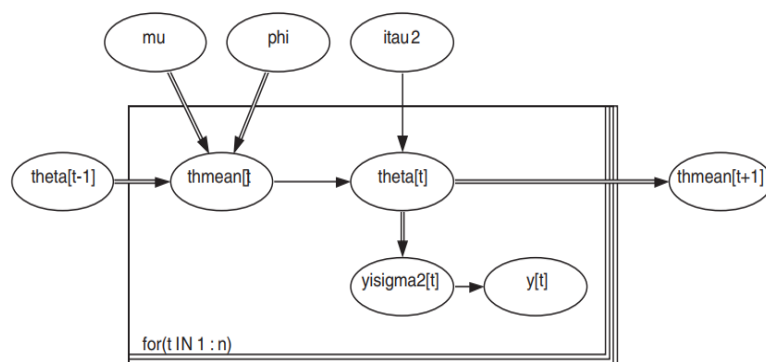
$$(v) \begin{pmatrix} v_t \\ \omega_t \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right)$$

۱. به این دلیل مدل فضای حالت تلاطم را مدل مارکوفی پنهان (Hidden Markov Model) نیز می نامند.

در این رابطه ضریب ϕ با محدودیت فنی $|\phi| < 1$ در معادله (ii) یا معادله حالت تلاطم، پایداری در تلاطم را اندازه گیری می کند و U_t و ω_t که در طول زمان می توانند مستقل یا غیر مستقل از همدیگر باشند دو نوع شوک در دینامیک بازده دارایی می باشند. فرآیند $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ که در معادلات (ii) و (iii) ظاهر می شود غیر قابل مشاهده است. همچنین در رابطه فوق θ_1 (مقدار اولیه لگاریتم تلاطم) مطابق توزیع یک فرآیند AR(1) مانا توزیع شده است. بردار پارامترهای رابطه (۴) که باید برآورد شوند به صورت $\psi = (\mu, \phi, \sigma_\omega)$ تعریف می شود. شایان ذکر است که در معادله (ii) رابطه ی (۴) پارامتر μ میانگین لگاریتم واریانس و σ_ω انحراف استاندارد شوک وارد آمده بر لگاریتم تلاطم را نشان می دهند.

تصریح الگوی SV به شکل رابطه (۴) را می توان به صورت ساختاری سلسله مراتبی از سه توزیع شرطی $p(y|\theta)$ ، $p(\theta|\psi)$ و $p(\psi)$ توصیف کرد (جاکوایر و دیگران، ۲۰۱۴) که $p(y|\theta)$ توزیع داده های بازده دارایی (در این مطالعه بازده سهام ۵۰ شرکت فعال بورس تهران) را مشروط به لگاریتم تلاطم نشان می دهد. عبارت $p(\theta|\psi)$ باورها را درباره نحوه تغییرپذیری تلاطم براساس معادله حالت اتورگرسیو مرتبه اول (ii) در رابطه (۴) توصیف می کند. همچنین $p(\psi)$ باورهای محققین یا باورهای پیشین را درباره حوزه تغییرات پارامترهای مدل تلاطم SV بازتاب می دهد. شوک ω_t که در معادله اتورگرسیو تلاطم ظاهر می شود مدل SV را نسبت به مدل های GARCH انعطاف پذیر می کند با این حال بر پیچیدگی های مدل SV از نظر برآورد و تخمین تلاطم می افزاید. همچنین تعداد متغیرهای غیرقابل مشاهده $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ به اندازه ی حجم مشاهدات است که پیچیدگی تخمین نسبت به مدل های کلاس GARCH را افزایش می دهد.

یو و میر^۱ (۲۰۰۶) از گراف بدون دور جهت دار (DGA) برای نمایش رابطه (۴) استفاده کرده اند. در نمودار (۱) روابط میان پارامترها و متغیر قابل مشاهده بازده در قالب یک گراف بدون دور جهت دار^۲ (DGA) نشان داده شده است.



نمودار ۱: گراف بدون دور جهت دار (DAG) مدل نوسانات تصادفی

مأخذ: یو و میر، ۲۰۰۶

در این نمودار همه مقادیر غیر قابل مشاهده μ ، ϕ ، σ_{ω}^2 و θ_t مقادیر قابل مشاهده y_t در یک روز مشخص t با بیضی واری که گره نامیده می شود، نشان داده شده است. حرکت پیکان های سیاه رنگ بین بیضی ها بر مبنای فرض استقلال شرطی انجام می گیرد. پیکان های با دو خط موازی به بیضی های قطعی که توابعی منطقی از دیگر بیضی ها هستند وارد می شوند. میانگین شرطی θ_t ، $\text{thmean}[t]$ در نمودار فوق، نمونه ایی از یک گره قطعی است که تابعی از گره های μ ، ϕ و θ_{t-1} است. اگر همه ی گره ها در نمودار فوق را با W نشان دهیم، اخلاف مستقیم گره $\omega \in W$ والدین و اسلاف مستقیم آن را، فرزندان می نامیم. پیکان های سیاه رنگ نشانگر مشروط به گره های والد است و هر گره ω از تمام گره های دیگر (به جز اخلاف ω) مستقل است. برای مثال اگر در رزو t تلاطم در روز $t-1$ و مقادیر پارامترهای μ ، ϕ و σ_{ω}^2 را بدانیم آنگاه باورهای ما در مورد مقدار تلاطم همین روز، θ_t ، مستقل از تلاطم در روزهای اول تا $t-2$ و داده های روزهای دیگر جز بازده

1. Meyer and Yu
2. Directed Acyclic Graph

امروز y_t است. در این حالت توصیف توزیع احتمال مشترک همه ی گره های تصادفی با استفاده از نمودار DAG بر مبنای فرض استقلال شرطی ساده و به صورت زیر خواهد بود:

$$P(W) = \prod_{v \in V} p\{\omega | \text{parents}(v)\} \quad (5)$$

رابطه (۵) برای مدل SV تصریح شده در رابطه (۴)، به صورت زیر خواهد بود:

$$p(\mu, \phi, \sigma_\omega, \theta_0, \dots, \theta_n | y_1, y_2, \dots, y_n) = p(\mu) p(\phi) p(\sigma_\omega) p(\theta_0 | \mu, \sigma_\omega) \times \quad (6)$$

$$\prod_{t=1}^n p(\theta_t | \theta_{t-1}, \mu, \phi, \sigma_\omega) \times \prod_{t=1}^n p(y_t | \theta_t)$$

۳-۲. مدل تلاطم تصادفی با وجود اثر اهرمی (ASV)

از واقعیت های مشاهده شده بسیار مهم در بازارهای سهام عدم تقارن اثر گذاری شوک های منفی و مثبت بر تلاطم است. این عدم تقارن برخی اوقات تحت عنوان اثر اهرمی^۱ و برخی اوقات دیگر تحت عنوان صرف ریسک^۲ توصیف می شود. نلسون (۱۹۹۱)، گلستن، جاناتان و رانکل^۳ (۱۹۹۳) و انگل و ان جی^۴ (۱۹۹۳) شواهدی از وجود اثر اهرمی در بازده سهام ارائه کرده اند. هال و وایت (۱۹۸۷) شواهدی را ارائه کرده اند که نادیده انگاشتن اثر اهرمی زمانی که واقعا وجود دارد منجر به ارزیابی در تخمین قیمت گذاری اختیارات می شود. بر همین اساس هاروی و شفارد (۱۹۹۶) توصیفی از مدل SV فوق ارائه کرده اند که اثر اهرمی را با معرفی ضریب همبستگی میان توزیع اخلاط های بازده سهام و لگاریتم تلاطم به صورت $\text{corr}(v_t, \omega_{t+1}) = \rho$ در بر می گیرد. در این شرایط رابطه (۴) به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

1. Leverage Effect
2. Risk Premium Effect
3. Glosten, Jagannathan and Runkle
4. Engle and Ng

$$(a) y_t = V_t^{0.5} \nu_t = \exp\left(\frac{\theta_t}{2}\right) \nu_t \quad (V)$$

$$(b) \theta_{t+1} = \mu + \phi(\theta_t - \mu) + \sigma_\omega \omega_t \quad t > 1 \rightarrow eq; state - space$$

$$(c) \theta_1 \sim N\left(\mu, \frac{\sigma_\omega}{1-\phi^2}\right)$$

$$(d) \begin{pmatrix} \nu_t \\ \omega_{t+1} \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}\right)$$

تمام اجزاء رابطه فوق مشابه رابطه (۴) است. رابطه فوق بیان می دارد که توزیع شرطی y_t و θ_{t+1} نرمال دو متغیره می باشد. بنابراین می توان آن را به فرم توزیعی زیر بازنویسی کرد (یو، ۲۰۰۵):

$$\theta_{t+1} | \theta_t, \mu, \phi, \sigma_\omega^2 \sim N\left(\mu + \phi(\theta_t - \mu), \sigma_\omega^2\right)$$

$$y_t | \theta_{t+1}, \theta_t, \mu, \phi, \sigma_\omega^2 \sim N\left(\frac{\rho}{\sigma_\omega} e^{\theta_t/2} (\theta_{t+1} (\mu + \phi(\theta_t - \mu))), e^{\theta_t} (1 - \rho^2)\right)$$

علاوه بر این، برخلاف تعریف جاکوایر و دیگران (۲۰۰۴) از اثر اهرمی در مدل SV، تعریف اثر اهرمی به صورت فوق با فرضیه بازارهای کارا سازگار است. زیرا فرآیند بازده دارایی در این تعریف از اثر اهرمی یک فرآیند تفاضل مارتینگل است یا

$$E(y_{t+1} | y_t, \theta_t) = e^{1/2(\mu + \phi(\theta_t - \mu))} E(e^{1/2\sigma_\omega \omega_{t+1}}) E(\varepsilon_{t+1} | y_t, \theta_t) = 0$$

۴. روش تخمین و نحوه گزینش مدل ها

۴-۱. روش شبیه سازی مونت کارلوی زنجیره های مارکوفی

به دلیل وجود متغیرهای غیر قابل مشاهده θ_t (تلاطم در طول زمان) در روابط (۴) و (۷) تابع راستنمایی برای تخمین پارامترهای بردار $\psi = (\mu, \phi, \sigma_\omega, \rho)$ به صورت فرم غیر بسته ی زیر نوشته خواهد شد:

$$L(\psi|y) = \prod_{t=1}^n \int f(y_t|\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n|\psi) d\theta_1 \dots d\theta_n \quad (8)$$

در تابع فوق، هدف حداکثر سازی راستنمایی فرآیند $\{y_t\}$ است اما چگالی احتمال y به وسیله θ تعیین می شود که تابعی از ψ است. وجود فرم غیر بسته برای تابع راستنمایی تخمین مستقیم پارامترها را با تابع راستنمایی با روش های کلاسیک غیرممکن می سازد. برای این مشکل روش های تخمین بسیاری ارائه شده است که بر مبنای نتایج ارائه شده در اندرسن و دیگران^۱ (۱۹۹۹) روش شبیه سازی مونت کارلوی زنجیره های مارکوفی که با MCMC نشان داده می شود کاراتر از سایر روش ها در این زمینه است. با فرض وجود توزیع پیشین بردار پارامترهای $\psi = (\mu, \phi, \sigma_w, \rho)$ روش MCMC چارچوبی را برای تخمین توزیع بردار پارامترهای ψ و مقادیر غیرقابل مشاهده θ_t در قالب رویکرد استنباط بیزی فراهم می آورد.^۲ چیب^۳ (۲۰۰۱) ادبیات غنی در مورد MCMC فراهم آورده است. به طور کلی، بر مبنای روش MCMC برای تخمین پارامترهای مدل SV و ASV دو روش وجود دارد:

۱. الگوریتم متروپلیس هستینگز (MH)

۲. الگوریتم نمونه برداری گیبس

جاکوایر و دیگران (۱۹۹۴) از الگوریتم MH برای تخمین پارامترهای SV و ASV استفاده کرده اند. کیم و دیگران (۱۹۹۸) نشان داده اند که الگوریتم MH برای تخمین پارامترهای SV و ASV آنچنان که لازم است کارا نمی باشد. برای غلبه بر مشکل عدم

1. Andersen

۲. در واقع در این روش به جای تخمین نقطه ای یا فاصله ای μ ، ϕ ، w و مقادیر θ_t توابع چگالی احتمال $f(\mu|y, \theta)$ ، $f(\phi|y, \theta)$ ، $f(\sigma_w|y, \psi, \theta)$ و $f(\theta|y, \psi)$ با استفاده از رویکرد بیزی و الگوریتم MCMC شبیه سازی می شوند و سپس نما یا مد (بیشترین تکرار مقادیر هر کدام از پارامترها) این توابع چگالی احتمال به عنوان یک تخمین نقطه ای از ψ و θ ارائه می شود. لازم به توضیح است که در صورتی که توزیع تک نمایی باشد از میانگین به عنوان تخمین پسین استفاده می گردد.

3. Chib

کارایی شبیه سازی با الگوریتم MH، در این مطالعه از الگوریتم نمونه برداری گیبس^۱ استفاده شده است.

گراف DAG (نمودار (۱)) به خوبی نحوه عملکرد روش MCMC را برای تخمین پارامترهای مدل SV را توضیح می دهد. اگر زیرمجموعه ی گروه های شامل متغیرهای غیرقابل مشاهده و قابل مشاهده را به ترتیب با W_u و W_o نشان دهیم، هنگامی که $p(W)$ را با استفاده از رابطه (۵) محاسبه نمودیم؛ آنگاه مشکل فنی عمومی که در کاربرد استنباط بیزی در محاسبه انتگرال های چندگانه با آن مواجه خواهیم شد یعنی ضرورت یافتن ثابت استاندارد ساز توزیع پسین متغیرهای غیرقابل مشاهده به ازای داده ها یا مخرج کسر رابطه ی زیر روی خواهد داد:

$$p(W_u | W_o) = \frac{p(W_u, W_o)}{p(W_o)} = \frac{p(W)}{\int p(W_u, W_o) dW_u} \quad (9)$$

این موضوع به ترتیب در مدل SV و مدل ASV نیازمند انتگرال گیری (N+3) بعدی و (N+4) بعدی است، چرا که انتگرال گیری بر فضای متغیرهای غیرقابل مشاهده $\theta_n, \dots, \theta_1, \mu, \phi, \sigma_\omega, \rho$ صورت می پذیرد. مسئله ای محاسبه توزیع پسین حاشیه ای هر متغیر غیرقابل مشاهده نیز شامل یک انتگرال گیری (N+2) بعدی به صورت پی در پی خواهد بود. گیلکز و دیگران^۲ (۱۹۹۶) نشان می دهند که انتگرال گیری با ابعاد بالا را با استفاده از MCMC می توان حل کرد. الگوریتم نمونه برداری گیبس نمونه هایی از توزیع رابطه (۵) را از هر توزیع پسین تمام شرطی^۳ تک متغیره از متغیرهای غیرقابل مشاهده به صورت تکراری تولید می کند.

1. Gibbs Sampling
2. Gilks
3. Full conditional Distribution

۴-۲. توزیع پیشین ψ ، مقادیر θ_t و تابع راستنمایی

براساس مطالب فوق، به منظور کامل شدن تصریح معادلات روابط (۴) و (۷)، نیاز است که توزیع پیشین برای بردار پارامترهای ψ و مقادیر غیرقابل مشاهده مشخص شوند. تابع توزیع پیشین مشترک به صورت زیر خواهد بود

$$p(\mu, \phi, \sigma_\omega, \theta_0, \dots, \theta_n) = p(\mu, \phi, \sigma_\omega) p(\theta_0 | \mu, \sigma_\omega) \prod_{t=1}^n p(\theta_t | \theta_{t-1}, \mu, \phi, \sigma_\omega) \quad (10)$$

به منظور ساده سازی بیش تر با تبعیت از کیم و همکاران^۱ (۱۹۹۸) استقلال مولفه های بردار پارامترهای ψ را فرض می گیریم.^۲ لذا، در این حالت توزیع ψ به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$p(\psi) = p(\mu) p(\phi) p(\sigma_\omega),$$

هر کدام از اجزاء رابطه ی احتمالی فوق فرض می شود دارای توابع توزیع احتمالی به صورت زیر می باشند:

$$(1) \mu \sim \sqrt{\frac{0.001}{2\pi}} \exp\left(-\frac{0.001}{2}(\mu)^2\right) = N(0, 0.001) \quad (11)$$

$$(2) \phi = 2\phi^* - 1; \phi^* \sim \frac{1}{2\Gamma(\alpha, \beta)} \left(\frac{1+\phi}{2}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{1-\phi}{2}\right)^{\beta-1}$$

$$(3) \sigma_\omega \sim \frac{0.001e^{-0.001\omega}}{\Gamma(1)} = \text{Gamma}(1, 0.001),$$

در روابط فوق توزیع پیشین پارامتر μ به صورت نرمال ناآگاهی بخش^۱ تعریف شده است.^۲ نکته مهم در مورد انتخاب توزیع پیشین μ وجود یا عدم

1. Kim

۲. علت گزینش فرض استقلال پارامترها آن است که در غیر این صورت باید توزیع مشترک آنها به صورت

$p(\psi) = p(\mu, \phi, \sigma_\omega)$ تعیین شود که استنباط بیزی را بیش از حد پیچیده می سازد و تعیین توابع توزیع پیشین به صورتی که در رابطه (۳) نشان داده شده است ممکن نمی بود.

وجود نقاط دور افتاده است. در صورت وجود نقاط دور افتاده در داده های بازده باید از توابع توزیع پیشین آگاهی بخش (که در آنها واریانس بیش تر از ۰/۰۱ است) استفاده کرد.

همچنین دلیل استفاده از ϕ^* با توزیع بتا، تضمین مانایی فرآیند تلاطم اتورگرسیو بوده است. میانگین و واریانس یک توزیع بتا به صورت زیر تعریف می شود:

$$E(\phi) = \frac{2\alpha}{\alpha + \beta} - 1,$$

$$Var(\phi) = \frac{4\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2 (\alpha + \beta + 1)}.$$

انتخاب فوق پارامترهای α و β توزیع بتای پارامتر ϕ^* زمانی که حجم داده ها کمتر از ۱۰۰۰ باشد بر روی شکل توزیع پسین پارامتر ϕ تاثیر گذار خواهد بود. در مطالعه حاضر مقادیر این پارامترها براساس مقاله کیم و همکاران (۱۹۹۸) انتخاب شده است. کیم و همکاران (۱۹۹۸) مقادیر فوق پارامترها را به صورت α و β به ترتیب برابر با ۲۰ و ۱/۵ انتخاب کرده اند. در این صورت $E(\phi)$ و $Var(\phi)$ به ترتیب برابر با ۰/۸۶ و ۰/۱۱ خواهند بود و این موضوع به معنای آن است که مقادیر مثبت ϕ احتمال بسیار بیش تری برای وقوع خواهند داشت و این حالت با خوشه ایی بودن تلاطم سازگار است. به علت آنکه $\sigma_{\omega} \in \mathbb{R}^+$ (واریانس

۱. توزیع پارامتر μ به شکل $\mu \sim N(b_{\mu}, B_{\mu})$ نرمال ناآگاهی بخش نامیده می شود هرگاه $b_{\mu} = 0$ و $B_{\mu} \leq 0.01$ باشد.

۲. در بازارهای مالی تابع راستمایی حاوی اطلاعات کافی در مورد پارامتر μ می باشد، به این دلیل برای این پارامتر از تابع توزیع نرمال ناآگاهی بخش استفاده می شود.

3. Outliers

همواره مثبت است) مطابق با پیشنهاد فروث اشناثرو و واگنر (۲۰۱۰) از توزیع گامای معکوس با مشخصات ذکر شده در معادله (۳) رابطه (۲) استفاده کرده ایم.^۱

۴-۳. گزینش مدل با استفاده فاکتور بیزی

یکی از موضوعات مهم در بررسی تلاطم، انتخاب مدل مناسب برای بازده سهام (انتخاب از میان رابطه (۴) و رابطه (۷)) است. روش شناسی بیزی این امکان را فراهم می کند تا با استفاده از مقایسه نسبت احتمال های پسین مدل های مختلف، مشروط به داده های معلوم، مدلی را که حداکثر احتمال تطابق با داده ها را داشته باشد انتخاب کنیم.

این عمل با فرض آنکه تعداد $\{M_j\}_{j=1}^k$ مدل در دسترس باشد، با استفاده از محاسبه احتمال پسین $\hat{M}$ مدل به شرط داده ها به صورت زیر صورت می پذیرد:

$$p(M_j | y) = \frac{p(y | M_j) p(M_j)}{\int_{k \in M} p(y | M_k) p(M_k) dM}, \quad (10)$$

با استفاده از تعریف نسبت R_{ji} که نسبت احتمالات پسین محاسبه شده مدل های رقیب i و j براساس رابطه ی فوق است، می توانیم معیاری احتمالی برای مقایسه مدل های رقیب به صورت زیر فراهم آوریم:

$$R_{ji} = \frac{p(M_j | y)}{p(M_i | y)} = \frac{p(M_j) p(y | M_j)}{p(M_i) p(y | M_i)},$$

زمانی که $R_{ji} \geq 1$ نشان دهنده آن است که به ازای داده های معلوم y و پیشین های $p(M_i)$ و $p(M_j)$ مدل j با احتمال بیش تری به طور دقیق تری پدیده تحت بررسی را نسبت به مدل i بررسی می کند. بنابراین، این روش معیاری از عمل کرد مدل ها را نسبت

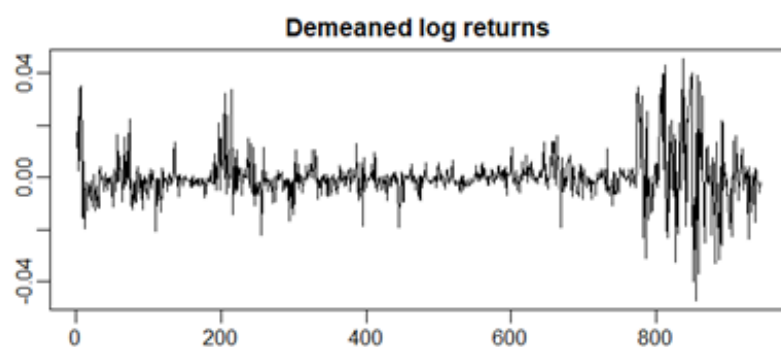
۱. معمولاً در کاربردهای مالی پارامتر σ_ω^2 چندان تاثیر گذار نیست. تنها باید به این نکته دقت کرد که مقدار آن نباید بیش از حد کوچک باشد مگر آنکه دانش پیشین کافی در این مورد وجود داشته باشد.

به هم به دست می دهد (اوسی ولسکی^۱، ۲۰۰۱، ۲۴-۲۰). در پژوهش حاضر برای مقایسه مدل ها از روش انتخاب مدل بیزی تحت عنوان فاکتور بیزی^۲ استفاده شده است.

۵. تحلیل نتایج

۵-۱. بررسی توصیفی

نمودار ۲ داده های بازده سهام (نمودار پایین) ۵۰ شرکت فعال در بورس تهران را در بازه زمانی سال ۱۳۹۴/۱/۵ تا ۱۳۹۷/۱۱/۲۹ نشان می دهد که به وضوح ویژگی خوشه ای بودن تلاطم و تغییر پذیری نوسانات در بازده سهام را نشان می دهد. خوشه ای بودن تلاطم دال بر وجود نوعی وابستگی در واریانس شرطی بازده سهام است. همین طور، مشاهده می شود که با وجود تغییرات تصادفی زیاد در بازده و وجود تلاطم های بزرگ، سری زمانی به میانگین سراسری (غیر شرطی) باز می گردد (خاصیت مانایی تلاطم).



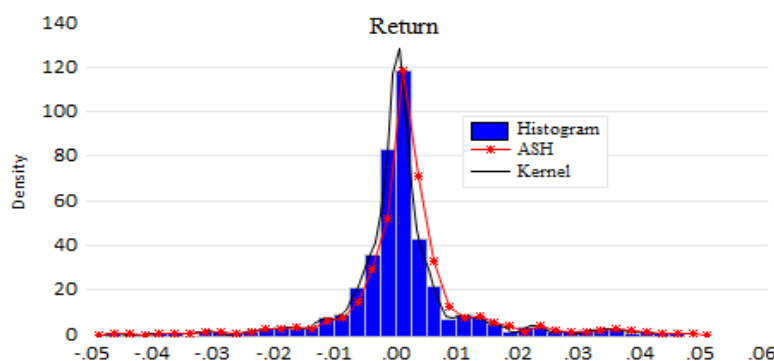
نمودار ۲. بازده شاخص سهام ۵۰ شرکت فعال بورس تهران (پایین)

مأخذ: یافته های تحقیق

خاصیت برگشت پذیری سری زمانی داده های بازده به میانگین سبب می شود که توزیع حاشیه ای یا غیر شرطی بازده سهام در تمام نقاط زمانی یکسان و لذا با داده های موجود قابل ترسیم باشد. این توزیع با استفاده از نمودار هیستوگرام، هیستوگرام متوسط منتقل شده و کرنل آنها در نمودار ۳ نشان داده شده

1. Osiewalski
2. Bayesian Factor

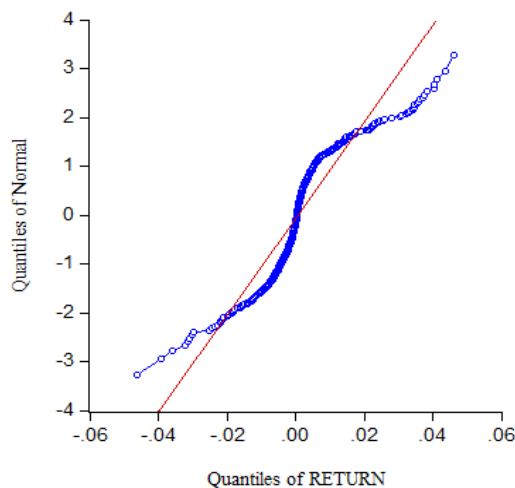
که براساس نمودار توزیع داده های بازده در فاصله زمانی یاد شده حول مقدار صفر متقارن، تک مدی و با کشیدگی بالاست.



نمودار ۳. شاخص سهام (بالا) و بازده شاخص سهام ۵۰ شرکت فعالتر بورس تهران

مأخذ: یافته های تحقیق

کوانتیل بازده در مقابل کوانتیل نرمال استاندارد در نمودار ۴ نشان داده شده است. شکل این نمودار به صورت محدب - مقعر می باشد که در داده های بازده بخاطر فروش های کوتاه مدت^۱ یا کاهش کلی ذخایر سرمایه شرکت ها روی می دهد. این موضوع منجر به کشیدگی بالای داده های بازده نسبت به توزیع نرمال می شود زیرا بازده های مثبت بزرگ یا منفی بزرگ بیش تر از حالت نرمال روی می دهند.



نمودار ۴. کوانتیل بازده سهام ۵۰ شرکت در مقابل کوانتیل نرمال استاندارد

مأخذ: یافته های تحقیق

1. Selling Short

ویژگی های توصیفی داده های بازده در جدول ۲ نشان می دهد که میانگین بازده سهام عددی مثبت و بسیار نزدیک به صفر بوده است (تقریباً ۰/۰۱ درصد در ماه). همچنین این متغیر دارای چولگی مثبت است که نشان دهنده آن است که بازده مثبت محتمل تر از بازده منفی است. ضریب کشیدگی این متغیر ۹/۳ است که نشان دهنده کشیدگی بالای توزیع این مجموعه از داده ها نسبت به توزیع نرمال است. نتایج آزمون نرمالیتی JB نشان دهنده وجود شواهد قوی در رد نرمال بودن توزیع غیر شرطی بازده سهام است.

جدول ۲. ویژگی های توصیفی متغیرها

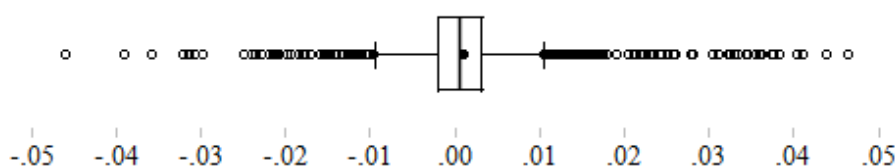
بازده	آماره های توصیفی
۰/۰۰۱۰۰۵	میانگین
۰/۰۰۰۳۹۴	میانه
۰/۰۴۶۲۷۸	حداکثر داده
-۰/۰۴۶۱۶۴	حداقل داده
۰/۰۰۹۹۱۹۱	انحراف استاندارد
۰/۸۳۱۰۱۴	چولگی
۹/۳۱۰۰۲۲	ضریب کشیدگی
۱۶۷۱/۲۱۵	آماره جارکیو-برا
۰/۰۰۰	ارزش احتمال جارکیو-برا
۹۴۲	تعداد مشاهدات

مأخذ: یافته های تحقیق

نتایج توصیفی وجود خاصیت خوشه ایی در تلاطم و غیر خطی بودن کوانتیل داده های بازده را بخاطر کشیدگی بالای توزیع غیر شرطی آنها تایید می کند. نمودار شماره ۵ نمودار جعبه ایی داده های بازده سهام ۵۰ شرکت فعال بورس را نشان می دهد. نقاط مشخص شده در دو طرف نمودار جعبه ایی نشان دهنده نقاط پرت یا دور افتاده می باشند.^۱ اهمیت این موضوع در آن است که در چنین شرایطی (همان طور که در بخش روش تحقیق گفته شد)

۱. چنانچه داده ایی در فاصله بیش تر یا کمتر از ۱/۵ برابر فاصله میان چارکی (اختلاف بین چارک سوم و چارک اول) قرار گیرد دور افتاده تلقی می شود.

استفاده از توابع توزیع ناآگاهی بخش نرمال برای پارامتر μ استفاده کرد و براساس آنچه گفته شد باید از توابع توزیع ناآگاهی بخش استفاده کرد. براین اساس از توزیع ناآگاهی بخش معرفی شده توسط یو (۲۰۰۵) استفاده شده است.^۱



نمودار ۵. نمودار جعبه‌ای بازده شاخص سهام ۵۰ شرکت فعال بورس

مأخذ: یافته‌های تحقیق

۵-۲. تحلیل استنباطی

۵-۱-۲. تخمین مدل SV

در جدول ۳ تخمین‌های میانگین پسین، $\hat{E}_p(\psi)$ ، انحراف استاندارد پسین، $\hat{V}_p^{0.5}(\psi)$ ، خطای شبیه‌سازی مونت کارلو، $MCSE$ و فاصله اعتبار ۹۵٪ بردار پارامترهای ψ مدل SV تصریح شده در رابطه (۴) نشان داده شده است. همان گونه که در بخش ۴ گفته شد برای محاسبه این آماره‌ها از الگوریتم نمونه‌برداری گیبس به تعداد ۱۰۰۰۰ تکرار برای تولید MCMC استفاده شده است. نتایج برای گشتاور مرتبه اول توزیع احتمال پسین این ضرایب در جدول شماره ۳ نشان داده شده است.

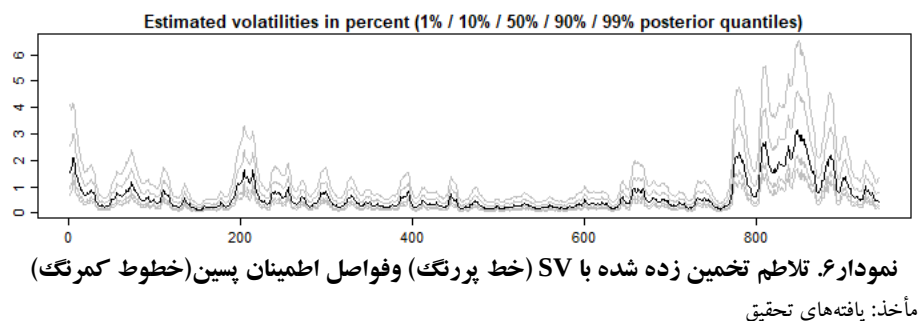
جدول ۳. تخمین بیزی تلاطم براساس فرآیند SV

ضرایب	$\hat{E}_p(\psi)$	$\hat{V}_p^{0.5}(\psi)$	MCSE	فاصله اعتبار ۹۵٪
σ_ω	۰/۳۰۶۶	۰/۰۷۱۳۳	۰/۰۰۱۹	۰/۴۳۲۵ - ۰/۲۰۵۸
μ	-۱۰/۵۶۷۴	۰/۳۲۱۷۳	۰/۰۴۶۹	۱۰/۰۳۵۱ - ۱۱/۰۷۶۵
ϕ	۰/۹۴۰۳	۰/۰۱۶۷۹	۰/۰۰۶۶۷۶	۰/۹۶۵۵ - ۰/۹۱۰۸

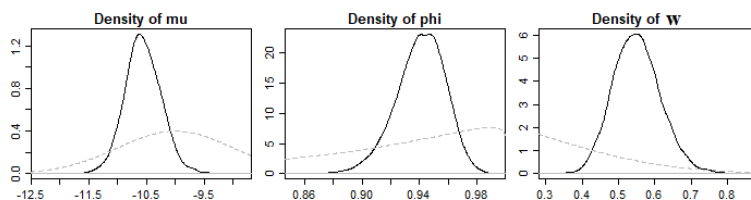
مأخذ: یافته‌های تحقیق

۱. جان یو (۲۰۰۵) توزیع ناآگاهی بخش $N(0, 5)$ را برای پارامتر μ معرفی می‌کند.

براساس یافته های ارائه شده در جدول فوق سطح تلاطم در بازده ۵۰ شرکت فعال بورس نسبتا پایین و معنی دار است (این مقدار با μ نشان داده شده است و برابر با ۱۰/۵۶۷ است). همانگونه که نمودار شماره ۴ تلاطم استخراج شده با استفاده از این الگو نسبت به نمودار سری زمانی بازده (نمودار شماره ۲) بسیار هموارتر است. همواری تلاطم نشانه ای از پایداری بالای تلاطم در بازار سهام ایران است (مقدار میانگین پسین ضریب ϕ برابر با ۰/۹۴ و واریانس پسین بسیار کم این متغیر نشان دهنده پایداری بالای تلاطم در بازار سهام است). همچنین انحراف استاندارد اندازه شوک های وارد بر لگاریتم تلاطم (σ_ω) برابر با ۰/۳۱ واحد است که نسبتا کم می باشد و بنابراین اندازه شوک ها کم و بیش مشابه است. این مورد نیز یکی از دلایل همواری نمودار ۶ است. خطای مونت کارلوی تمامی ضرایب این جدول کمتر از ۵٪ انحراف استاندارد پسین آنها می باشد که نشان دهنده پایداری تخمین ها در طول تکرارهای مختلف شبیه سازی مونت کارلو می باشد و بنابراین نیازی به افزودن حجم شبیه سازی نمی باشد.



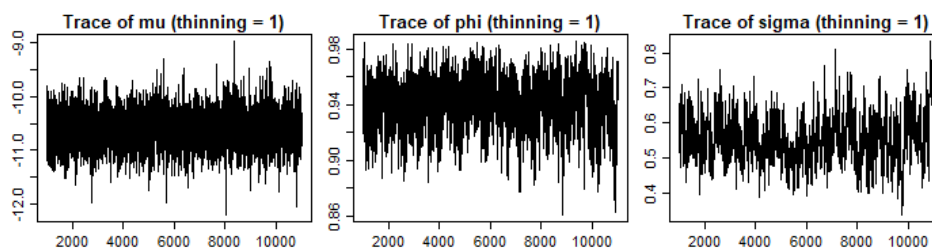
در نمودار شماره ۷ توزیع پیشین (نمودار کمرنگ) و توزیع پسین (نمودار پررنگ) ضرایب رابطه شماره ۲ را نشان می دهد. براساس یافته های ارائه شده در این نمودار توزیع پسین ضریب μ یا $p(\mu|y)$ و ضریب σ_ω یا $p(\sigma_\omega|y)$ متقارن است و توزیع پسین ضریب ϕ یا $p(\phi|y)$ تا حدودی چوله به سمت راست است. همچنین توزیع پسین تمامی ضرایب تک نمایی می باشد.



نمودار ۷. توزیع پسین ضرایب (نمودار پررنگ) و
توزیع پیشین ضرایب (نمودار کم رنگ) در مدل SV

مأخذ: یافته های تحقیق

در تخمین پارامترها و مقادیر نامشهود تلاطم، MCMC یک روش قدرتمند است اما این موضوع ما را از بررسی اینکه نمونه برداری به روش گیبس از توزیع پسین واقعی پارامترها صورت گرفته یا نه بی نیاز نمی کند. نمودار اثر^۱ مسیر زمانی نمونه برداری از توزیع پسین پارامترها را نشان می دهد. شکل نمودار اثر برای بردار β مدل SV نشان می دهد که ۱۰۰۰۰ تکرار اول برای اهداف تفسیری و استنباطی کافی است و به نظر می رسد (این شکل مشابه الگوی گام تصادفی نیست لذا علامتی از دست یافتن الگوریتم MCMC به توزیع مانای پسین است). همچنین براساس این نمودارها به نظر نمی رسد که الگوریتم MCMC در هیچ نقطه ای از توزیع گیر بیفتد و زنجیر به توزیع پسین همگرا نشود. علاوه بر بنابراین، با ۱۰۰۰۰ تکرار اول به طور کافی نمونه مناسب برای تخمین توزیع پسین بردار پارامترهای β به دست می آید.



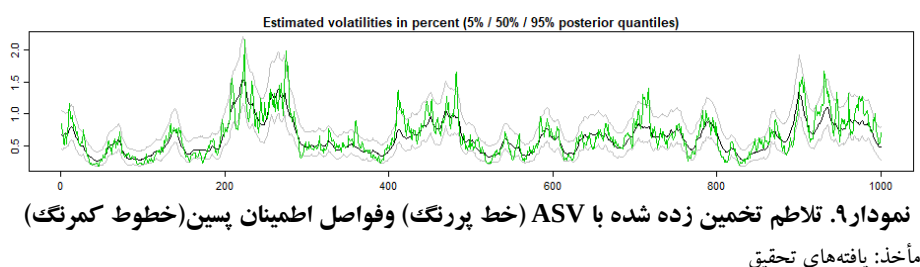
نمودار ۸. نمودار اثر بردار پارامترهای β در مدل SV

مأخذ: یافته های تحقیق

1. Trace

۵-۲-۲. تخمین مدل ASV

در جدول شماره ۴ نتایج تخمین بردار پارامترهای ψ با استفاده از مدل تلاطم تصادفی عدم تقارن یا ASV نشان داده شده است. ضریب اثر اهرمی ρ منفی و از لحاظ آماری معنی دار است وجود اثر اهرمی را در بازار سهام ایران برای ۵۰ شرکت فعال بورس تهران تایید می کند. بنابراین، اخبار منفی واکنش تلاطمی بزرگ تری را به نسبت اخبار مثبت ایجاد می کنند. فاصله اعتبار ۹۵٪ این ضریب $[-0.0447 - 0.2166]$ است که محدوده تقریباً گسترده ای را شامل می شود. انحراف استاندارد شوک های وارد آمده بر لگاریتم تلاطم در مدل ASV نسبت به مدل SV بزرگتر است و فاصله اعتبار ۹۵٪ این ضریب $[0.2058 - 0.5425]$ شواهدی از پراکندگی بیش تر شوک ها و لذا اندازه متفاوت شوک های وارد آمده بر تلاطم در طول زمان را نشان می دهد. این موضوع در نمودار شماره ۹ تلاطم تخمین زده با ASV خود را نشان می دهد که نسبت به مدل SV ناهموازی بیش تری را نشان می دهد.



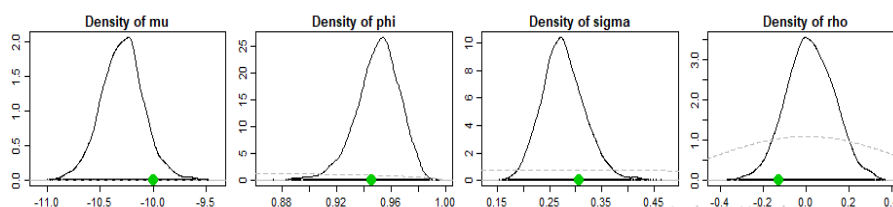
بنابراین، به نظر می رسد که عدم لحاظ کردن اثر اهرمی سبب تخمین های اریبی از تلاطم در مدل SV خواهد شد.

جدول ۴. تخمین بیزی تلاطم براساس فرآیند ASV

ضرایب	$\hat{E}_p(\psi)$	$\hat{V}_p^{0.5}(\psi)$	MCSE	فاصله اعتبار ۹۵٪
σ_ω	۰/۳۷۳۵	۰/۰۷۴۹۹	۰/۰۰۶۸	-۰/۵۴۲۸ ۰/۲۰۵۸
μ	-۱۰/۷۳۰۱	۰/۳۶۶۴۶	۰/۰۱۱۸	-۱۰/۱۳۰۹ -۱۱/۲۹۷۴
ρ	-۰/۱۲۸۹	۰/۰۵۲۲۴	۰/۰۰۳۰۸	-۰/۰۴۴۷ -۰/۲۱۶۶
ϕ	۰/۹۴۶۱	۰/۰۱۸۳۸	۰/۰۰۱۱۳	-۰/۹۷۵۹ ۰/۹۱۴۳

مأخذ: یافته های تحقیق

نمودار شماره (۱۰) توزیع پسین بردار پارامترهای ψ در رابطه (۷) را نشان می دهد. همانگونه که قابل مشاهده است توزیع پسین تمامی ضرایب (نمودار پررنگ) با توزیع پیشین آنها (نمودار کم رنگ) تفاوت دارد که نشان دهنده اثر گذاری داده های بازده بر باورهای پیشین (قبل از مشاهده داده ها) است. در مقایسه با نمودار ۷ روش SV به نظر می رسد اثر گذاری داده ها در چارچوب الگوی ASV شدیدتر از الگوی SV می باشد که این موضوع در نتیجه وجود اثر اهرمی در مدل ASV است. بنابراین، در شرایط عدم وجود اثر اهرمی نحوه اثر گذاری داده ها بر اطلاعات پیشین نسبت به حالتی که این اثر در مدل گنجانده شده است را کمتر از حد برآورد می نماید.

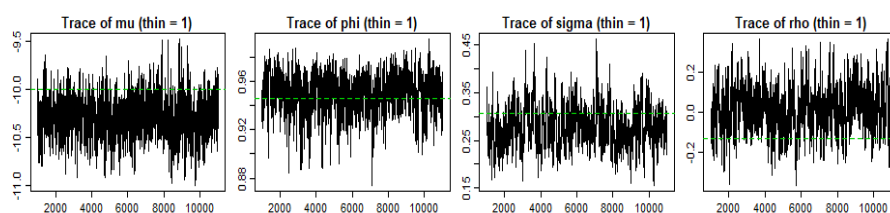


نمودار ۱۰. توزیع پسین ضرایب (نمودار پررنگ)
و توزیع پیشین ضرایب (نمودار کم رنگ) در مدل ASV

مأخذ: یافته های تحقیق

نمودار اثر بردار پارامترهای $\psi = (\mu, \phi, \sigma_\omega, \rho)$ در نمودار شماره (۹) نشان داده شده است. براساس این نمودارها نمونه گیری از توزیع پسین تمام شرطی این ضرایب برای محاسبه $\hat{E}_p(\psi)$ ، $\hat{V}_p^{0.5}(\psi)$ و فاصله اعتبار به نحو مناسبی (به صورت تصادفی) در

۸۰۰۰ تکرار بعدی صورت پذیرفته است و بنابراین برای تولید نتایج معتبر نیازی به افزایش حجم شبیه سازی یا تغییر مدل به دلیل وجود پارامترهای بیش اندازه^۱ نمی باشد.



نمودار ۱۱: نمودار اثر بردار پارامترهای μ, ϕ, σ, ρ در مدل ASV

مأخذ: یافته های تحقیق

۳-۵. مقایسه مدل ها

به منظور مقایسه مدل تلاطم تصادفی با یکدیگر با استفاده از الگوریتم MCMC به تعداد ۱۰۰۰۰ تکرار احتمال پسین صحت هر مدل به دست آمده است و در جدول شماره ۷ نشان داده شده است. براساس این نتایج، بیش ترین احتمال پسین تناسب داده ها با مدل ASV که با $p(ASV | y_t)$ نشان داده شده است برابر با ۰/۲۴ است. از آنجا که احتمال پیشین صحت هر مدل یا $p(M_i)$ برابر مقدار ۰/۲۰ در نظر گرفته شده است، لذا نتایج انتخاب مدل تحت تاثیر توزیع پیشین انتخاب شده برای مدل ها قرار نمی گیرد.

جدول ۷. احتمال پسین تطابق مدل های مختلف تلاطم

مدل	کد	احتمال پسین $p(M_i y_t)$
SV	M_2	۰/۱۹
ASV	M_3	۰/۲۴

مأخذ: یافته های تحقیق

نتایج جدول فوق نشان می دهد که عدم لحاظ کردن وجود اثر اهرمی منجر به انتخاب مدل هایی خواهد شد که احتمال پسین صحت کمتری نسبت به مدل های نامتقارن دارند.

۶. خلاصه و نتیجه گیری

در بسیاری از تحقیقات مالی، تلاطم در بازارهای مالی صرفاً با استفاده از رویکرد GARCH بررسی شده است. نظر به اهمیتی که بازارهای مالی در رشد و توسعه کشورها دارند و مسائلی همچون بحران شدید بازارهای مالی در سال ۲۰۰۸ و عواقب خسارت بار آن بر اقتصاد جهان، استفاده از رویکردهای جایگزین برای اندازه گیری و پیش بینی تلاطم به عنوان یک واقعیت تجربی چنین بازارهایی، ضرورتی انکارناپذیر است. با توجه به چنین ضرورتی، در این تحقیق تلاطم در بازده سهام بازار بورس تهران با استفاده از مدل های فضای حالت غیرخطی یا SV مورد بررسی قرار گرفته است. الگوی SV به دلیل آنکه شامل دو نوع فرآیند نوفه، یکی برای مشاهدات و یکی برای تلاطم پنهان، است نسبت به الگوهای GARCH الگوی واقعی تر و منعطف تر در مدلسازی تلاطم است. به دلیل وجود متغیرهای نامشهود تلاطم (به طور دقیق تر لگاریتم تلاطم) فرم تابع راستنمایی برای تخمین پارامترهای چنین الگویی غیر بسته است. بدین خاطر با روش های کلاسیک نمی توان پارامترها را برآورد کرد. در این تحقیق از روش بیزی MCMC برای تخمین استفاده شده است. نتایج تخمین الگوی SV و ASV نشان داد که ضریب پایداری تلاطم ϕ در معادله حالت لگاریتم تلاطم بسیار بزرگ و نزدیک به یک است. بنابراین، تلاطم در بازار سهام ایران پدیده ای با پایداری بالاست و در نتیجه وقوع شوک های مختلف در این بازار دارای پیامدهای ماندگاری است. نتایج تجربی مقایسه مدل ها با استفاده از روش فاکتور بیزی نشان داد که مدل ASV با داده های بازده سهام سازگارتر از مدل SV و حتی مدل های نامتقارن EGARCH و GJR-GARCH است. این بدان معنی است که وقوع شوک های منفی نسبت به شوک های مثبت امواج تلاطمی بزرگ تری را تولید خواهد کرد. همچنین، معنای دیگر این موضوع آن است که نادیده انگاشتن اثرات اهرمی تخمین اریبی از تلاطم به دست خواهد داد. لذا، تصمیمات مربوط به سرمایه گذاری سهام داران و یا سیاست های سیاست گذاران مالی را دچار عواقب نامناسبی خواهد نمود.

منابع و مآخذ

- Adabi firouzjaee B, Mehrara M, Mohammadi S. Estimation and Evaluation of Tehran Stock Exchange Value at Risk Based on Window Simulation Method. jemr. 2016; 6 (23) :35-73(in Persian)
- Andersen, T. G., & Benzoni, L. (2009). Realized volatility. In T. G. Andersen, R. A. Davis, J.-P. Kreiss, & T. V. Mikosch (Eds.), *Handbook of financial time series* (pp. 555–576). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Behradmehr N, mehrara M, mazraati M, dadafarid H. Forecasting Risk Premium in Crude Oil futures Market with BVAR. jemr. 2017; 8 (29) :7-35(in Persian)
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2018). *Investments management*. Taipei: McGraw-Hill/Irwin.
- Bollerslev, T. (1986). *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. Journal of Econometrics, 31(3), 307–327.
- Bollerslev, T., Engle, R.F. and Nelson, D.B. (1994). ARCH Models, in R.F. Engle and D. McFadden (Eds.), *Handbook of Econometrics Vol. IV*, Amsterdam: North-Holland, PP. 2959–3038.
- Chen, L., Zerilli, P., & Baum, C. F. (2019). Leverage effects and stochastic volatility in spot oil returns: A Bayesian approach with VaR and CVaR applications. *Energy Economics*, 79, 111-129.
- Chou, R.Y. (1988). Volatility Persistence and Stock Valuations: Some Empirical Evidence Using GARCH, *Journal of Applied Econometrics*, 3, 279–294.
- Engle RF (2004). *Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice*. The American Economic Review, 94(3), and 405-420. DOI: 10.1257/0002828041464597.
- Engle, R.F. and Ng, V. (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility, *Journal of Finance*, 48, 1749–1778.
- Engle, R.F., Ng, V.K. and Rothschild, M. (1990a). *Asset Pricing with a Factor-ARCH Covariance Structure*, *Journal of Econometrics*, 45, 235–237.
- Fama, E.F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices, *Journal of Business*, 38, 34–105.
- Geweke, J. and Terui, N. (1993). *Bayesian Threshold Auto-Regressive Models for Nonlinear Time Series*, *Journal of Time Series Analysis*, 14, 441–454.

- Glosten LR, Jaganathan R, Runkle DE (1993). *On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks*. Journal of Finance, 48(5), 1779{1801.
- Hoeting, J. A., Madigan, D., Raftery, A. E., & Volinsky, C. T. (1999). *Bayesian Model Averaging: A Tutorial*. Statistical Science, 14 (4), 382–417.
- Hull, J., and White, A. (1987). The pricing of options on assets with stochastic volatilities. Journal of Finance, 42:281–300.
- Jacquier, E., Polson, N., and Rossi, P. (2004). Bayesian analysis of stochastic volatility models with fat-tails and correlated errors. Journal of Econometrics, (122):185–212.
- Jeffreys, H. (1939). *Theory of Probability*. Oxford: Oxford University Press.
- Kim, S., Shephard, N., & Chib, S. (1998). *Stochastic Volatility: Likelihood Inference and Comparison with ARCH Models*. Review of Economic Studies, 65, 361–393.
- Lee, S. W., & Hansen, B. E. (1994). *Asymptotic Theory for the GARCH (1, 1) Quasi-Maximum Likelihood Estimator*. Econometric Theory, 10, 29–52.
- Lin, Y., Xiao, Y., & Li, F. (2020). Forecasting crude oil price volatility via a HM-EGARCH model. *Energy Economics*, 104693.
- Mandelbrot, B. (1963). *The Variation of Certain Speculative Prices*, Journal of Business, 36, 394–419.
- Meyer, R. and Yu, J. (2000). BUGS for a Bayesian analysis of stochastic volatility models. *Econometrics Journal*, 3, 198–215.
- Nelson, D.B. (1991). *Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach*, *Econometrica*, 59, 347–370.
- Nelson, D.B. and Foster, D.P. (1994). *Asymptotic Filtering Theory for Univariate ARCH Models*, *Econometrica*, 62, 1–41.
- Osiewalski, J. (2001). *Ekonometria Bayesowska w Zastosowaniach*, [Bayesian Econometrics in Applications]. Cracow: Cracow University of Economics.
- Schwert, G.W. (1989). *Why Does Stock Market Volatility Change Over Time?* Journal of Finance, 44, 1115–1153.
- Sims, C.A. (1988), *Bayesian Skepticism on Unit Root Econometrics*, Journal of Economic Dynamics and Control, 12, 463-474.

- Stock, J.H. and Richardson, M.P. (1989). *Drawing Inferences from Statistics Based on Multi-Year Asset Returns*, Journal of Financial Economics, 25, 323–348.
- Taylor, S.J (1986). *Modelling Financial Time Series*. John Wiley, New York.
- Withers, S. D. (2002). *Quantitative Methods: Bayesian Inference, Bayesian Thinking*, Progress in Human Geography, 26 (4), 553–566.
- Y Omori, S Chib, N Shephard, J Nakajima (2007). Stochastic volatility with leverage: Fast and efficient likelihood inference. Journal of Econometrics 140 (2), 425-449, 2007. 295, 2007.
- Yu, J. (2005). On leverage in a stochastic volatility model. Journal of Econometrics, 127(2), 165-178.
- Zhong, M., Darrat, A. F., & Anderson, D. C. (2003). Do US stock prices deviate from their fundamental values? Some new evidence. Journal of banking & finance, 27(4), 673-697.

Modeling Stock Return Volatility Using Symmetric and Asymmetric Nonlinear State Space Models: Case of Tehran Stock Market

Mojtaba Rostami¹, Seyed Nezamuddin Makiyan²

Received: 2019/03/6

Accepted: 2020/11/21

Abstract

Volatility is a measure of uncertainty that plays a central role in financial theory, risk management, and pricing authority. Turbulence is the conditional variance of changes in asset prices that is not directly observable and is considered a hidden variable that is indirectly calculated using some approximations. To do this, two general approaches are presented in the literature of financial economics for modeling and calculating volatility. In the first approach, conditional variance is modeled as a function of the square of the past shocks of return on assets. Models of the GARCH type fall into this category. In the alternative approach, volatility is assumed to be a random variable, which evolves using nonlinear patterns of Gaussian state space. This type of model is known as Stochastic Volatility (SV). Because, SV models include two kinds of noise processes, one for observations and another for hidden, volatility, thus, they are more realistic and more flexible in calculating volatility than GARCH type. This study attempts to analyze the volatility in stock returns of 50 companies, which are active in Tehran Stock Market using symmetric and asymmetric methods of Stochastic Volatility, which is different in the presence of leverage effect. The empirical comparison of these two models by calculating the posterior probability of accuracy of each model using the MCMC Bayesian method represents a significant advantage of the ASV model. The results in both symmetric and asymmetric methods represent the very high stability of the volatility generated by the shocks on stock returns; therefore, the Tehran Stock market changes in returns due to this high sustainability will be predictable.

Keywords: Symmetric and Asymmetric Nonlinear States, Stochastic Volatility, Stock market, Bayesian Method .

JEL Classification: C 4G 4C

1. Ph.D of Economics, Yazd University Email: mojtabarostami1364@yahoo.com

2. Associate Professor in Economics, Yazd University Email: nmakiyan@yazd.ac.ir