ارائهٔ یک رابطهٔ تجربی برای تخمین چقرمگی شکست مود I سنگ حاصل از آزمایش روی نمونه SCB با استفاده از مقاومت کششی

مهدی حسینی*، کوروش عبدالغنی‌زاده؛ دانشگاه بین‌المللی امام خمینی(ره)

تاریخ: دریافت ۹٤/۱۱/۷ پذیرش ۹۵/۰٦/٦

چکیده

در سنگ‌ها ترک‌های ریزی وجود دارد، هنگامی که سنگ تحت تأثیر تنش قرار می‌گیرد تنش در نوک این ترک‌ها متمرکز شده و باعث می‌شود که سنگ قبل از رسیدن به مقاومت نهایی خود بشکند. پارامتری که میزان بحرانی ضریب شدت تنش بر نوک ترک سنگ را نشان می‌دهد چقرمگی شکست است.

از آن‌جا که تعیین چقرمگی شکست مود I به‌وسیلهٔ انجام آزمایش، وقت‌گیر و پرهزینه است بنابراین، روشی ساده برای تعیین چقرمگی شکست سنگ مفید است. در این پژوهش آزمون برزیلی و آزمون خمش سه نقطه روی نمونه‌های نیم دایره‌ای سنگ انجام شده است. پژوهش حاضر با هدف ارائهٔ یک رابطهٔ تجربی برای تخمین چقرمگی شکست مود I سنگ است. نتایج نشان می‌دهد که چقرمگی شکست مود I سنگ‌ها را می‌توان با سطح بالایی از دقت و با استفاده از رابطهٔ ارائه شده که دارای ضریب تعیین ۰/۷۹۷۷ است برآورد کرد.

واژه‌های کلیدی: مقاومت کششی، سنگ، چقرمگی شکست، مود I.

مقدمه

کارهای اولیه در زمینهٔ مکانیک شکست در مواد شکننده متعلق به گریفیث است که در سال ۱۹۲۰ در زمینهٔ شکست شیشه کار می‌کرد. بعد از آن اروین در سال‌های ۱۹۵۲ تا ۱۹۵٤ عاملی به‌نام ضریب شدت تنش را تعریف کرد که مقدار تنش محلی را در اطراف نوک ترک

* نویسنده مسئول meh_hosseini18@yahoo.com

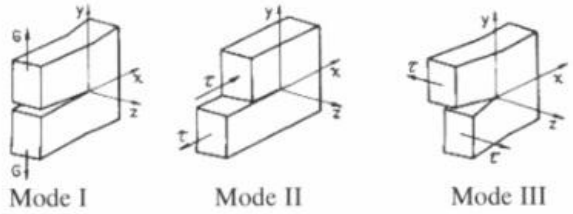
[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

نشان می‌دهد. تحقیقات اولیه در زمینهٔ چقرمگی شکست به کارهای هوک و بینیاوسکی در سال ۱۹۶۵ در آفریقای جنوبی بر می‌گردد. مقدار بحرانی ضریب شدت تنش چقرمگی شکست نامیده می‌شود.

دانستن این پارامتر برای کارهایی که با سنگ در ارتباط هستند بسیار ضروری است. ترک می‌تواند در سه مود ایجاد یا شروع به انتشار کند. این سه مود شامل مود I (حالت کششی)، مود II (حالت برشی) و مود III (حالت ترکیبی) می‌شود (شکل ۱) [۱]. چقرمگی شکست در بسیاری از حوزه‌ها شامل شکست هیدرولیکی، انفجار سنگ، برش سنگ، طراحی فضاهای زیرزمینی و شکست سنگ در فرآوری مواد معدنی کاربرد دارد.



شکل ۱. سه مود اصلی اعمال نیرو در قطعات ترکدار [۱]

سنگ یک ماده شکننده است و چون تمامی مواد شکننده در کشش ضعیف هستند، به‌طور عموم مود I (مود کششی) بحرانی‌ترین حالت بارگذاری در نظر گرفته می‌شود.

در علم مکانیک شکست، شرایط بحرانی یک قطعه ترک‌دار با استفاده از شدت تنش موجود در نوک ترک تخمین زده می‌شود. بدین‌منظور ضرایبی را تحت عنوان ضرایب شدت تنش K_I و K_{II} (به‌ترتیب ضریب شدت تنش در مود اول و مود دوم)، پارامترهای اصلی شکست هستند که میزان مقاومت ماده را در مقابل رشد و گسترش ترک مشخص می‌سازند [۲]. برای آگاهی از وضعیت شروع و رشد ترک و در نهایت شکست قطعه، تعیین مقادیر K_I و K_{II} ضروری است. چقرمگی شکست، مقاومت در مقابل شکست است و هم‌چنین مقدار بحرانی ضریب شدت تنش نیز نامیده می‌شود. سه شیوهٔ متداول برای تعیین ضرایب شدت تنش وجود دارد که شامل روش‌های تحلیلی، عددی و تجربی می‌شود. آزمون‌های آزمایشگاهی برای بررسی فرآیند شکست در نمونه‌های سنگی و شبه‌سنگی حاوی ترک‌های از پیش تعیین

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

شده است. روش‌های عددی مانند روش اجزاء محدود و اجزاء مرزی به‌طور گسترده‌ای برای حل مسائل مربوط به مکانیک شکست براساس تئوری‌های مکانیک شکست الاستیک خطی استفاده شده است [۳]. راه حل‌های تحلیلی برای حل مسائل ساده مکانیک شکست ارائه شده است و برای صحت‌سنجی نتایج حاصل از تحلیل عددی به‌کار می‌رود [٤]. به‌طورکلی، چقرمگی شکست به عواملی چون: دما، نرخ بارگذاری، ترکیب ماده و ساختار میکروسکوپی به‌همراه اثرات هندسی بستگی دارد. فوناتسو و همکارانش در سال ۲۰۱٤ به بررسی اثر دما و فشار جانبی بر چقرمگی شکست مود اول و دوم ماسه سنگ پرداختند آزمایش خمش سه نقطه‌ای بر نمونه‌های نیم دایره‌ای انجام شد و فشار محصور کننده تا ۵ مگاپاسکال افزایش یافت. نتایج نشان داد چقرمگی شکست با افزایش فشار جانبی افزایش می‌یابد [۵].

روش‌های موجود برای اندازه‌گیری چقرمگی شکست را می‌توان بر اساس شرایط بارگذاری آن‌ها به سه دسته تقسیم کرد:

۱. بارگذاری کششی مستقیم ۲. بارگذاری فشاری ۳. بارگذاری خمشی [٦].

روش‌های ذکر شده این مشکلات را دارند:

۱. زمانبر بودن تهیه نمونه‌ها ۲. نیاز به تجهیزات گران قیمت وخاص ۳. دقت بسیار در تهیه نمونه‌ها ٤. نیاز به مدل سازی عددی.

برای جلوگیری از بروز چنین مشکلاتی سعی شده است از روش‌های آسان‌تری برای تخمین چقرمگی شکست سنگ استفاده کرد. یکی از این روش‌ها تخمین چقرمگی شکست سنگ با استفاده از مقاومت کششی است.

در ادامه انواع آزمایش‌های با بارهای خمشی و فشاری که برای تعیین چقرمگی مود I استفاده می‌شود ذکر شده است [٦].

الف) انواع آزمایش‌ها با بار فشاری:

۱. آزمایش روی نمونه دیسک برزیلی دارای ترک مستقیم
۲. آزمایش فشار قطری
۳. آزمایش روی نمونه دیسک برزیلی دارای ترک چورون
۴. حلقه اصلاح شده

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

۵. دیسک برزیلی

۶. دیسک برزیلی تخت شده

ب) انواع آزمایش‌ها با بار خمشی:

۱. بارگذاری خمشی سه نقطه‌ای روی نمونه‌های استوانه‌ای دارای ترک مستقیم[1]

۲. بارگذاری خمشی سه نقطه‌ای روی نمونه‌های استوانه‌ای دارای ترک چورون[2]

۳. بارگذاری خمشی سه نقطه‌ای روی نمونه‌های نیم دایره‌ای دارای ترک مستقیم[3]

۴. بارگذاری خمشی سه نقطه‌ای روی نمونه‌های نیم دایره‌ای دارای ترک چورون[4]

با توجه به‌این‌که برآورد چقرمگی شکست مود I به‌وسیلهٔ آزمایش، وقت‌گیر و پرهزینه است و مشکلات عملیاتی خاص خود را دارند محققانی در گذشته در خصوص ارائه روابط تجربی تلاش‌هایی داشته‌اند. گونزالس و همکاران [۷] و بهاگت [۸] به‌صورت آزمایشگاهی متوجه شدند که چقرمگی شکست مود I با مقاومت کششی ارتباط دارد. ویتاکر و همکارانش نیز روابطی بین چقرمگی شکست مود I و مقاومت کششی، اندیس بار نقطه‌ای، مقاومت تراکمی و سرعت امواج صوت ارائه کردند [۹]. بیرمن [۱۰] رابطه‌ای تجربی بین چقرمگی شکست مود I و اندیس بار نقطه‌ای و براون و همکارانش یک رابطهٔ تجربی بین این پارامتر و دانسیته به‌دست آوردند [۱۱]. در ایران به جز آیت‌الهی و فاتحی که در زمینه چقرمگی شکست در سنگ کار کرده‌اند کار چشم‌گیری انجام نشده است. و آیت‌اللهی نیز در زمینهٔ ارائهٔ روابط تجربی تحقیقاتی انجام نداده است. در این تحقیق برای تعیین چقرمگی شکست مود I از آزمایش بارگذاری خمشی سه نقطه‌ای روی نمونهٔ استوانه‌ای با ترک مستقیم و برای تعیین مقاومت کششی از آزمایش برزیلی استفاده شده است.

در این تحقیق سعی شده است رابطه تجربی میان چقرمگی شکست مود I و مقاومت کششی سنگ ارائه شود.

1. Straight notched round bar under three point bending
2. Chevron notched round bar under three point bending
3. Straight notched semi-circular under three point bending
4. Chevron notched semi-circular under three point bending

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

آزمایش‌های انجام شده

آزمایش‌ها روی شش نوع سنگ شامل ماسه سنگ خاکستری، توف‌سبز، توف لیتیک، تراورتن، آندزیت و سنگ‌اهک انجام شده است. ماسه سنگ، تراورتن و سنگ‌آهک جزو سنگ‌های رسوبی، آندزیت جزو سنگ‌های آذرین بیرونی و توف سبز و توف لیتیک جزو سنگ هلی آذرآواری است (سنگ‌های آواری حاصل از انفجارات آتشفشانی است که بعداً در اثر رسوب‌گذاری سخت شده‌اند.). بنابراین سنگ‌های آزمایش شده دارای منشأهای مختلفی هستند.

برای انجام آزمایش‌های برزیلی و خمش سه‌نقطه‌ای از این بلوک‌ها مغزه‌های لازم تهیه شد.

نمونه‌های آماده شده برای آزمایش برزیلی:

قطر نمونه‌ها: ۵۱ میلی‌متر، طول نمونه‌ها: ۲۵ میلی‌متر.

نمونه‌های آماده شده برای آزمایش خمش سه نقطه‌ای:

قطر نمونه‌ها: ۷۳ میلی‌متر، ضخامت نمونه‌ها: ۳۰ میلی‌متر. سپس نمونه‌ها به‌وسیلهٔ دستگاه برش به دو قسمت نیم‌دایره‌ای تقسیم می‌شوند و در نهایت با اره الماسه (با فرز دستی) ترکی عمود بر مرکز نمونه‌های نیم‌دایره‌ای و به طول ۱۵ میلی‌متر ایجاد می‌شود.

در این تحقیق آزمایش برزیلی و آزمایش خمش سه نقطه‌ای روی نمونه‌های نیم دایره‌ای انجام شده است.

برای انجام آزمایش برزیلی از نمونه‌هایی با قطر ۵۱ میلی‌متر و طول ۲۵ میلی‌متر استفاده می‌گردد برای انجام آزمایش، نمونه‌ها زیرفک‌های قوسی‌شکل دستگاه به‌دقت قرار داده می‌شود و سپس بارگذاری آغاز و تا شکست نمونه ادامه می‌یابد.

مقاومت کششی در آزمایش برزیلی از رابطهٔ (۱) به‌دست می‌آید [۱۲]

$$\sigma_t = 0.636\frac{p}{Dt} \qquad (۱)$$

p : بار در لحظهٔ شکست (N)

D : قطر نمونه (mm)

t : ضخامت نمونه (mm)

σ_t : مقاومت کششی(MPa)

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

نتایج آزمایش را در جدول ۱ مشاهده می‌کنید. نمونه‌های هر سنگ از دو بلوک گرفته شده است از هر بلوک ۵ نمونه تهیه شده و در مجموع از هر نوع سنگ ۱۰ نمونه آماده شده است. در جدول ۱ مقدار میانگین نتایج آزمایش روی هر بلوک ذکر شده است. در نتیجه برای هر نوع سنگ دو مقدار در جدول ۱ ذکر شده که هر کدام مبین مقدار میانگین برای هر بلوک است.

بارگذاری خمشی سه نقطه‌ای روی نمونه نیمه دایره‌ای با ترک مستقیم[5] به‌طور مختصر بارگذاری خمشی روی نمونه نیم‌دایره‌ای[6] (SCB) نیز نامیده می‌شود. این روش را چانگ (Chong) و کوروپو (Kuruppu) در سال ۱۹۸٤ پیشنهاد کردند. مود اول، مود دوم و مود ترکیبی را با تغییر دادن زاویهٔ شیب شکاف نسبت به‌جهت بارگذاری می‌توان به‌دست آورد. این روش را جامعه بین‌المللی مکانیک سنگ استاندارد کرده است در این روش نمونه‌ها از لحاظ ابعاد باید مشخصاتی داشته باشند که در ذیل به آن اشاره می‌شود.

قطر نمونه (D): بزرگ‌تر از ۱۰ برابر اندازه دانه‌ها یا ۷٦ میلی‌متر، ضخامت نمونه‌ها (t): 0.4D یا ۳۰ میلی‌متر، نسبت طول شکاف به شعاع نمونه (β): باید بین ۰/٤ و ۰/٦ (با توجه به‌این‌که طول ترک ۱۵ میلی‌متر است مقدار β در این محدوده قرار می‌گیرد.) و نسبت فاصلهٔ بین نقاط تکیه‌گاهی به قطر نمونه (S/D): باید بین ۰/۵ و ۰/۸ باشد (با توجه به‌این‌که S برابر ۵۰ میلی‌متر است مقدار S/D نیز در این محدوده قرار می‌گیرد). در ابتدا دو آزمایش روی نمونه‌هایی با قطر ۱۰۲ میلی‌متر انجام شد این آزمایش‌ها روی نمونه‌های سنگ‌آهک انجام شد مقادیر چقرمگی به‌دست آمده در این حالت ۱/۲ و ۱/۲۵ مگاپاسکال در جذر متر است. چون تفاوت زیادی در مقادیر چقرمگی شکست در این حالت با نتایج در حالت با قطر ۷۳ میلی‌متر مشاهده نشد. از قطر مینیمم استفاده شد. با توجه به‌این‌که نزدیک‌ترین قطر مغزه‌های حاصل از مغزه‌گیر شرکت هیلتی به قطر ۷٦ میلی‌متر قطر مغزه ۷۳ میلی‌متر است از آن استفاده شد. سایر ابعاد نمونه هم در محدوده استاندارد پیشنهادی قرار دارد. در شکل ۱، ٤ نمونه نیم‌دایره‌ای ترک‌دار از ٤ نوع سنگ قبل از انجام آزمایش را مشاهده می‌کنید.

در نمونهٔ آزمایشگاهی، یک نمونهٔ دیسکی به دو نیمه مساوی بریده می‌شود و از مرکز نمونه‌های

5. Straight notched Semi-Circular under three point Bending
6. Semi-Circular Bending

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

جدول۱. نتایج آزمایش برزیلی

نمونه	ضخامت(mm)	میانگین بار شکست(KN)	میانگین مقاومت کششی(σ_t) (MPa)	انحراف معیار (MPa)
آهک	۲۵	۸/۷	٤/۳٤	۰/۲۱
آهک	۲۵	٦/۳	۳/۱٤	۰/۲۵
ماسه سنگ	۲٦	۱۵/۵	۷/٤۳	۰/۱۵
ماسه سنگ	۲٦	۱٤/۳	٦/۸٦	۰/۱۷
توف سبز	۲۵	۳۱/٤	۱۵/٦٦	۰/۲۷
توف سبز	۲۵	۳٤/۲	۱۷/۰٦	۰/۱۹
توف لیتیک	۲٦	۱۰/۰	٤/۸۰	۰/۱۱
توف لیتیک	۲٦	۸/۱	۳/۸۸	۰/۱٤
آندزیت	۲٤	۲۸/۸	۱٤/۹٦	۰/۲۹
آندزیت	۲٤	۲۲/۲	۱۱/۵٤	۰/۲۳
تراورتن	۲٦	۱۸/٤	۸/۸۲	۰/۲۷
تراورتن	۲٦	۱٦/۱	۷/۷۲	۰/۲۱

به‌دست آمده از سمت صاف آن ترکی مستقیم با طول مورد نیاز در نمونه ایجاد می‌شود. پس از آن، نمونه مطابق شکل ۲ بارگذاری می‌شود.

مقدار چقرمگی شکست با استفاده از رابطهٔ (۲) محاسبه می‌شود.

$$K_{Ic} = \frac{F\sqrt{\pi a}}{Dt} Y_I \qquad (۲)$$

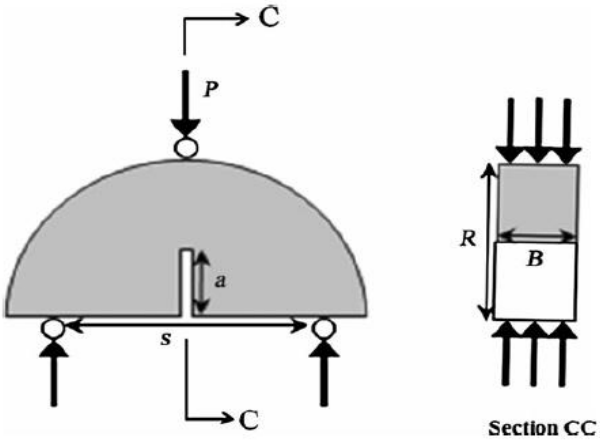
$$Y_I = \left(-1/297 + 9/516\left(\frac{S}{D}\right)\right) - \left(0/47 + 16/457\left(\frac{S}{D}\right)\right)\beta + \left(1/071 + 34/401\left(\frac{S}{D}\right)\right)\beta^2$$

که در آن K_{Ic} : چقرمگی شکست، F : نیروی شکست، a : طول شکاف، D : قطر نمونه، t :ضخامت نمونه، S: فاصلهٔ بین نقاط تکیه‌گاهی (m)، β: نسبت طول شکاف به شعاع نمونه، R: شعاع نمونه (m) و Y_I : ضریب شدت تنش بی‌بعد وابسته به a/R که با مدل‌سازی عددی

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

محاسبه می‌شود. این آزمایش را در سال ۲۰۱٤ جامعهٔ بین‌المللی مکانیک سنگ استاندارد کرده است [۱۳].

شکل۱. نمونه‌ها قبل از آزمایش برای ٤ نوع سنگ (از بالا به پایین سنگ‌آهک، آندزیت، توف سبز و ماسه سنگ)



شکل۲. شرایط بارگذاری [۱۳]

نتایج آزمایش را در جدول ۲ مشاهده می‌کنید. نمونه‌های هر سنگ از دو بلوک گرفته شده است از هر بلوک ۵ نمونه تهیه شده و در مجموع از هر نوع سنگ ۱۰ نمونه آماده شده است. در جدول ۲ مقدار میانگین نتایج آزمایش روی هر بلوک ذکر شده است. در نتیجه برای هر نوع

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

سنگ دو مقدار در جدول ۲ ذکر شده که هر کدام مبین مقدار میانگین برای هر بلوک است. شکل ۳، ٤ نمونه نیم‌دایره‌ای ترک‌دار از ٤ نوع سنگ را بعد از آزمایش نشان می‌دهد.

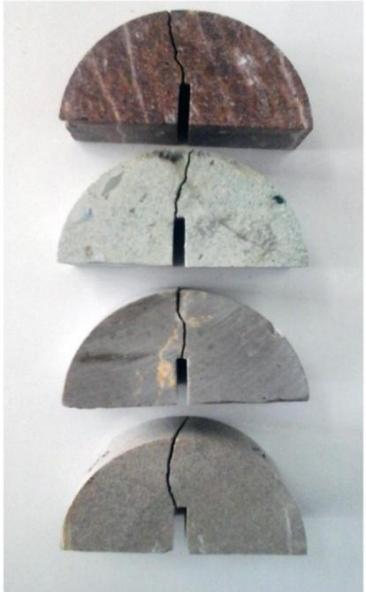
جدول۲. نتایج آزمایش خمش سه نقطه ای

نمونه	ضخامت نمونه (mm)	طول ترک (mm)	میانگین بار شکست(KN)	میانگین چقرمگی(MPa√m)	**انحراف معیار**(MPa√m)
آهک	۳۲	۱٤	۳/۱	۱/۳۲	۰/۰۸
آهک	۳۲	۱٤	۲/۷	۱/۱٥	۰/۰۷
ماسه‌سنگ	۳۲	۱٥	۳/۹	۱/۸۳	۰/۰٥
ماسه‌سنگ	۳۲	۱٥	۳/۱	۱/٤۳	۰/۰۷
توف سبز	۳۰	۱٤	٥/۱	۲/۳	۰/۰۹
توف سبز	۳۱	۱٤	٤/۷	۲/۰٥	۰/۰٦
توف لیتیک	۳۳	۱٤	۲/٦	۱/۰٦	۰/۰٥
توف لیتیک	۳۱	۱٤	۲/۲	۰/۹٦	۰/۰۷
آندزیت	۳۲	۱٥	٤/۳	۱/۹۸	۰/۰۸
آندزیت	۳۱	۱٤	٤	۱/۷٤	۰/۰۹
تراورتن	۳۲	۱٥	۲/۳	۱/۰٦	۰/۰٦
تراورتن	۳۱	۱٥	۲/٦	۱/۲۳	۰/۰۷

تحلیل نتایج

داده‌های به‌دست آمده از آزمایش برزیلی و خمش سه نقطه‌ای در جدول ۳ ارائه شده است. در جدول ۳ برای هر نوع سنگ یک عدد ذکر شده است که میانگین دو عدد ذکر شده برای هر نوع سنگ در جدول‌های ۱ و ۲ است. میانگین‌گیری بین داده‌ها برای به‌دست آوردن داده‌های جدول‌های ۱، ۲ و ۳ صحیح است. زیرا درنتایج حاصل داده‌های پرت وجود نداشت یکی از راه‌های تشخیص داده‌های پرت این است که هر عددی بزرگ‌تر از میانگین به‌علاوه سه برابر انحراف معیار و کوچک‌تر از میانگین منهای سه برابر انحراف معیار باشد داده پرت محسوب می‌شود [۱٤].

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]



شکل۳. نمونه‌ها بعد از آزمایش برای ٤ نوع سنگ (از بالا به پایین آندزیت، توف سبز، سنگ آهک و ماسه سنگ)

جدول۳. خلاصه نتایج آزمایش‌های برزیلی و خمش سه‌نقطه‌ای

نمونه	مقاومت کششی(MPa)	چقرمگی(MPa√m)
آهک	۳/۷٤	۱/۲۳
ماسه سنگ	۷/۱٤	۱/٦۳
توف سبز	۱٦/۳٦	۲/۱۷
توف لیتیک	٤/۳٤	۱/۰۱
آندزیت	۱۳/۲٥	۱/۸٦
تراورتن	۸/۲۷	۱/۱٤

برای مشخص شدن رابطهٔ میان مقاومت کششی و چقرمگی، نمودار مربوط به مقاومت کششی و چقرمگی شکست را در نرم‌افزار excel رسم کرده تا رابطهٔ (۳) و ضریب تعیین (R^2) آن مشخص شود (شکل٤).

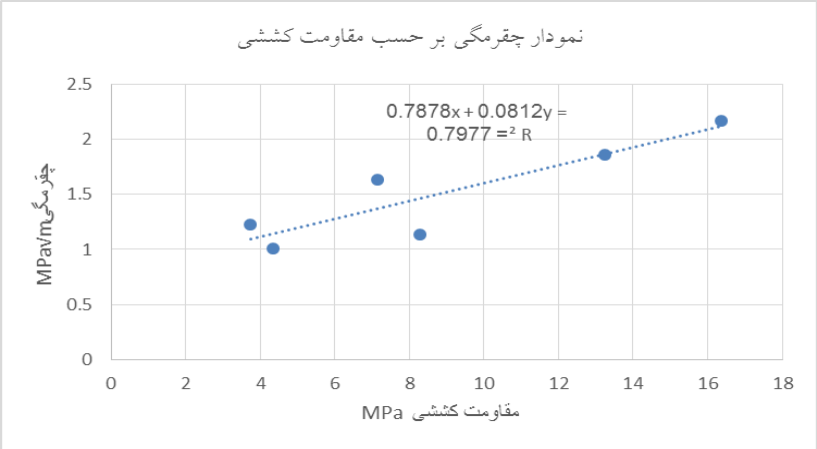
$$K_{IC} = 0.0812\sigma_t + 0.7878 \qquad (۳)$$

$$R^2 = 0.7977$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]



شکل ٤. نمودار چقرمگی شکست مود I بر حسب مقاومت کششی

ضریب تعیین (R^2) در رابطهٔ (۳) نشان می‌دهد که تقریباً ۸۰ درصد از تغییرات چقرمگی شکست مود I را با استفاده از رابطهٔ خطی (رابطهٔ (۳)) می‌توان تخمین زد و ۲۰ درصد از تغییرات چقرمگی شکست را نمی‌توان تخمین زد. این رابطه برای تخمین چقرمگی شکست مود I حاصل از آزمایش خمش سه‌نقطه‌ای روی نمونه‌های نیم‌دایره‌ای با ترک مستقیم مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در ادامه برای بررسی دقت رابطهٔ به‌دست آمده، نتایج این تحقیق با نتایج تحقیقات ویتاکر و ژانگ مقایسه می‌شود.

برای بررسی روابط ارائه شده از ریشهٔ میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده می‌شود که از رابطهٔ (٤) به‌دست می‌آید [۱۵].

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - y_i')^2} \qquad (٤)$$

در بهترین حالت RMSE برابر صفر است.

در این روابط y چقرمگی به‌دست‌آمده از آزمایش و y' چقرمگی تخمین زده شده از روابط است.

رابطه ارائه شدهٔ ویتاکر، ژانگ (بر پایهٔ داده‌های ترکیبی)، ژانگ (بر اساس داده‌های خود) به‌صورت رابطهٔ (۵)، (٦) و (۷) است [١٦].

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

$$\sigma_t = 9.35K_{IC} - 2.53 \quad (۵)$$

$$\sigma_t = 6.88K_{IC} \quad (٦)$$

$$\sigma_t = 8.88K_{IC}^{0.62} \quad (۷)$$

داده‌های آزمایش ویتاکر در جدول ٤ آورده شده‌اند [۸].

جدول٤. داده‌های آزمایش‌های ویتاکر [١٦]

نمونه	مقاومت کششی(MPa)	چقرمگی(Mpa√M)
Nevada tuff	۲/۸	۰/٤۱
Granite	٤/۹۸	۱/٦۵
White limestone	۸/٤۷	۱/۳۸
Siltstone	۲/۸۹	۰/۸
Sandstone	۳/۰۹	۰/٦۷
Fine-grained marble	۵/۷۱	۱

با استفاده از داده‌های ویتاکر بر اساس روابط ارائه شدهٔ ژانگ (بر پایه داده‌های ترکیبی)، ژانگ (بر اساس داده‌های خود)، ویتاکر و این تحقیق، چقرمگی شکست مود I تخمین زده می‌شود. نتایج در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۵. چقرمگی محاسبه شده از داده‌های ویتاکر بر اساس رابطه‌های ژانگ، ویتاکر و این تحقیق

نمونه	چقرمگی(Mpa√m) براساس فرمول ژانگ بر پایه داده‌های ترکیبی	چقرمگی(Mpa√m) بر اساس فرمول ژانگ بر پایه داده‌های خود	چقرمگی(Mpa√m) بر اساس رابطه پیشنهادی	چقرمگی(Mpa√m) بر اساس فرمول ویتاکر
Nevada tuff	۰/٤	۰/۱۵	۱/۰۱	۰/۵۷
Granite	۰/۷۲	۰/۳۹	۱/۱۹	۰/۸
White limestone	۱/۲۳	۰/۹۲	۱/٤۷	۱/۱۷
Siltstone	۰/٤۲	۰/۱٦	۱/۰۲	۰/۵۷
Sandstone	۰/٤٤	۰/۱۸	۱/۰٤	۰/٦
Fine-grained marble	۰/۸۲	۰/٤۹	۱/۲۵	۰/۸۸

RMSE رابطه‌های (۳)، (۵)، (٦) و(۷) با استفاده از داده‌های جدول ۵ در جدول ٦ ارائه می‌شود.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

جدول ٦. RMSE رابطه‌های(۳)، (۵)، (٦) و (۷)

نام رابطه	RMSE
رابطهٔ (۳)	۰/۳۷
رابطهٔ (۵)	۰/۳۸
رابطهٔ (٦)	۰/٤۳
رابطهٔ (۷)	۰/٦۸

داده‌های آزمایش ژانگ (براساس داده‌های ترکیبی) در جدول ۷ آمده است [١٦].

جدول۷. داده‌های مربوط به آزمایش ژانگ (براساس داده‌های ترکیبی) [١٦]

نمونه	مقاومت کششی(MPa)	چقرمگی(MPa√m)
Nevada tuff	۲/۸	۰/٤۱
Granite	٤/۹۸	۱/٦۵
White limestone	۸/٤۷	۱/۳۸
FS marble 1a	٦/۲	۰/۸۵
FS gabbro 1	۱۷/۳	۲/٦۸
Stripa granite	۱۵/٤	۲/۱۵

با استفاده از داده‌های ژانگ (بر پایه داده‌های ترکیبی) بر اساس روابط ارائه شده به‌وسیلهٔ ژانگ (بر پایهٔ داده‌های ترکیبی)، ژانگ (بر اساس داده‌های خود)، ویتاکر و این تحقیق، چقرمگی شکست مود I تخمین زده می‌شود. نتایج در جدول ۸ ارائه شده است.

جدول ۸. چقرمگی محاسبه شده از داده‌های ژانگ (براساس داده‌های ترکیبی) بر اساس رابطه‌های ژانگ، ویتاکر و این تحقیق

نمونه	چقرمگی (Mpa√m) براساس فرمول ژانگ بر پایه داده‌های ترکیبی	چقرمگی (Mpa√m) بر اساس فرمول ژانگ برپایه داده‌های خود	چقرمگی (Mpa√m) بر اساس رابطه پیشنهادی	چقرمگی (Mpa√m) بر اساس فرمول ویتاکر
Nevada tuff	۰/٤	۰/۱۵	۱/۰۱	۰/۵۷
Granite	۰/۷۲	۰/۳۹	۱/۱۹	۰/۸
White limestone	۱/۲۳	۰/۹۲	۱/٤۷	۱/۱۷
FS marble 1a	۰/۹۰	۰/۵٦	۱/۲۹	۰/۹۳
FS gabbro 1	۲/۵۱	۱/٦۱	۲/۱۹	۲/۱۲
Stripa granite	۲/۲۳	۲/٤۳	۲/۰۳	۱/۹۱

RMSE رابطه‌های (۳)، (۵)، (٦) و (۷) با استفاده از داده‌های جدول ۸ در جدول ۹ ارائه می‌شود.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

جدول۹. RMSE رابطه‌های (۳)، (۵)، (٦) و (۷)

نام رابطه	RMSE
رابطهٔ (۳)	۰/٤۱
رابطهٔ (۵)	۰/٤٤
رابطهٔ (٦)	۰/۳۹
رابطهٔ (۷)	۰/۷۲

داده‌های آزمایش ژانگ (بر اساس داده‌های خود) در جدول ۱۰ آمده است [۱٦].

جدول۱۰. داده‌های مربوط به آزمایش ژانگ (براساس داده‌های خود) [۱٦]

نمونه	مقاومت کششی(MPa)	چقرمگی(MPa√m)
FS marble 2a	٤/٦	۰/٦۳
FS marble 3	۳/۵	۰/۲۱
FS gabbro 2c	٦/۲	۰/۵۸
FS marble 1a	٦/۲	۰/۸۵
FS gabbro 1	۱۷/۳	۲/٦۸
Stripa granite	۱۵/٤	۲/۱۵

با استفاده از داده‌های ژانگ (بر اساس داده‌های خود) بر اساس روابط ارائه شدهٔ ژانگ (بر پایهٔ داده‌های ترکیبی)، ژانگ (بر اساس داده‌های خود)، ویتاکر و این تحقیق، چقرمگی شکست مود I تخمین زده می‌شود. نتایج در جدول ۱۱ ارائه شده است.

جدول ۱۱. چقرمگی محاسبه شده از داده‌های ژانگ (براساس داده‌های خود) بر اساس رابطه‌های ژانگ، ویتاکر و این تحقیق

نمونه	چقرمگی (Mpa√m) براساس فرمول ژانگ بر پایهٔ داده‌های ترکیبی	چقرمگی (Mpa√m) بر اساس فرمول ژانگ بر پایهٔ داده‌های خود	چقرمگی (Mpa√m) بر اساس رابطهٔ پیشنهادی	چقرمگی (Mpa√m) بر اساس فرمول ویتاکر
FS marble 2a	۰/٦٦	۰/۳٤	۱/۱٦	۰/۷٦
FS marble 3	۰/۵	۰/۲۲	۱/۰۷۲	۰/٦٤
FS gabbro 2c	۰/۹	۰/۵٦	۱/۲۹	۰/۹۳
FS marble 1a	۰/۹۰	۰/۵٦	۱/۲۹	۰/۹۳
FS gabbro 1	۲/۵۱	۱/٦۱	۲/۱۹	۲/۱۲
Stripa granite	۲/۲۳	۲/٤۳	۲/۰۳	۱/۹۱

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

RMSE رابطه‌های (۳)، (۵)، (٦) و (۷) با استفاده از داده‌های جدول ۱۱ در جدول ۱۲ ارائه می‌شود.

جدول۱۲. RMSE رابطه‌های (۳)، (۵)، (٦) و (۷)

نام رابطه	RMSE
رابطهٔ (۳)	۰/۵۷
رابطهٔ (۵)	۰/۳٤
رابطهٔ (٦)	۰/۱۵
رابطهٔ (۷)	۰/٤۸

با استفاده از داده‌های این تحقیق (جدول ۳) بر اساس روابط ارائه شده به‌وسیلهٔ ژانگ (بر پایهٔ داده‌های ترکیبی)، ژانگ (بر اساس داده‌های خود)، ویتاکر و این تحقیق، چقرمگی شکست مود I تخمین زده می شود. نتایج در جدول ۱۳ ارائه شده است.

جدول ۱۳. چقرمگی محاسبه شده از داده‌های این تحقیق بر اساس رابطه‌های ژانگ، ویتاکر و این تحقیق

نمونه	چقرمگی (Mpa√m) براساس فرمول ژانگ بر پایه داده‌های ترکیبی	چقرمگی (Mpa√m) بر اساس فرمول ژانگ بر اساس داده‌های خود	چقرمگی (Mpa√m) بر اساس رابطه پیشنهادی	چقرمگی (Mpa√m) بر اساس فرمول ویتاکر
آهک	۰/۵٤	۰/۲٤	۱/۰۹	۰/٦۷
ماسه سنگ	۱/۰۳	۰/۷۰	۱/۳٦	۱/۰۳
توف سبز	۲/۳۷	۲/٦۷	۲/۱۱	۲/۰۲
توف لیتیک	۰/٦۳	۰/۳۱	۱/۱٤	۰/۷۳
آندزیت	۱/۹۲	۱/۹۰	۱/۸٦	۱/٦۸
تراورتن	۱/۲۰	۰/۸۹	۱/٤۵	۱/۱۵

RMSE رابطه‌های (۳)، (۵)، (٦) و(۷) با استفاده از داده‌های جدول ۱۳ در جدول ۱٤ ارائه می‌شود.

جدول۱٤. RMSE رابطه‌های (۳)، (۵)، (٦) و (۷)

نام رابطه	RMSE
رابطه(۳)	۰/۱۸
رابطه(۵)	۰/۳٦
رابطه(٦)	۰/٤۱
رابطه(۷)	۰/٦٦

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

با مقایسهٔ نتایج درج شده در جدول‌های ٦، ۹ و ١٤ مشخص است که رابطهٔ پیشنهادی در این تحقیق ریشه میانگین مربعات خطای کم‌تری نسبت به سایر روابط ارائه شده دارد. علی‌رغم این‌که در جدول‌های ٦ و ۹ از داده‌های ویتاکر و ژانگ (بر اساس داده‌های ترکیبی) استفاده شده است ولی با این وجود ریشه میانگین مربعات خطای رابطهٔ پیشنهادی از سه رابطهٔ دیگر کم‌تر است. فقط در جدول ۱۲ که بر اساس داده‌های ژانگ (براساس داده‌های خود) خطاها محاسبه شده است ریشه میانگین مربعات خطا در رابطهٔ پیشنهادی از دیگر روابط بیش‌تر است. در نهایت در مقایسه با سه رابطهٔ دیگر می‌توان گفت رابطهٔ پیشنهادی در این تحقیق با دقت زیادی می‌تواند چقرمگی شکست مود I سنگ را تخمین بزند.

نتیجه‌گیری

از آن‌جاکه تخمین چقرمگی به‌روش مستقیم دارای مشکلات فراوانی است، به‌همین دلیل روش‌های غیرمستقیم برای تخمین چقرمگی سنگ‌ها به‌وجود آمده است. یکی از این روش‌ها تخمین چقرمگی شکست مود I به‌کمک مقاومت کششی است که در این مقاله بررسی شد و رابطهٔ خطی با ضریب تعیین ۰/۷۹۷۷ ارائه شد. با توجه به مقایسهٔ نتایج این رابطه با تحقیقات انجام شده در گذشته می‌توان نشان داد که رابطهٔ ارائه شده می‌تواند با دقت زیادی چقرمگی شکست مود I سنگ‌ها را تخمین بزند.

منابع

۱. آیت‌اللهی م. ر.، پورکاویان م. ح.، محمدعلیها م.ر.، *تعیین حداقل فشار لازم برای آغاز رشد ترک، در عملیات شکست هیدرولیکی*، نشریهٔ علمی-پژوهشی مهندسی معدن، دورهٔ ششم، شمارهٔ دوازدهم، (۱۳۹۰) ٦۱-۷۰.

۲. آیت‌الهی م.ر.، سید موسوی، م. م.، *بررسی اثرات فشار جانبی در عمق زمین بر روی ضرایب شدت تنش مود ترکیبی اول و دوم*، نشریهٔ علمی- پژوهشی مهندسی معدن، دورهٔ سوم، شمارهٔ پنجم، (۱۳۸۷) ۲۱-۳۲.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

۳. حائری ه.، شهریار ک.، فاتحی مرجی م.، معارف‌وند پ.، *استفاده از روش ناپیوستگی جابه جایی در تحلیل انتشار ترک در مواد شبه سنگی*، نشریهٔ روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، شمارهٔ ۵، بهار و تابستان ۱۳۹۲، (۱۳۹۲) ۳۸-۴۹.

٤. بهنیا م.، گشتاسبی ک.، فاتحی مرجی م.، *تأثیر پارامترهای الاستیک لایه‌ها بر نحوه گسترش شکست هیدرولیکی با استفاده از روش ناپیوستگی-جابجایی*، نشریهٔ روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، شمارهٔ ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۱، (۱۳۹۱) ۱-۱۳.

5. Funatsu T., Kuruppu M., Matsui M., "Effects of Temperature and Confining Pressure on Mixed-Mode(I–II) and Mode II Fracture Toughness of Kimachi Sandstone", International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, Vol. 67 (2014) 1-8.

6. Alkılıçgil Ç., "Development Of Specimen Geometries For Mode I Fracture Toughness Testing With Disc Type Rock Specimens", Doctoral Dissertation, Department of Mining Engineering, Middle East Technical University (2010).

7. Gunsallus K. L. Kulhawy F. H., "A comparative evaluation of rock strength measures", Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 21 (1984) 233-248.

8. Bhagat R. B., "Mode I Fracture toughness of coal", Int. J. Min. Eng., Vol. 3, (1985) 229-236.

9. Whittaker B. N., Singh R. N., Sun G., "Rock Fracture mechanics: Principles, design and application", Amsterdam: Elsevier (1992).

10. Bearman R. A., "The use of point load test for the rapid estimation of mode I fracture toughness", Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 36, (1999) 257-263.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]

11. Brown G. I., Reddish DJ., "Experimental relationship between rock fracture toughness and density", Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 34, (1997) 153-155.

12. ISRM "Suggested methods for determining tensile strength of rock materials", Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr, Vol. 15, (1978) 99-103.

13. Kuruppu M. D., Obara Y., Ayatollahi M. R., Chong K. P., Funatsu T., "ISRM-Suggested Method for Determining the Mode I Static Fracture Toughness Using Semi-Circular Bend Specimen", Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 47 (2014) 267–274.

14. Chiang L. H., Pell R. J., Seasholtz M.B., "Exploring process data with the use of robust outlier detection algorithms", J. Process Control, Vol. 13, (2003) 437-449.

15. Minaeian B., Ahangari K., "Estimation of uniaxial compressive strength based on P-wave and Schmidt hammer rebound using statistical method", Arab J Geosci, Vol. 6 (2013) 1925-1931.

16. Zhang Z. X., "An empirical relation between mode I fracture toughness and the tensile strength of rock", Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 34 (2002) 401-406.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1396.11.2.1.0]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.11.2.157]