تخمین پارامترهای مقاومت برشی زهکشی شده خاک‌های ریزدانه جنوب تهران با استفاده از مدل رگرسیون غیرخطی

علی قربانی*؛ دانشگاه گیلان
فرزین کلانتری؛ دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
مازیار ظهوری؛ دانشگاه گیلان

تاریخ: دریافت ۹۰/۲/۷ **پذیرش** ۹۲/٤/۸

چکیده

همواره تعیین دقیق پارامترهای مقاومت برشی خاک‌های ریزدانه با مشکلاتی همراه است. از مهم‌ترین این مشکلات، تهیهٔ نمونه دست‌نخورده با کیفیت مناسب برای انجام آزمایش به‌منظور تعیین پارامترهای مکانیکی خاک است. به‌همین سبب، محققان مختلفی در طی چند دهه گذشته سعی کرده‌اند تا با ایجاد ارتباطی بین پارامترهای مقاومتی با خصوصیات فیزیکی خاک‌ها در یک منطقه مشخص، امکان تخمین پارامترهای مقاومتی را بر اساس خصوصیات فیزیکی خاک‌ها فراهم کنند. هدف از تحقیق حاضر تخمین پارامترهای مقاومتی منطقه‌ای وسیع با خاک‌های آبرفتی ریزدانه در جنوب شهر تهران است. این تخمین بر مبنای تحلیل آماری داده‌های گردآوری شده از این منطقه صورت پذیرفته است. بر این اساس، ابتدا اطلاعات ژئوتکنیکی شامل پارامترهای فیزیکی و مقاومتی ۲۹٤ گمانه حفر شده در این منطقه گردآوری شده است. سپس این داده‌ها به‌طور مستقل از لحاظ آماری تجزیه و تحلیل شدند و بر اساس این تحلیل‌ها، برآوردی از پارامترهای ژئوتکنیکی خاک‌ها در اعماق مختلف و با سطح اطمینان قابل قبول ارائه گردیده است. علاوه بر تجزیه و تحلیل مستقل داده‌ها، بر پایهٔ داده‌های گردآوری شده از این گمانه‌ها، مدل رگرسیونی غیرخطی برای تخمین پارامترهای مقاومت برشی برحسب خصوصیات فیزیکی شاخص خاک‌های ریزدانه (درصد رطوبت و شاخص خمیری) ارائه گردیده است. مدل ارائه شده با دقت قابل قبولی قادر به پیش‌بینی پارامترهای مقاومت برشی زهکشی شده خاک منطقهٔ پژوهش و سایر مناطق مشابه است.

واژه‌های کلیدی: خاک ریزدانه، مقاومت برشی زهکشی شده، تحلیل آماری، مدل رگرسیون غیرخطی

* نویسنده مسئول ghorbani@guilan.ac.ir

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

مقدمه

هدف نهایی از شناسایی ویژگی‌های ژئوتکنیکی هر محل، تعیین پارامترهای ژئوتکنیکی مورد نیاز برای طراحی در آن محل است. مهم‌ترین پارامترهای طراحی مورد نیاز در یک محل، پارامترهای فیزیکی و پارامترهای مقاومتی آن محل هستند. بر این اساس در شناسایی ویژگی‌های ژئوتکنیکی خاک‌های ریزدانه، همواره تعیین پارامترهای فیزیکی نظیر میزان رطوبت خاک (ω)، شاخص خمیری (PI) و پارامترهای مقاومتی نظیر چسبندگی و زاویهٔ اصطکاک داخلی از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند.

در تعیین پارامترهای ژئوتکنیکی خاک یک محل دلایل متعددی از جمله تفاوت در روش نمونه‌گیری از خاک، انتخاب روش‌های متفاوت اندازه‌گیری (آزمایشگاهی و برجا)، تفاوت در روش‌های انجام آزمایش، عوامل انسانی مؤثر درآزمایش‌ها و محدودیت در تعداد نمونه‌گیری، باعث ایجاد تغییرات فراوان در نتایج پژوهش‌ها می‌شوند. به‌همین سبب، نمی‌توان مقادیر مشخص و یک‌سانی را برای پارامترهای خاک‌ها تعیین کرد. از سوی دیگر به‌دلایل مختلف از جمله وسعت قابل توجه منطقه، ناهم‌سانی لایه‌های خاک، تفاوت در سازندهای تشکیل‌دهندهٔ خاک، تفاوت در موقعیت، ضخامت و به‌طورکلی وضعیت هندسی لایه‌های خاک، پارامترهای خاک‌های منطقه از الگوهای تصادفی تبعیت می‌کنند [۱]. به‌همین سبب، همواره در پیش‌بینی رفتار خاک یک محل، تحلیل آماری پارامترهای خاک آن محل امری اجتناب‌ناپذیر است.

تخمین پارامترهای ژئوتکنیکی یک محل همواره برمبنای تحلیل آماری داده‌های گردآوری شده از آن محل استوار است. در تحلیل داده‌های یک محل، داده‌ها می‌توانند به‌طور مستقل و یا از طریق ارتباطی که هر داده با سایر داده‌ها دارد بررسی شوند.

در تحلیل مستقل داده‌ها، میزان تمرکز و پراکندگی داده‌ها با استفاده از شاخص‌های آمار توصیفی تجزیه و تحلیل آماری می‌شوند و بر این اساس نحوهٔ توزیع داده‌ها تعیین می‌شود. سپس در سطحی اطمینان مشخص، برآوردی از پارامترهای خاک‌ها ارائه می‌گردد. مهم‌ترین شاخص تعیین تمرکز داده‌ها، میانگین داده‌ها است. اما مسئلهٔ مهم در تفسیرآماری، بررسی

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

تغییرات موجود در داده‌ها است. میزان این تغییرات با شاخص‌های پراکندگی بیان می‌شود. مهم‌ترین شاخص‌های تعیین پراکندگی دادها، واریانس و ضریب تغییرات داده‌ها هستند [۲].

بر اساس شاخص‌های تمرکز و پراکندگی داده‌ها، نحوهٔ توزیع داده‌ها نیز می‌تواند مشخص شود. نحوهٔ توزیع داده‌ها با دو معیار چولگی و کشیدگی تعیین می‌شود. چولگی در حقیقت معیاری از وجود یا عدم وجود تقارن در تابع توزیع است. برای توزیعی کاملاً متقارن چولگی صفر، توزیع نامتقارن با کشیدگی به‌سمت مقادیر بیش‌تر، چولگی مثبت و برای توزیع نامتقارن با کشیدگی داده‌ها به‌سمت مقادیر کم‌تر، مقدار چولگی منفی است. کشیدگی نیز معیاری از میزان تیزی منحنی در نقطهٔ حداکثر است. مقدار این معیار برای توزیع کاملاً نرمال برابر ۳ است.

روش دیگری که در تخمین پارامترهای خاک یک محل می‌تواند استفاده شود، تخمین یک پارامتر بر اساس دیگر پارامترهای محل است. در این روش ابتدا پارامترهای تأثیرگذار بر پارامتر مورد نظر تعیین می‌گردد و سپس پارامتر مورد نظر بر اساس پارامترهای تأثیرگذار برآن برآورد می‌شود. معمولاً این ارتباط با استفاده از مدل‌سازی‌های رگرسیونی صورت می‌پذیرد. نوع و درجهٔ مدل رگرسیونی نیز بر اساس پراکندگی داده‌ها و تعداد پارامترهای مستقل تأثیرگذار، تعیین می‌شود.

هدف از تحقیق حاضرتخمین پارامترهای مقاومتی محدوده‌ای از جنوب شهر تهران است که با آبرفت ریزدانه پوشیده شده است و بر این اساس، امکان مقایسهٔ خصوصیات این منطقه با سایر مناطق نیز فراهم گردیده است. برای بررسی آماری پارامترهای ژئوتکنیکی این منطقه، ابتدا نتایج آزمایش‌های فیزیکی و مکانیکی این منطقه در بانک اطلاعات گردآوری شده است. سپس این داده‌ها که شامل نتایج آزمایش‌های فیزیکی و مکانیکی هستند بر اساس شاخص‌های آماری توصیف شده‌اند. هم‌چنین برآوردی از پارامترهای فیزیکی و مقاومتی منطقه جنوب تهران نیز ارائه گردیده است. در نهایت ضمن بررسی میزان هم‌بستگی بین پارامترهای مختلف این منطقه، مدل‌های رگرسیون چند متغیره درجهٔ دوم برای تخمین پارامترهای مقاومتی بر اساس میزان رطوبت و شاخص خمیری خاک ارائه گردیده است.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

مرور پژوهش‌های گذشته

تاکنون محققان مناطق متعددی که با خاک‌های ریزدانه پوشیده شده‌اند را بررسی و تحلیل آماری کرده‌اند. در جدول۱ ضریب تغییرات مهم‌ترین پارامترهای ژئوتکنیکی برخی از این مناطق نشان داده شده‌اند. لمب[۱] (۱۹٦٦)، تغییرات خصوصیات چهار نوع خاک شامل رس دریایی، رس ماسه‌دار آبرفتی، ماسه لای‌دار و لای ماسه‌دار را بررسی کرد و نشان داد که پارامترهای حد روانی و حد خمیری، شاخص تراکم، لگاریتم ضریب تحکیم، ضریب چسبندگی زه‌کشی شده خاک‌های چسبنده و تانژانت زاویهٔ اصطکاک داخلی زه‌کش شده ماسه، از توزیع نرمال پیروی می‌کنند [۳]. از طرف دیگر لمب (۱۹۷۱) در تحقیقات بعدی خود نشان داد که زاویهٔ اصطکاک داخلی و ضریب چسبندگی بیش‌تر از توزیع بتا پیروی می‌کنند [٤]. سینگ[۲] و لی[۳] (۱۹۷۰) با تحقیقات خود بر روی لای رس‌دار لس آنجلس نشان دادند که مقاومت برشی خاک‌ها تقریبا از توزیع نرمال پیروی می‌کند و در نهایت مقادیر ضریب تغییرات برای پارامترهای حد روانی و حد خمیری، میزان رطوبت و پارامترهای مقاومتی خاک را بیان کردند [۵]. علاوه بر بررسی‌های ذکر شده، لاکاس[٤] و ندیم[۵] (۱۹۹٦) تحلیل‌های آماری وسیعی در خصوص شاخص‌های آماری شامل ضریب تغییرات، میانگین و نوع توزیع احتمالی پارامترهای مهم خاک‌ها از جمله پارامترهای مقاومتی، حد روانی و خمیری، پارامترهای تحکیمی خاک منتشر کرده‌اند [٦]. با توجه به اهمیت فراوانی که داده‌های حاصل از آزمایش‌های برجا در بررسی‌های تعیین خصوصیات منطقه دارند، فون[٦] و کولهاوی[۷] (۱۹۹۹) پژوهش‌های آماری متعددی در خصوص نتایج آزمایش‌های برجا شامل آزمایش‌های نفوذ استاندارد (SPT)، نفوذ مخروط(CPT)، برش پره (VST)، اتساع‌سنجی (DMT) و پرسیومتر (PMT) بر روی خاک‌های ریزدانه و ماسه‌ای انجام دادند، و میزان میانگین و ضریب تغییرات برای نتایج آزمایش‌های فوق ارائه گردید. هرچند دقت نتایج آزمایش‌های برجا وابستگی مستقیم به نوع خاک مورد آزمایش دارد، لیکن بر اساس بررسی‌های آنان، تغییرات در نتایج آزمایش‌های برجا برای خاک‌های ماسه‌ای بیش‌تر از تغییرات برای خاک‌های رسی است [۷].

---

۱. Lumb ۲. Singh ۳. Lee ۴. Lacasse ۵. Nadim
٦. Phoon ۷. Kulhawy

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

بیچر[۱] (۲۰۰۳) منطقهٔ مربوط به ٤۱ معدن واقع در آمریکای شمالی، آفریقا و ژاپن را بر اساس نتایج آزمایش‌های نفوذ مخروط(CPT) و نفوذ استاندارد (SPT) بررسی کرد و میزان میانگین و ضریب تغییرات عدد نفوذ به‌دست آمده از این آزمایش‌ها را برای منطقه‌های فوق ارائه کرد. وی هم‌چنین با بررسی زاویهٔ اصطکاک داخلی مؤثر ۵ نوع آبرفت مختلف، به توصیف آماری این پارامتر و نوع تابع برازش شده برآن‌ها پرداخت. بر اساس پژوهش‌های وی، تابع توزیع احتمال برای زاویهٔ اصطکاک داخلی در اکثر موارد از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. وی هم‌چنین نتیجه گرفت که تغییرات در نتایج آزمایش‌های آزمایش‌گاهی کم‌تر از تغییرات در آزمایش‌های برجا است. او علت اصلی این موضوع را دقت بیش‌تر درحین انجام آزمایش‌های آزمایشگاهی می‌دانست [۱].

علاوه بر تحقیقات ذکر شده که پارامترهای خاک به‌طور مستقل بررسی شده‌اند، پژوهش‌های متعدد دیگری برای تخمین پارامترهای خاک بر اساس پارامترهای فیزیکی نیز انجام شده است. اسکمپتون[۲] (۱۹۵۷) برای تعیین چسبندگی زهکشی نشده برای رسوبات تحکیم عادی یافته طبیعی رابطهٔ (۱) را ارائه کرد و بر اساس آن چسبندگی زهکشی نشده (S_U) را به فشار مؤثر سربار و نشانه خمیری مرتبط کرده است [۸]:

$$S_U = (0.11 + 0.0037PI) \times P' \qquad (۱)$$

ایگناتووا[۳] (۲۰۰۰) نتایج آزمایش‌های برشی زهکشی نشده ۲۵۵ نمونه از خاک رس دورهٔ ژوراسیک شهر مسکو را جمع‌آوری و از لحاظ آماری تحلیل کرد. وی در این منطقه از مدل‌های رگرسیون خطی چند متغیره برای برقراری روابط هم‌بستگی بین پارامترهای مقاومت برشی خاک و پارامترهای فیزیکی خاک شامل حد روانی (LL)، شاخص خمیری (PI) و نسبت تخلخل (e) استفاده کرد. بر این اساس، رابطهٔ (۲) برای تعیین زاویهٔ اصطکاک داخلی زهکشی نشده خاک و رابطهٔ (۳) برای تعیین ضریب چسبندگی زهکشی نشده (KPa) ارائه شده‌اند [۹]:

$$\varphi = 31.29 - 0.14PI - 3.75e - 8.66LL \qquad R = 0.805 \qquad (۲)$$

$$\text{Log } C = 1.662 + 0.014PI - 0.3361e - 0.3193\,LL \qquad R = 0.819 \qquad (۳)$$

بوراک[٤] (۲۰۰۷) و همکارانش نیز با انجام آزمایش سه‌محوری CU بر روی ۷۹ نمونهٔ دست‌نخورده

۱. Baecher ۲. Skempton ۳. Ignatova ٤. Burak

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

از خاک ریزدانه نوع CL-ML در محلی در شهرآنتالیا ترکیه، از مدل‌های رگرسیونی چند متغیره درجهٔ دو برای تخمین پارامترهای مقاومتی زهکشی نشده بر اساس میزان رطوبت و شاخص خمیری استفاده کردند. بر اساس نتایج پژوهش‌های آنان، در صورت استفاده از مدل رگرسیونی غیرخطی، میزان خطا به‌میزان چشم‌گیری کاهش می‌یابد . بر این اساس روابط (٤) و (٥) به‌ترتیب برای تخمین زاویهٔ اصطکاک در حالت زهکشی نشده و ضریب چسبندگی در حالت زهکشی نشده ارائه گردیدند [۱۰]:

(٤)

$$\varphi = 0.0077\omega^2 + 0.1305\omega - 0.0125PI^2 + 0.4242PI - 0.00012\omega PI - 2.3490 + \varepsilon$$
$$R^2 = 0.73$$

(٥)

$$C = 0.0006\omega^2 - 0.0737\omega - 0.0002PI^2 - 0.0282PI + 0.001\omega PI + 2.3071 + \varepsilon$$
$$R^2 = 0.90$$

در این روابط ε نمایان‌گرانحراف استاندارد تخمین حول منحنی رگرسیون است که نشان‌دهندهٔ میزان خطای استاندارد در تخمین حاصل شده از مدل‌ها است. بر اساس پژوهش‌های آنان میزان این خطا در مدل خطی برای زاویهٔ اصطکاک داخلی و چسبندگی به‌ترتیب ۲/۸۷ و ۰/۰۹ است.

موقعیت جغرافیایی و زمین‌شناسی منطقهٔ پژوهش

منطقهٔ بررسی شده در جنوب شهر تهران قرار دارد. تهران در حد فاصل طول جغرافیایی ۵۱ درجه و ۲ دقیقهٔ شرقی تا ۵۱ درجه و ۳٦ دقیقهٔ شرقی و عرض جغرافیایی ۳۵ درجه و ۳٤ دقیقهٔ شمالی تا ۳۵ درجه و ۵۰ دقیقهٔ شمالی گسترده شده است. در تحقیق حاضر، بخش جنوبی این شهر بررسی شده است. موقعیت جغرافیایی منطقهٔ پژوهش در سیستم مختصات جهانی (UTM) در محدودهٔ مختصاتی (۳۹۵۲۰۰۰، ۵۲٤۰۰۰) و (۳۹۳٦۰۰۰، ۵٤٤۰۰۰) درجه قرار دارد. این منطقه از نظر تقسیمات شهری در برگیرنده مناطق ۹ تا ۲۰ شهر تهران است. موقعیت جغرافیایی شهر تهران و منطقهٔ پژوهش در شکل ۱ نمایش داده شده است.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

گسترهٔ شهر تهران در کوه‌پایه جنوبی کوه‌های البرز مرکزی قرار دارد و شمالی‌ترین فرونشست ایران مرکزی به‌حساب می‌آید. این شهر بر روی نهشته‌های آبرفتی جوان بنا شده است و این نهشته‌ها که از کوه‌پایه‌های البرز تا کنارهٔ کویر جنوبی تهران گسترش دارند، حاصل فعالیت رودخانه‌ها و سیلاب‌های فصلی جریان یافته از کوه‌های البرز هستند. بر اساس پژوهش‌های زمین‌شناسی انجام شده، نهشته‌های آبرفتی دشت تهران از شمال به جنوب از نظر خصوصیات زمین‌شناسی به چهار بخش متمایز تقسیم شده‌اند. این چهار بخش با علائم D, C, B, A مشخص شده است. در شکل ۱ مرز بین این آبرفت‌ها به‌صورت تقریبی نشان داده شده است. چنان‌که در این شکل مشاهده می‌شود این بخش‌ها تقریباً به‌صورت نوارهای شرقی- غربی است که به‌ترتیب از شمال به جنوب تهران گسترده شده‌اند. رسوبات شمال شهر تهران از آبرفت نوع A است که متشکل از شن و ماسهٔ قلوه سنگ‌دار با دانسیتهٔ زیاد و سیمانتاسیون نسبتاً گسترده است. بر این اساس اکثر مقادیر حاصل از نتایج آزمایش SPT در این آبرفت، بیش از عدد ۵۰ است.

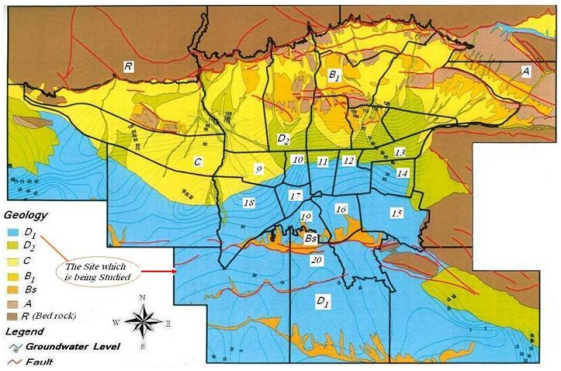
عموماً مقاومت مکانیکی و دانسیتهٔ خاک در بخش میانی شهر تهران نسبت به بخش شمالی این شهر کم‌تر است. بخش میانی شهر تهران از آبرفت‌های نوع B,C تشکیل یافته است. آبرفت نوع B خود به دو بخش شمالی (B_n) و جنوبی (B_s) تفکیک شده است. بخش شمالی این آبرفت(B_n) به‌صورت مخلوطی از شن و ماسه و قلوه سنگ و گاهی هم به‌همراه قطعه سنگ‌های درشت و پراکنده است که به‌طور ناهم‌گون با رس و ماسه همراه است. این در حالی است که بخش جنوبی (B_s) نسبت به بخش شمالی (B_n) همگن‌تر است و میزان رس در آن افزایش می‌یابد [۱۱]، [۱۲].

از دیگر آبرفت‌های تشکیل‌دهندهٔ بخش میانی شهر تهران آبرفت نوع C است. این آبرفت که گسترهٔ چشم‌گیری از شهر تهران را پوشانده است همگن‌تر از سایر آبرفت‌های تشکیل‌دهندهٔ شهر تهران است. به‌طورکلی رسوبات در بخش میانی شهر تهران از رسوبات دانه درشت منفصل (قلوه سنگ و شن گردشده بدون سیمان) و در بخش جنوبی شهرتهران از رسوبات دانه‌ریز (سیلت و رس) تشکیل شده است.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

رسوبات بخش جنوبی شهر تهران از نوع آبرفت D است. این آبرفت متشکل از جوان‌ترین نهشته‌های رودخانه‌ای یا سیلابی است و در بستر رودخانه‌ها، مسیل‌ها و مخروط افکنه‌های جوان بر جای گذاشته شده است. آبرفت نوع D خود به دو بخش D_1 و D_2 تفکیک شده است. بخش D_1 (منطقهٔ پژوهش) این آبرفت در قسمت‌های جنوبی شهر تهران قرار دارد و چنان‌که اشاره شد عموماً از رسوبات ریزدانه‌ای (سیلت و رس) تشکیل شده است. بخش D_2 این آبرفت نیز که قسمت‌هایی از شمال شهر تهران را پوشانده است از رسوباتی با اندازهٔ شن و قلوه سنگ تشکیل شده است و دارای عدسی‌هایی از نوع لای و ماسه نیز است [۱۱]. در شکل ۱ علاوه بر مشخص شدن موقعیت هریک ازآبرفت‌های تشکیل‌دهندهٔ شهر، تراز آب زیرزمینی در این آبرفت‌ها نیزمشخص شده است [۱۲]. با توجه به این شکل مشخص می‌شود در منطقهٔ پژوهش (آبرفت نوع D_1) تراز آب زیرزمینی نسبت به سطح زمین از عمق ۵ تا ٤۵ متر در نوسان است.



شکل۱. موقعیت جغرافیایی منطقهٔ پژوهش و محدودهٔ تقریبی آبرفت‌های تشکیل‌دهندهٔ، تراز آب زیرزمینی و مناطق شهری بررسی شده[۱۲]

بانک اطلاعات ژئوتکنیک استفاده شده در تحقیق

تحقیق حاضر بر اساس داده‌های موجود در بانک اطلاعات ژئوتکنیک ایران انجام شده است [۱۳]. این داده‌های بر مبنای نتایج ارائه شده توسط مشاوران ژئوتکنیک صلاحیت‌دار از طرف سازمان مدیریت کشورگردآوری شده است [۱٤]، [۱۵]، [۱٦]. علاوه برکنترل‌هایی که در هنگام ورود داده‌ها به بانک بر روی داده‌ها صورت پذیرفته است، با هدف کاهش میزان خطا

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

موجود در داده‌ها، محدودیت‌های زیر نیز بر داده‌های استفاده شده در تحقیق، مد نظر قرار گرفته است:

- همهٔ داده‌های انتخاب شده از شرایط یک‌سان آزمایشگاهی(از جمله ابعاد قالب، نوع نمونه) برخوردارند.
- همهٔ داده‌ها با استفاده از روش‌های آماری پالایش شده و داده‌های پرت حذف شده‌اند.

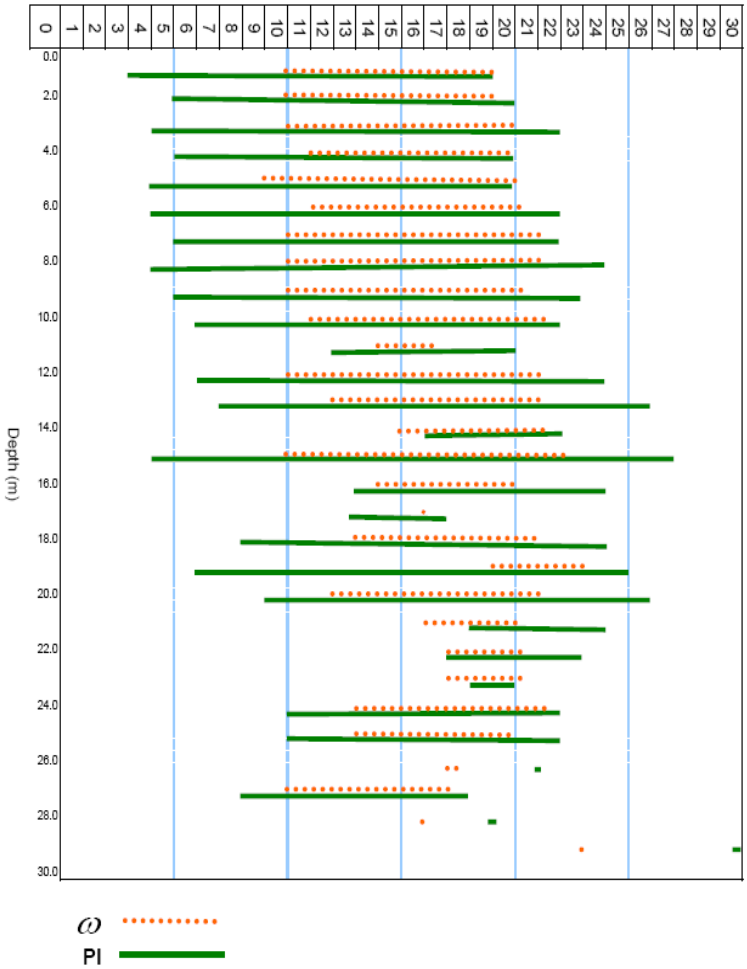
این داده‌های در برگیرنده اطلاعات ۲۹٤ گمانه حفر شده در منطقهٔ جنوب تهران هستند. نمونه‌ای از نحوهٔ گردآوری اطلاعات در این بانک در شکل ۲ نشان داده شده است [۱۳]. مقادیر پارامترهای فیزیکی این ۲۹٤ گمانه در شکل ۳ و موقعیت جغرافیایی و پراکندگی آن‌ها در شکل ٤ نمایش داده شده است.

به‌دلیل اهمیت پارامترهای مقاومتی خاک از یک سو و ناکافی بودن تعداد نتایج آزمایش‌های تک‌محوری، سه‌محوری و برش مستقیم زهکشی نشده از سوی دیگر، در بررسی پارامترهای مقاومتی، تحقیق حاضر تنها نتایج آزمایش‌های برش مستقیم انجام شده بر روی نمونه‌ها در حالت زهکشی شده تحلیل شدند.

شکل۲. نمونه‌ای از داده‌های موجود در بانک اطلاعات ژئوتکنیک ایران [۱۳]

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]



شکل۳. مقادیر پارامترهای فیزیکی استفاده شده در مدل‌سازی رگرسیون منطقه (درصد رطوبت و شاخص خمیری) برحسب عمق

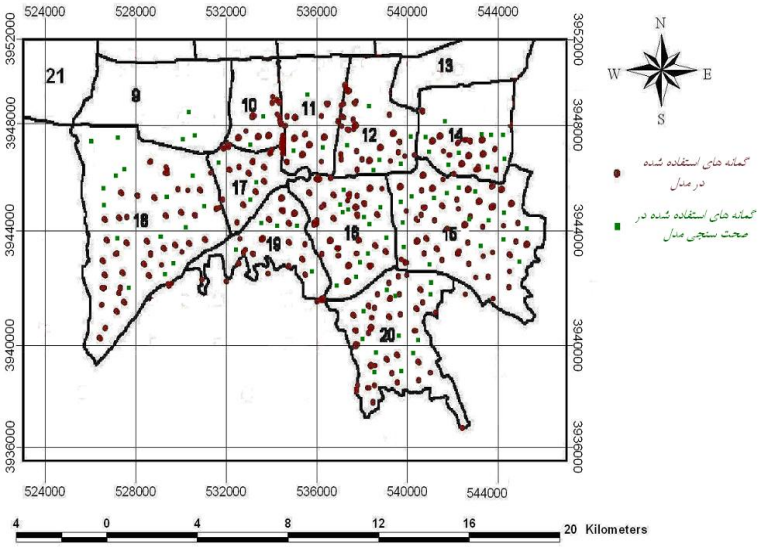
تحلیل آماری پارامترهای منطقهٔ بررسی شده و مقایسه با محل‌های مشابه

برای شناسایی منطقهٔ جنوب تهران، نگارندگان بررسی کاملی بر اساس داده‌های موجود در بانک اطلاعات ژئوتکنیک ایران انجام داده‌اند. نتایج این پژوهش در جدول‌های ۲، ۳ و ٤ تحقیق حاضر ارائه شده است [۱۷]. در جدول ۲ مقادیر فراوانی نسبی طبقه‌بندی نوع خاک در نمونه‌های اخذ شده از منطقهٔ جنوب تهران ارائه شده است. توزیع آماری این مقادیر نیز در

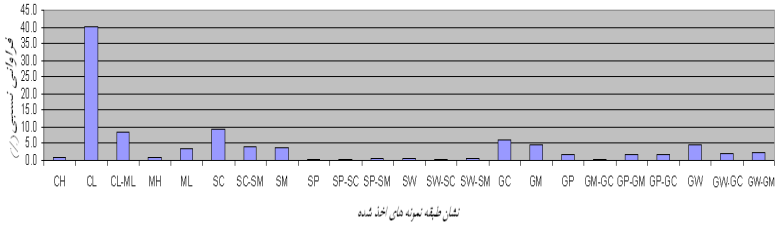
[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

شکل ۵ نمایش داده شده است. بر اساس این شکل مشاهده می‌شود، رس با پلاستیسیته کم (CL) با فراوانی ۴۰/۳٪ دارای بیش‌ترین فراوانی نسبی است و پس از آن ماسهٔ رسی (SC) با فراوانی ۹/۱٪، رس و لای با پلاستیسته کم (CL- ML) با فراوانی ۸/۵٪ و شن رسی(GC) با فراوانی ۶/۲٪ دارای بیش‌ترین فراوانی نسبی در نمونه‌های استخراج شده هستند. بر اساس این نمودار می‌توان نتیجه‌گیری کرد که خاک تشکیل‌دهندهٔ این منطقه عمدتاً ریزدانه است و در برخی مناطق عدسی‌هایی از خاک‌های درشت‌دانه نیز وجود دارد.



شکل ٤. موقعیت جغرافیایی گمانه‌های استفاده شده در تحقیق بر اساس مختصات جهانی(UTM)



شکل۵. نمودار توزیع آماری طبقه‌بندی نمونه‌های اخذ شده ازآبرفت‌های ریزدانه جنوب تهران

برای شناسایی خصوصیات فیزیکی و مقاومتی آبرفت‌های ریزدانه جنوب تهران، ابتدا پارامترهای فیزیکی و مقاومتی این آبرفت از دیدگاه آماری بررسی شده‌اند. نتایج این بررسی

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

در جدول ۳ ارائه شده است. در این جدول مقادیر پارامترهای مقاومت برشی (در دو حالت زهکشی شده و زهکشی نشده) و هم‌چنین پارامترهای فیزیکی(از جمله شاخص خمیری، حد روانی و درصد رطوبت) منطقه با استفاده از شاخص‌های آماری توصیف شده‌اند.

میزان تمرکز پارامترهای فیزیکی منطقهٔ جنوب تهران، براساس شاخص میانگین بررسی شده است. این شاخص براساس رابطهٔ (٦) تعیین شده است. بررسی میزان پراکندگی پارامترهای فیزیکی منطقهٔ پژوهش نیز بر اساس شاخص‌های واریانس و ضریب تغییرات بررسی شده است. این شاخص‌ها به‌ترتیب بر اساس روابط (۷) و (۸) تعیین شده‌اند. نحوهٔ توزیع پارامترهای فیزیکی منطقهٔ پژوهش نیز بر اساس دو معیار چولگی و کشیدگی بررسی شده است . این دو معیار به‌ترتیب براساس روابط (۹) و (۱۰) محاسبه شده‌اند.

$$\mu = E(X) = \frac{\sum X}{n} \qquad (۶)$$

$$\sigma^2 = E(X-\mu)^2 \qquad (۷)$$

$$CV = \frac{S}{\mu} \qquad (۸)$$

$$SK = \frac{E(\mathrm{X}-\bar{X})^3}{S^3} \qquad (۹)$$

$$K = \frac{E(\mathrm{X}-\bar{X})^4}{S^4} \qquad (۱۰)$$

در این روابط X متغیر تصادفی، E(X) امید ریاضی X، S جذر واریانس (انحراف استاندارد) و n تعداد داده‌ها است.

مقادیر میانگین زاویهٔ اصطکاک داخلی موجود در جدول ۳ مشخص می‌کند که خاک‌های منطقه عمدتاً ریزدانه است. این موضوع با توجه به متوسط بودن مقادیر میانگین چسبندگی نیز قابل تأیید است. در این منطقه میانگین حد روانی کم‌تر از ۵۰ درصد است و این امر نشان می‌دهد که این منطقه از خاک ریزدانه و با پلاستیسیته کم تشکیل شده است. با توجه به زیاد بودن مقادیر انحراف استاندارد و ضریب تغییرات برای تمامی پارامترهای این منطقه، مشخص می‌شود این منطقه کاملاً ناهم‌سان است. علاوه بر نتایج فوق با توجه به‌میزان کشیدگی و

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

چولگی پارامترهای ژئوتکنیکی این منطقه، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که هیچ کدام از پارامترهـای خاک این منطقه از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند.

در جدول ۱ علاوه بر ارائه نتایج شناسایی محل‌های مختلف در سایر نقـاط دنیـا، ضـریب تغییرات (بر اساس رابطهٔ ۸) برای پارامترهای آبرفت ریزدانه جنوب تهران نیز ارائه شده اسـت. مقایسهٔ ضریب تغییرات پارامترهای ژئوتکنیکی آبرفـت‌هـای ریزدانـه جنـوب تهـران بـا سـایر منطقه‌های مشابه نشان می‌دهد که برای پارامترهای مقاومتی، حداکثر ضریب تغییرات مربوط به منطقهٔ جنوب تهران است. علاوه بر این، ضریب تغییرات پارامترهـای فیزیکـی منطقـه جنـوب تهران نیز مقادیر نسبتاً بیش‌تری در مقایسه با سایر مناطق دارند. به‌این ترتیب مـی‌تـوان نتیجـه گرفت پراکندگی پارامترهای ژئوتکنیکی منطقهٔ پژوهش در تحقیق حاضر نسبت به سایر منـاطق نسبتاً بیش‌تر است. این موضوع نشان دهنده وجود ناهم‌سانی فراوان در خاک‌های تشکیل‌دهندهٔ این منطقه است.

جدول ۱. مقایسهٔ ضریب تغییرات پارامترهای شناسایی و مقاومتی خاک‌های ریزدانه جنوب تهران با سایر نقاط جهان

Coefficients of variation (ضریب تغییرات) ٪					
موقعیت منطقه	مرجع	PI	LL	Φ u (درجه)	C u (Kg/cm2)
-	[۳]	*	*	۱۵–۵	۵۰–۲۰
-	[٤]، [٥]	۷۹–۷	٤۸–۲	٥٦–۱۲	۵۰–۲۰
لای رس‌دار– لس آنجلس	[٥]	۱۸–۸	۱۱–٦	۲۰–۱۰	٤۰–۲۰
-	[٦]	۲۰–۳	۲۰–۳	*	۵۰–۲۰
رس – دور G ژوراسیک– مسکو	[۹]	۲۳–۵	۲۳–۵	۱٦–٦	۲۵–٦
رس و لای آنتالیا– ترکیه	[۱۰]	۳۷	۳۷	٤۸	۳۹
آبرفت ریزدانه– جنوب تهران	[۱۷]	۵۰	۲٤	٦۲	۱۲٦

برای روشن‌تر شدن خصوصیات ژئوتکنیکی آبرفت ریزدانه جنوب تهران، شاخص میانگین برای هر یک از پارامترهای فیزیکی و مکانیکی این آبرفت نیز در سطح اطمینان ۹۵٪ برآورد شده و در جدول ٤ ارائه شده است. در این جدول علاوه بر این که برآوردها به‌صورت مستقل از عمق نمونه‌گیری (و به‌صورت کلی از سطح تا عمیق ترین عمق، ۳۰ متر) ارائه شده است،

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

بر اساس اعماق مختلف نمونه‌گیری (مثلاً ۰ تا ۵ متر، ۵ تا ۱۰ متر و ..) نیز بررسی شده‌اند. به‌عبارت دیگر با اطمینان ۹۵ درصد، میانگین پارامترهای ژئوتکنیکی در منطقهٔ جنوب تهران در محدوده‌های ذکر شده در این جدول قرار دارند.

برای مقایسه مقادیر پارامترهای فیزیکی و مقاومتی منطقه جنوب تهران با سایر مناطق، در جدول ٤ مقادیر پارامترهای فیزیکی و مکانیکی برخی از مناطق مشابه نیز ارائه شده است. در این جدول، با توجه به ناهم‌سانی زیاد در آبرفت‌های ریزدانه جنوب تهران و هم‌چنین با توجه به این موضوع که نوع خاک این منطقه عمدتاً ریزدانه و از نوع رس با پلاستیسیته کم(CL) است، برآورد شاخص میانگین برای نمونه‌های رس با پلاستیسیته کم نیز به‌طور جداگانه ارائه شده است.

جدول۲. فراوانی نسبی مقادیر طبقه‌بندی شده نمونه‌های اخذ شده از خاک‌های جنوب تهران

فراوانی نسبی(٪)	طبقه خاک	فراوانی نسبی(٪)	طبقه خاک	فراوانی نسبی(٪)	طبقه خاک
۱/۱	CH	۹/۱	SC	٦/۲	GC
٤۰/۳	CL	٤/۱	SC-SM	٤/۷	GM
۸/۵	CL-ML	۳/۸	SM	۱/۹	GP
۱/۰	MH	۰/۵	SP	۰/۳	GM-GC
۳/۳	ML	۰/۳	SP-SC	۱/۷	GP-GM
-	-	۰/٦	SP-SM	۱/٦	GP-GC
-	-	۰/۵	SW	۵/۰	GW
-	-	۰/۲	SW-SC	۲/۰	GW-GC
-	-	۰/۷	SW-SM	۲/٦	GW-GM
۵٤/۲	جمع	۱۹/۸	جمع	۲٦	جمع

ارائه مدل رگرسیونی برای تعیین پارامترهای مقاومت برشی زهکشی شده

در هر محل اندازه‌گیری پارامترهای مقاومت برشی همواره پرهزینه، وقت‌گیر و با خطای فراوان همراه است. این در حالی است که اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی به‌آسانی، با هزینهٔ اندک و اتلاف زمان کم‌تری قابل انجام است. به‌این دلیل محققان مختلفی سعی کرده‌اند تا با ایجاد ارتباطی بین پارامترهای مقاومتی با خصوصیات فیزیکی خاک‌ها در یک محل مشخص، امکان تخمین پارامترهای مقاومتی را بر اساس خصوصیات فیزیکی خاک‌ها فراهم کنند.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار بر مقاومت برشی خاک‌های دانه‌ای، تنش همه جانبه، نسبت تخلخل و میزان رطوبت هستند. پارامترهای اصلی مؤثر بر مقاومت برشی در خاک‌های ریزدانه نیز شاخص خمیری و میزان رطوبت هستند [۱۹]. بر این اساس معمولاً مدل‌های رگرسیونی پیشنهاد شده برای تخمین پارامترهای مقاومتی خاک‌ها به پارامترهای فوق وابسته هستند.

در تحقیق حاضر از مدل رگرسیونی غیرخطی برای ایجاد رابطه بین پارامترهای مقاومت برشی و پارامترهای فیزیکی خاک‌های منطقهٔ جنوب تهران، استفاده شده است.

۱. بررسی هم‌بستگی بین پارامترهای ژئوتکنیکی

باتوجه به ریزدانه بودن خاک‌های منطقهٔ جنوب تهران، ابتدا میزان هم‌بستگی پارامترهای مقاومتی با پارامترهای شاخص خمیری و میزان رطوبت بررسی شده است و سپس بر این اساس، مدل رگرسیونی برای تخمین پارامترهای مقاومتی پیشنهاد گردیده است. برای بررسی میزان هم‌بستگی بین دو پارامتر از نمودار پراکندگی استفاده می‌شود. نوع هم‌بستگی (مستقیم یا معکوس) و شدت هم‌بستگی (ضعیف یا قوی) بین دو پارامتر نیز با استفاده از ضریب هم‌بستگی تعیین می‌شود. این ضریب که با r نشان داده می‌شود برای دوسری متغیر تصادفی X_i, Y_i بر اساس رابطهٔ (٦) محاسبه می‌شود:

$$r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}} \qquad (۱۱)$$

در این رابطه $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ به‌ترتیب مقادیر میانگین برای پارامتر X_i و Y_i است. ضریب هم‌بستگی همواره در محدودهٔ $-1 \leq r \leq +1$ قرار دارد. نزدیک بودن این ضریب به اعداد ۱± نشان‌دهندهٔ شدت هم‌بستگی و علامت این ضریب نشان داهنده نوع هم‌بستگی بین دو پارامتر است.

در شکل ٦ نمودار پراکندگی و مقادیر ضریب هم‌بستگی پارامترهای مقاومتی زهکشی شده خاک بر حسب میزان رطوبت و شاخص خمیری خاک برای منطقهٔ جنوب تهران نشان داده شده است. بر این اساس مشاهده می‌شود در منطقهٔ پژوهش، بین ضریب چسبندگی خاک با میزان رطوبت و شاخص خمیری خاک هم‌بستگی مستقیم وجود دارد. ضریب این هم‌بستگی بین چسبندگی با میزان رطوبت نسبتا خوب و با شاخص خمیری نسبتا کم است. در خصوص

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

زاویهٔ اصطکاک داخلی خاک این منطقه نیز بین زاویهٔ اصطکاک داخلی خاک با میزان رطوبت و شاخص خمیری خاک هم‌بستگی معکوس وجود دارد . شدت این هم‌بستگی بین زاویهٔ اصطکاک داخلی با میزان رطوبت قوی و با شاخص خمیری متوسط است. به‌عبارت دیگر می‌توان نتیجه‌گیری کرد در منطقهٔ جنوب تهران با افزایش میزان رطوبت خاک، عموماً میزان چسبندگی زهکشی شده خاک افزایش و میزان زاویهٔ اصطکاک داخلی زهکشی شده خاک کاهش می‌یابد.

لازم به توضیح است عوامل متعدد دیگری مانند نسبت تخلخل، عمق نمونه و ... نیز می‌تواند بر پارامترهای مقاومتی تأثیر داشته باشد که در تحقیق حاضر به دلایل گوناگون از جمله مشاهده عدم رابطه هم‌بستگی بین داده‌های گرد آوری شده و یا عدم کفایت داده‌های موجود در بانک اطلاعات، این داده‌ها در ساخت مدل مورد استفاده قرار نگرفته است.

۲. معادلات رگرسیون خاک‌های منطقه جنوب تهران

با توجه به هم‌بستگی که بین پارامترهای مقاومتی خاک‌های جنوب تهران با میزان رطوبت و شاخص خمیری این منطقه وجود دارد، مدل‌های رگرسیونی خطی و غیرخطی متعدد بررسی شد. برای این منظور از ۲۹٤ گمانه موجود در بانک اطلاعات منطقه، ۲۰٤ گمانه برای ساخت مدل‌ها استفاده شدند. در نهایت مناسب‌ترین روابط برای پیش‌بینی پارامترهای مقاومت برشی زهکشی شده خاک این منطقه بر اساس میزان رطوبت و شاخص خمیری خاک (با در نظر گرفتن محدوده‌های ذکر شده در جدول ۳ بدین شرح به‌دست آمدند:

$$C' = 0.0188\omega^2 - 0.329\omega + 0.00180PI^2 + 0.0834PI - 0.0107\omega * PI + 1.61 \quad (۱۲)$$

$$\varphi' = -0.178\omega^2 - 3.11\omega - 0.0649PI^2 + 0.93PI + 0.189\omega * PI + 74.6 \quad (۱۳)$$

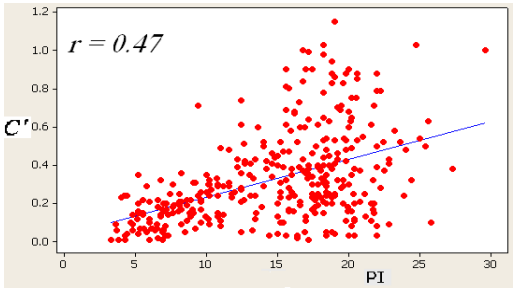
هم‌چنین با توجه به این که خاک منطقهٔ جنوب تهران عمدتاً ریزدانه و از نوع رس با پلاستیسیته کم (CL) است، مدل‌های رگرسیون جداگانه‌ای برای تخمین پارامترهای مقاومت برشی خاک CL در این منطقه ارائه شده است (روابط ۱٤ و ۱۵):

$$C' = 0.0219\omega^2 - 0.382\omega + 0.00214PI^2 + 0.113PI - 0.0134\omega * PI + 1.8 \quad (۱٤)$$

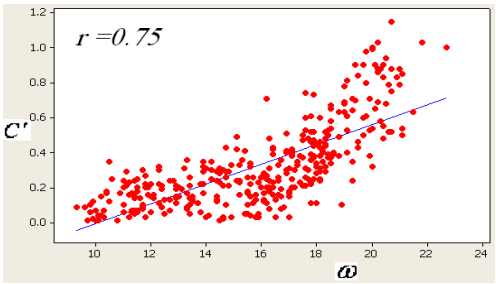
$$\varphi' = -0.186\omega^2 - 3.86\omega - 0.0826PI^2 + 0.465PI + 0.263\omega * PI + 80.3 \quad (۱۵)$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

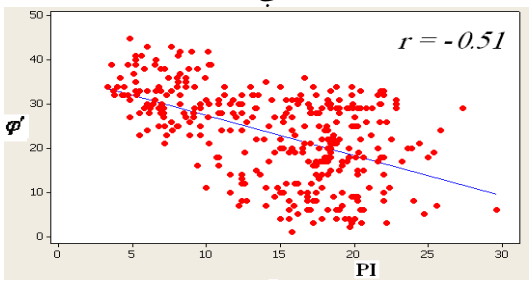
[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]



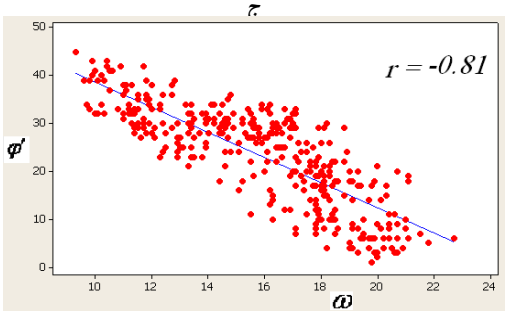
الف



ب



ج



د

شکل ٦. نمودارهای هم‌بستگی بین پارامترهای مختلف خاک‌های ریزدانه جنوب تهران الف) هم‌بستگی بین میزان چسبندگی (زهکشی شده) و شاخص خمیری ب) هم‌بستگی بین میزان چسبندگی (زهکشی شده) و میزان رطوبت ج) هم‌بستگی بین زاویهٔ اصطکاک داخلی (زهکشی شده) و شاخص خمیری د) هم‌بستگی بین زاویهٔ اصطکاک داخلی (زهکشی شده) و میزان رطوبت

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

جدول۳. توصیف آماری پارامترهای ژئوتکنیکی خاک‌های ریزدانه جنوب تهران

آماره‌های توصیفی	Direct Shear				Atterberg Test		ω (%)
	φ_u) درجه)	C_u (Kg/cm2)	φ') درجه)	C' (Kg/cm2)	PI(%)	LL(%)	
Mean (میانگین)	۱۹/٤۷	۰/۲٦	۲۵/۳۹	۰/٤٦	۱۱/۷٤	۳۰/۷۳	۱۵/۸
Standard Deviation (انحراف استاندارد)	۱۲/۰۹	۰/۳۳	۱۰/۹۳	۱/۸۲	۵/۸۹	۷/۲٤	۳/۱۱
Coefficients of variation (ضریب تغییرات) %	٦۲	۱۲٦	٤۳/۰۳	۳۹۱/۵٤	۵۰/۱۵	۲۳/۵٦	۱۹/۷
Maximum	۳۷/۰۰	۱/٦۵	٤۹/۰	۳۰/۰۰	٤۹/۰۰	۸۸/۰۰	۲۲/۷
Minimum	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۱/۰۰	۲/۰۰	۳/۹
Kurtosis(کشیدگی)	-۱/۱۵	٤/۸۷	-۰/٦۲	۱٦۱/۱۳	۱/٤۸	۲/۳۹	-۰/۲۱
Skewness(چولگی)	-۰/٦۲	۲/۱۰	-۰/۳٦	۱۲/۰۹	۰/۹۹	۱/۰۵	-۰/۹۸

جدول ٤. مقایسهٔ برآورد خصوصیات خاک‌های ریزدانه جنوب تهران با مناطق مشابه

نوع خاک- موقعیت منطقه	مرجع	عمق (m)	LL (%)	PI (%)	q_u (Kg/cm2)	C' (Kg/cm2)	φ' (درجه)	C (Kg/cm2)	φ (درجه)
آبرفت ریزدانه جنوب تهران*	[۱۷]	-۳۰	۳۰	۱۲	۱.۲ - ۲.۲	-۰.۳۲	-۲٦	-۰.۳۵	-۲۲
		۰-۵				-۰.۳۳	-۲۷	-۰.٤۵	-۲۲
		-۱۰				-۰.۳۲	-۲٦	-۰.٤۵	-۲۲
		-۱۵				-۰.۳٦	-۲۷	-۰.۲۷	-۲٦
		-۳۰				-۰.۳٦	-۲۸	-	-
رس جنوب تهران*	[۱۷]	-۳۰	-۳۳	-۱۳		-۰.۵۰	-۲۰	-	-
رس نسبتاً پیش تحکیم یافته با خاصیت خمیری و حساسیت زیاد Leda اوتاوا (کانادا)	[۱۸]	۹-٦	٤٦	۳۲	۰.۸	-	-	-	-
		-۱۲	۳۳	۲۵	۰.۸۲	-	-	-	-
		-۱۵	۳٤	۲۵	۰.۹۵	-	-	-	-
		-۱۸	۲۷	۲۲	۰.۸۲	-	-	-	-
		-۲۱	۳۸	۱۰	۰.۸۹	-	-	-	-
رس نرم دریایی آبی‌رنگ	[۱۹]	-۱۲	۷۰	۳۰	-	-	-	-	-
رس نرم خلیج مکزیک		٦-۰	۱۱۱	۸۰	۰.۲٦	-	-	-	-
رس نسبتاً نرم تا سفت		-۳۲	۷۳	۵۰	۰.۲۹	-	-	-	-
رس لای و ماسه‌دار خلیج		-۵۰	۸۵	٦۵	۰.۵۳	-	-	-	-
رس لندن	[۱۹]	۳-۲	-	-	-	۰.۰۷	۲۰	-	-
		۷-۳	-	-	-	۰.۱۵	۲۰	-	-
		-۱۰	-	-	-	۰.۳۱	۲۰	-	-
		۳۵	-	-	-	۱.۰۰	۳۰	-	-

** مقادیر ارائه شده برآورد میانگین با سطح اطمینان ۹۵٪ است.*

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

در این روابط واحد شاخص خمیری و میزان رطوبت، درصد و واحد ضریب چسبندگی (Kg/cm۲) است. هم‌چنین برای استفاده از این روابط میزان رطوبت باید به‌صورت مقدار رطوبت (و نه درصد رطوبت) استفاده شود.

معمولاً ارزیابی دقت مدل رگرسیون، از طریق تعیین شاخص‌هایی صورت می‌پذیرد. هدف از محاسبه‌ای این شاخص‌ها آشکار شدن تفاوت" *مقادیر مشاهده شده (مقادیر واقعی)*" و" *مقادیر برآورده شده با مدل رگرسیون*" است. این تفاوت همان خطای موجود در تخمین است. در تحقیق حاضر ارزیابی دقت مدل پیشنهادی در روابط (۱۲) تا (۱۵) با استفاده از این روش‌ها بررسی شده است:

الف) بررسی میزان خطائ باقی‌مانده مدل رگرسیون. با استفاده از این آماره که بر اساس رابطهٔ (۱٦) مشخص می‌گردد میزان خطا یا اریبی (Bias) برای هریک از داده‌ها تعیین می‌شود.

ب) بررسی میزان خطای استاندارد تخمین مدل (ε). این آماره بر اساس رابطهٔ (۱۷) محاسبه می‌شود و پراکندگی دادها را حول منحنی رگرسیون مشخص می‌کند. واحد این شاخص همان واحد پارامتر است.

ج) بررسی ضریب تشخیص مدل (CD). این ضریب که با R^2 نیز نمایش داده می‌شود مشخص می‌کند چه مقدار از تغییرات متغیرهای مستقل بر اساس مدل قابل توجیه است. حداکثر مقدار این آماره ۱ است. هرچه مقدار این آماره به عدد ۱ نزدیک‌تر باشد پراکندگی بین مقادیر برآورد شده و مقادیر اندازه‌گیری شده کم‌تر است. ضریب تشخیص در مدل رگرسیون خطی همان مربع ضریب هم‌بستگی است که در رابطهٔ (۱۱) به آن اشاره شد. در حالت کلی ضریب تعیین بر اساس رابطهٔ (۱۸) محاسبه می‌شود.

د) جذر میانگین مربع خطا (RMSE) این آماره بر اساس رابطهٔ (۱۹) محاسبه می‌شود. بر اساس این رابطه، هرچه مقادیر برآورد شده به مقادیر اندازه‌گیری شده نزدیک‌تر باشد، مقدار این آماره کم‌تر می‌شود. حداقل این آماره صفر است و این حالتی است که تمامی مقادیر برآورد شده بر مقادیر اندازه‌گیری شده منطبق باشد. واحد این شاخص همان واحد پارامتر است.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

هم‌چنین برای ارزیابی دقت مدل رگرسیون پیشنهادی علاوه بر بررسی شاخص‌های فوق، نمودارهای مقادیر مشاهده شده و مقادیر برآورده شده بامدل رگرسیون نیز ترسیم گردیده است.

$$e = \hat{Y}_i - Y_i \qquad (۱۶)$$

$$\varepsilon = \left[\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{N - K - 1} \right]^{0.5} \qquad (۱۷)$$

$$DC = R^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y}_i)^2}{\sum (Y_i - \bar{Y}_i)^2} \qquad (۱۸)$$

$$RMSE = \left[\frac{\sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2}{N} \right]^{0.5} \qquad (۱۹)$$

در روابط فوق $\hat{Y}_i$ مقادیر برآورده شده با مدل رگرسیون، Y_i مقادیر اندازه‌گیری شده، N تعداد مشاهدات وK تعداد متغیرهای مستقل است.

شاخص‌های ارزیابی دقت مدل‌های ارائه شده در روابط (۱۲) تا (۱۵) در جدول ۵ ارائه شده است. هم‌چنین در شکل‌های ۷ و ۸ نمودار پراکنش بین مقادیر اندازه‌گیری شده و مقادیر برآورده شده از این روابط نمایش داده شده است. چنان‌که در شکل ۷. الف مشاهده می‌شود مقدار خطا باقی‌مانده برای ضریب چسبندگی عمدتاً کم‌تر از (۲ Kg/cm)۰/۱ ± است که این مقدار در مقایسه با تغییرات ضریب چسبندگی در این منطقه ناچیز است. میزان حداکثر این خطا نیز تنها برای برخی از تخمین‌ها به بیش‌تر (Kg/cm۲)۰/۲ ± می‌رسد. هم‌چنین نسبت مقادیر پیش‌بینی شده به مقادیر اندازه‌گیری شده (شکل ۷. ب) نیز عموماً در بین محدوده‌های ۰/٦ تا ۱/٤ قرار دارد. این موضوع برای رابطهٔ (۱۳) (شکل‌های ۷. ج،۷. د) از روند بهتری برخوردار است. چنان‌که در شکل ۷. ج مشاهده می‌شود باقی‌مانده خطا برای زاویهٔ اصطکاک

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

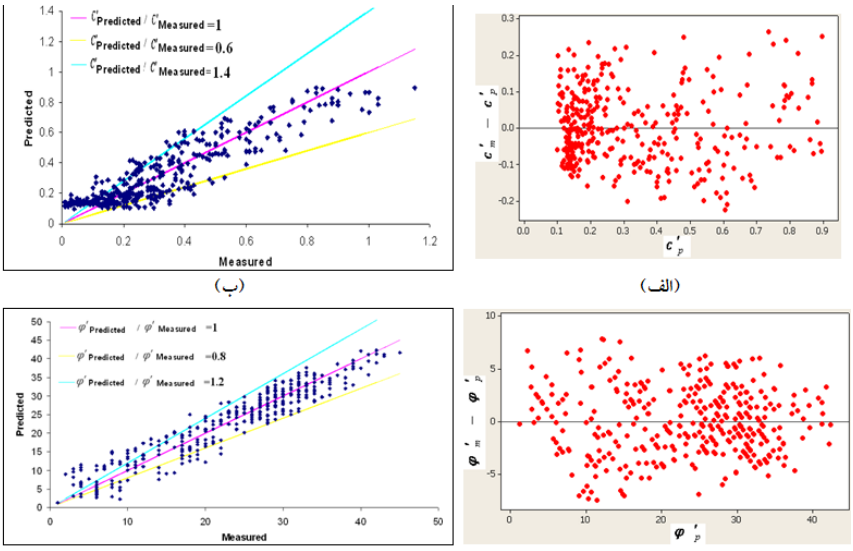
داخلی آبرفت ریزدانه جنوب تهران نیز عمدتاً کم‌تر از ۳ ± درجه است. به‌همین دلیل در اکثر مقادیر نسبت مقادیر پیش‌بینی شده به مقادیر اندازه‌گیری شده در محدودهٔ ۲۰٪ اختلاف (۰/۸ تا ۱/۲) قرار دارد (شکل ۷. د). در مجموع بر اساس نمودارهای ارائه شده در شکل ۷ می‌توان نتیجه‌گیری کرد مدل ارائه شده برای برآورد مقادیر زاویهٔ اصطکاک داخلی (رابطهٔ ۱۳) از خطای کم‌تری نسبت به مدل برآورد ضریب چسبندگی (رابطهٔ ۱۲) برخوردار است. افزایش شاخص R^2 برای رابطهٔ (۱۳) نسبت به رابطهٔ (۱۲) نیز تأییدکنندهٔ این موضوع است. علت اصلی وجود خطا در این دو رابطه پراکندگی و ناهم‌سانی مقادیر در آبرفت جنوب تهران است. در مجموع با توجه به این که مقادیر خطای باقی‌مانده در مقایسه با مقادیر اندازه‌گیری شده در این منطقه ناچیز است، می‌توان نتیجه گرفت مدل‌های ارائه شده از دقت قابل قبولی برخوردار هستند.

در شکل ۸ نمودارهای ارزیابی دقت روابط (۱٤) و (۱۵) ارائه شده است. در شکل‌های ۸. الف، ۸. ب مقادیر باقی‌مانده خطا و نسبت مقادیر برآورد شده به مقادیر اندازگیری شده برای پارامتر ضریب چسبندگی نشان داده شده است. چنان‌که در این شکل‌ها نیز مشخص است، حداکثرخطای باقی‌مانده حدود (Kg/cm۲) ۰/۱۵ ± است. هم‌چنین به‌جز چند داده معدود، نسبت مقادیر برآورد شده به‌مقادیر اندازگیری شده در محدودهٔ ۰/۸ تا ۱/۲ قرار دارند. در خصوص تخمین زاویهٔ اصطکاک داخلی (شکل‌های ۸. ج ،۸. د) حداکثر خطای باقی‌مانده عمدتاً کم‌تر از ۲/۵ ± درجه است و نسبت مقادیر برآورد شده به مقادیر اندازگیری شده تقریباً برای تمامی مقادیر در محدودهٔ ۰/۸ تا ۱/۲ قرار دارند.

مقایسهٔ شاخص‌های ارزیابی دقت روابط (۱۲) با (۱٤) در جدول ۵ نشان می‌دهد مقدار خطای تخمین مرتبط با رابطهٔ (۱٤) نسبت به رابطهٔ (۱۲) کاهش داشته است زیرا در رابطهٔ (۱٤) آماره‌های ε و $RMS1$ به‌طور چش‌گیری کاهش داشته‌اند (نسبت به رابطهٔ ۱۲) و آماره R^2 نیز از۸۲ % به ۹۰% افزایش یافته است. این موضوع در خصوص مقایسهٔ روابط (۱۳) با (۱۵) نیز صادق است. بر این اساس میزان خطا تخمین در رابطهٔ (۱۵) کم‌تر از خطای تخمین انجام شده بر اساس رابطهٔ (۱۳) است.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]



شکل۷. نمودار ارزیابی میزان خطای برآورد برای خاک‌های منطقهٔ جنوب تهران در حالت زهکشی شده (بر اساس روابط ۱۲و ۱۳) الف) مقادیر چسبندگی برآورد شده و میزان خطای باقی‌مانده مرتبط با هر برآورد ب) نسبت مقادیر چسبندگی برآورد شده به مقادیرچسبندگی اندازه‌گیری شده شده ج) مقادیر زاویهٔ اصطکاک داخلی برآورد شده و میزان خطای باقی‌مانده مرتبط با هر برآورد د) نسبت مقادیر زاویهٔ اصطکاک داخلی برآورد شده به مقادیر زاویهٔ اصطکاک داخلی اندازه‌گیری شده

در مجموع با توجه به شاخص‌های ارزیابی خطا موجود در جدول ۵ و هم‌چنین مقایسهٔ شکل‌های ۷ و ۸ مشخص می‌شود علت اصلی وجود خطا در مدل‌های ۱۲ و ۱۳، ناهمگنی خاک منطقه است و هنگامی که مدل‌سازی به طبقهٔ خاصی از خاک منطقه (برای مثال CL) محدود شود، میزان خطای تخمین به‌طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد.

۳. اعتبار سنجی مدل‌های رگرسیونی پیشنهادی

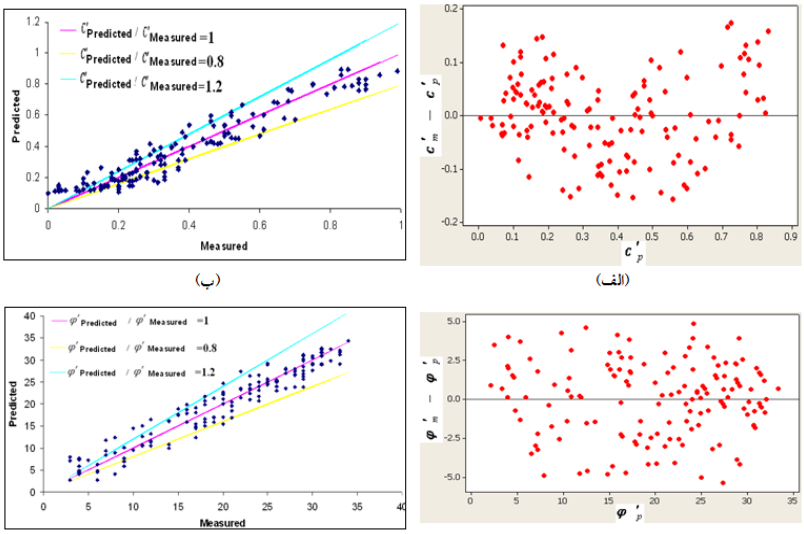
سنجش اعتبار مدل رگرسیون پیشنهادی در روابط (۱۲) تا (۱۵) بر اساس دو سری داده متفاوت بررسی شده است.

الف) اعتبار سنجی روابط ارائه شده برای منطقه جنوب تهران

برای سنجش اعتبار مدل رگرسیون پیشنهادی در روابط (۱۲) و (۱۳)، از ۹۰ گمانه حفر شده در منطقه جنوب تهران که قبلاً در این مدل‌ها لحاظ نشده بود، استفاده شده است. این گمانه‌ها

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]



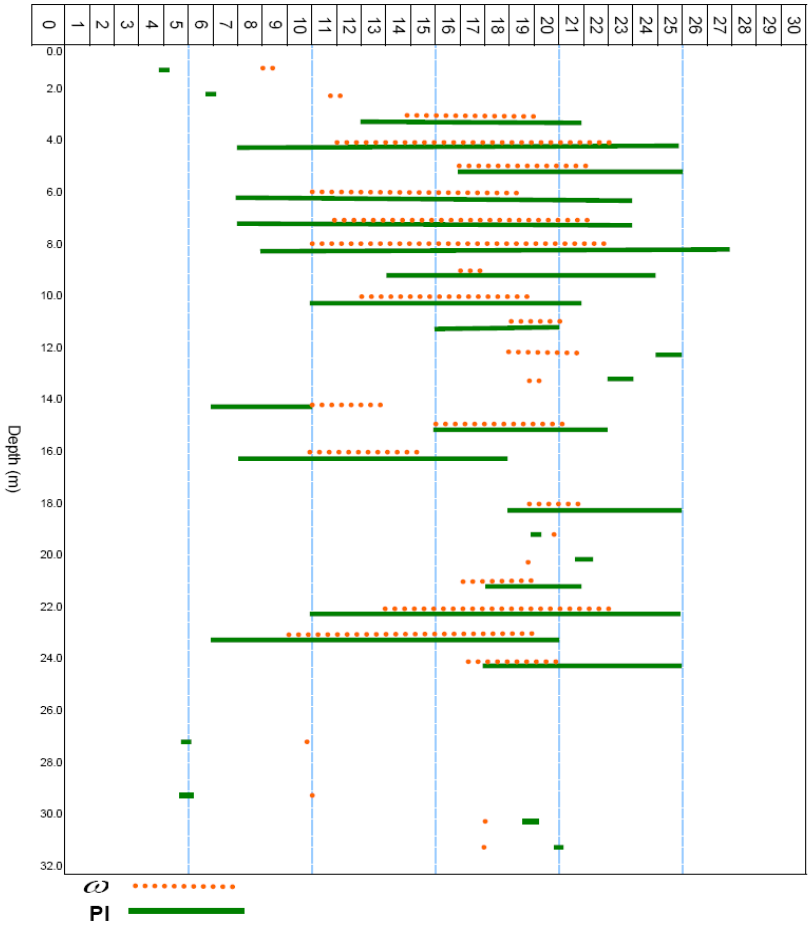
شکل۸. نمودار ارزیابی میزان خطای برآورد برای خاک‌های منطقهٔ جنوب تهران حالت زهکشی شده (بر اساس روابط ۱٤و ۱۵) الف) مقادیر چسبندگی برآورد شده و میزان خطای باقی‌مانده مرتبط با هر برآورد ب) نسبت مقادیر چسبندگی برآورد شده به مقادیرچسبندگی اندازه‌گیری شده ج) مقادیر زاویهٔ اصطکاک داخلی برآورد شده و میزان خطای باقی‌مانده مرتبط با هر برآورد د) نسبت مقادیر زاویهٔ اصطکاک داخلی برآورد شده به مقادیر زاویهٔ اصطکاک داخلی اندازه‌گیری شده

به‌طور تصادفی انتخاب شده‌اند و پراکندگی جغرافیایی مناسبی نیز در این منطقه دارند. مقادیر پارامترهای فیزیکی این گمانه‌ها در شکل ۹ و موقعیت جغرافیایی آن‌ها در شکل ٤ نشان داده شده است. برای اعتبار سنجی روابط (۱۲) و (۱۳) ابتدا پارامترهای مقاومتی این گمانه‌ها با جای‌گذاری میزان رطوبت و شاخص خمیری نمونه‌ها در این روابط برآورد گردیده است. سپس مقادیر برآورد شده با مقادیر واقعی مقایسه شده است. در شکل ۱۰ نمودار مقایسه مقادیر برآورد شده و مقادیر واقعی ترسیم شده است. شاخص‌های اعتبارسنجی نیز برای این داده‌ها در جدول ٦ ارائه شده است. با توجه به این که ۹۰ گمانه انتخاب شده برای اعتبارسنجی، نمونه‌ای کاملاً تصادفی از منطقه است، مشاهده می‌شود مقادیر شاخص‌های DC و RMSE تفاوت چندانی با آماره‌های صحت‌سنجی به‌دست آمده در روابط (۱۲) و (۱۳) در جدول ۵ ندارند. بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت روابط (۱۲) و (۱۳) می‌توانند با دقت قابل قبولی مقادیر

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

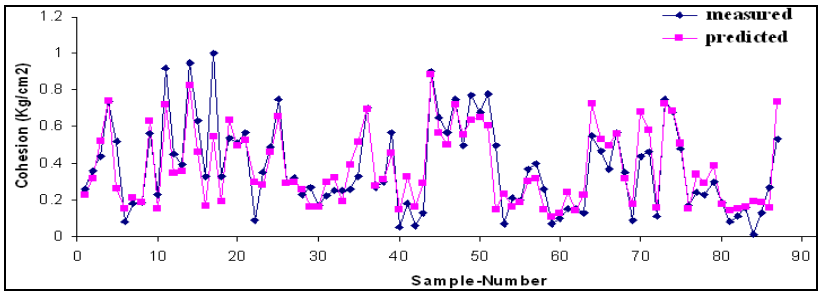
پارامترهای مقاومتی منطقهٔ جنوب تهران را برای سایر نمونه‌های نیز برآورد نمایند. چنان‌که در شکل ۱۰ نیز مشاهده می‌شود مقادیر پیش‌بینی شده (بر اساس روابط ۱۲ و ۱۳) و مقادیر اندازه‌گیری شده از روند یک‌سانی برخوردار هستند و به جز چند مورد محدود، انطباق مناسبی بین این مقادیر وجود دارد.



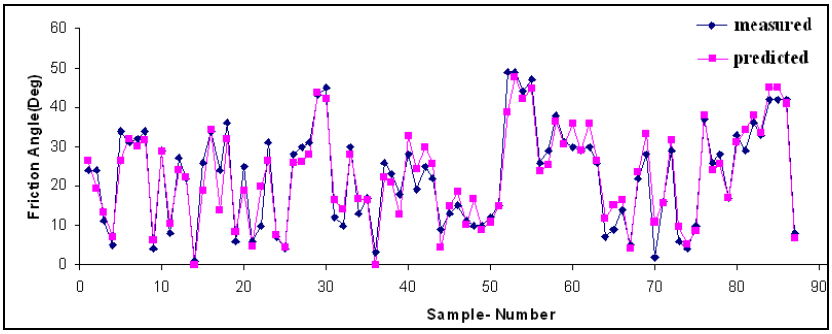
شکل۹. مقادیر پارامترهای فیزیکی استفاده شده در صحت‌سنجی مدل‌سازی رگرسیون منطقه برحسب عمق

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]



(الف)



(ب)

شکل ۱۰. نمودار اعتبارسنجی مقادیر برآورد شده برای خاک‌های منطقهٔ جنوب تهران الف) ضریب چسبندگی زهکشی شده ب) زاویهٔ اصطکاک داخلی زهکشی شده

ب) اعتبار سنجی روابط ارائه شده برای خاک‌های رسی نوع CL

چنان‌که اشاره شد مدل‌های رگرسیون پیشنهاد شده در روابط (۱٤) و (۱۵) برای برآورد پارامترهای مقاومتی خاک‌های رسی نوع CL جنوب شهر تهران پیشنهاد شده‌اند. در ادامه سنجش اعتبار این روابط در تخمین پارامترهای مقاومتی خاک رسی نوع CL برای تمامی گسترهٔ شهر تهران بررسی شده است. برای سنجش اعتبار این روابط، ابتدا منطقه‌ای متفاوت با منطقه پژوهش، انتخاب شده است. منطقه انتخاب شده در برگیرنده همهٔ مناطق ۲۲ گانه شهر تهران است. سپس بانک اطلاعاتی شامل اطلاعات ٤۵ نمونه اخذ شده از خاک رسی نوع CL از منطقهٔ انتخاب شده، گردآوری شده است [۲۱]. مقادیر این داده‌ها در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. بر اساس روابط (۱٤) و (۱۵) و با جای‌گذاری مقادیر حد خمیری و میزان رطوبت، پارامترهای مقاومت برشی این نمونه‌ها برآورد شده است. در نهایت برای ارزیابی میزان دقت

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

این روابط برای کل شهر تهران، مقادیر برآورد شده از روابط (١٤) و (١٥) با مقادیر واقعی اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه مقایسه شده است.

در شکل ١٢ مقادیر برآورد شده از مدل و مقادیر اندازه‌گیری شده هریک از نمونه‌ها نمایش داده شده است. هم‌چنین آماره‌های اعتبارسنجی این روابط در جدول ٦ ارائه شده است. مقایسهٔ مقادیر جدول ٦ با شاخص‌های اعتبارسنجی محاسبه شده از روابط (١٤) و (١٥) (جدول ٥) نشان می‌دهد که با استفاده از روابط (١٤) و (١٥) در برآورد پارامترهای مقاومتی نمونه‌های رسی برای کل شهر تهران میزان خطای برآورد افزایش می‌یابد. این افزایش خطا باعث کاهش ١٠ درصدی در شاخص CD شده است. در نهایت با توجه به کاهش قابل قبول شاخص CD و با توجه به این‌که مقادیر شاخص RMSE افزایش محسوسی نداشته است، استفاده از روابط (١٤) و (١٥) برای تخمین پارامترهای مقاومت برشی خاک رسی نوع CL کل شهر تهران هم‌چنان از دقت قابل‌قبول برخوردار است. میزان انطباق مقادیر برآورد شده و اندازه‌گیری شده برای خاک‌های رسی نوع CL (شکل ١٢) نیز نشان‌دهندهٔ این موضوع است.

جدول ٥. شاخص‌های ارزیابی میزان دقت تخمین مرتبط با هریک از مدل‌ها ی رگرسیون پیشنهادی

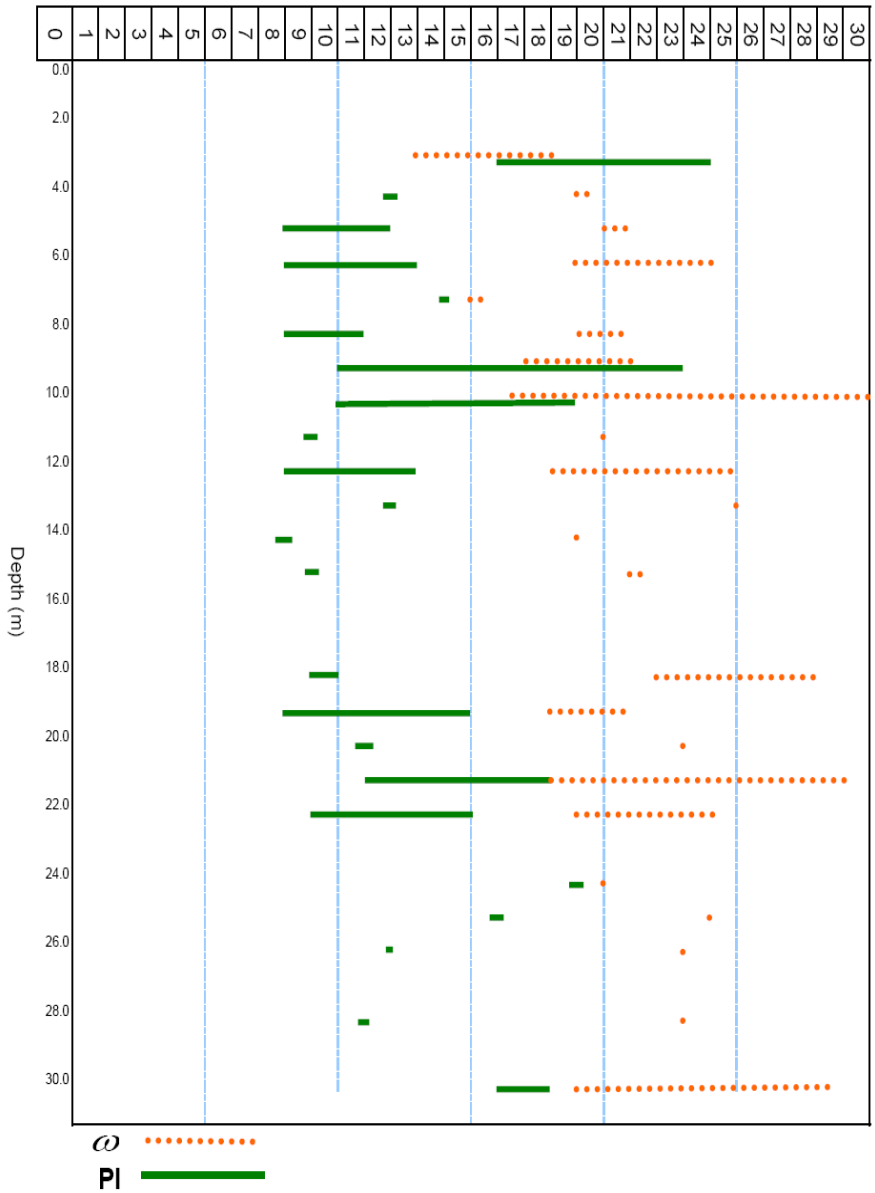
رابطه	ε	R^2 (%)	RMSE
(١٢)	٠/١٠	٨١/٨	٠/١٠
(١٣)	٣/٢	٩٠/١	٣/١٨
(١٤)	٠/٠٨	٨٩/٨	٠/٠٧
(١٥)	٢/٥	٩٢/٤	٢/٤

جدول ٦. شاخص‌های اعتبار سنجی مدل‌های رگرسیون پیشنهادی

رابطه	DC(%)	RMSE
(١٢)	٨٥/٨	٠/١٢
(١٣)	٨٩/٦	٣/٨
(١٤)	٧٤/٠	٠/١٠
(١٥)	٧٠/٠	٣/٠٧

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

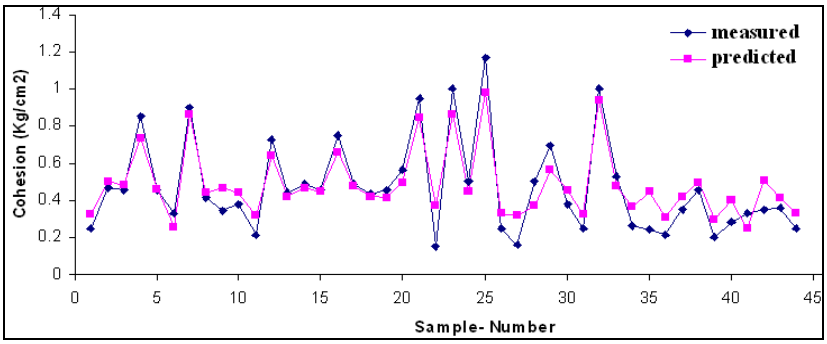
[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]



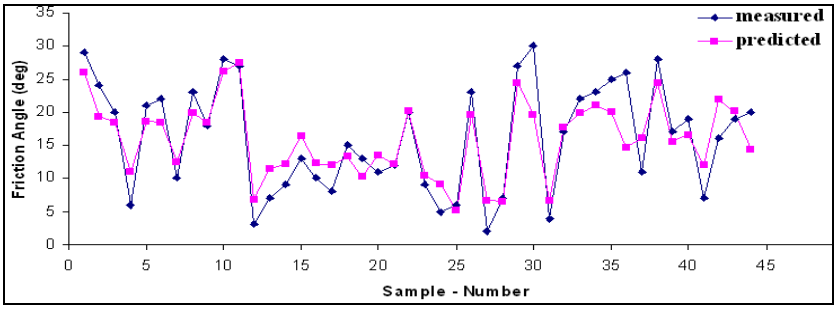
شکل۱۱. مقادیر پارامترهای فیزیکی استفاده شده در صحت‌سنجی مدل‌سازی رگرسیون خاک‌های ریزدانه منطقه برحسب عمق

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]



(الف)



(ب)

شکل۱۲. نمودار اعتبارسنجی مقادیر برآورد شده برای خاک‌های جنوب تهران الف) ضریب چسبندگی زهکشی شده ب) زاویهٔ اصطکاک داخلی زهکشی شده

نتیجه‌گیری

در این تحقیق تخمین پارامترهای مقاومتی خاک‌های ریزدانه منطقهٔ جنوب تهران مد نظر بوده است. در این راستا با توجه به وسعت قابل توجه منطقهٔ جنوب تهران و هم‌چنین فرضیات مبتنی بر تصادفی بودن طبیعت خاک، پردازش داده‌ها موجود از این منطقه بر اساس تحلیل آماری مد نظر قرار گرفت. بر این اساس مشخص گردید که نوع خاک تشکیل‌دهندهٔ این منطقه عمدتاً ریزدانه با پلاستیسیته کم (CL) است سپس نتایج آزمایش‌های فیزیکی و مقاومتی این آبرفت‌ها بررسی شد. با مقایسه شاخص‌های آماری این خاک‌ها با مناطق مختلف مشخص گردید که تغییرات پارامترهای خاک در این منطقه بیش از تغییرات پارامترهای برخی مناطق در سایر نقاط جهان است هم‌چنین مقایسهٔ پارامترهای فیزیکی و مقاومتی این رسوبات با مشخصات برخی مناطق دیگر نشان داد که در آبرفت‌های ریزدانه جنوب تهران عموماً پارامترهای

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

فیزیکی خاک (LL, PI) مقادیر کم‌تری از پارامترهای فیزیکی سایر مناطق دارند. بالعکس پارامترهای مقاومتی عموماً از پارامترهای مقاومتی سایر مناطق ریزدانه، مقادیر بیش‌تری دارند. هم‌چنین در این تحقیق مدل‌سازی رگرسیونی چند متغیره پارامترهای مقاومتی خاک بر اساس شاخص خمیری و میزان رطوبت خاک ارائه گردید. براساس اعتبارسنجی‌های انجام شده مشخص گردید که مدل‌سازی رگرسیونی چند متغیره درجه دو می‌تواند با دقت قابل قبول، تخمین مناسب از پارامترهای مقاومتی این منطقه را ارائه کند.

علاوه بر موارد فوق مشخص گردید که مدل‌های رگرسیونی پیشنهادی برای خاک‌های رسی با پلاستیسیته کم (CL) آبرفت‌های ریزدانه جنوب شهر تهران، می‌تواند با دقت قابل قبولی در تخمین پارامترهای مقاومتی این نوع خاک در کل گستره شهر تهران نیز استفاده شود.

منابع

1. Baecher B., Gregory, T. Christian John, "Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering", John Wiley and Sons, London and New York (2003) 605.

۲. حسنی پاك علی اصغر، *زمین آمار (ژئواستاتیك)*، چاپ اول، انتشارات دانشگاه تهران (۱۳۷۷) ۳۱۵.

3. Lumb P., "Variability of Natural Soils", Canadian Geotechnical Journal, 3 (2), May (1966) 74-97.

4. Lumb P., "Precision & Accuracy of Soil Tests", Proceedings, First International Conference on Applications of Statistics & Probability to Soil & Structural Engineering, Hong Kong (1971) 329-345.

5. Singh A., Lee K. L., "Variability in Soil Parameters", Proceedings, Eighth Annual Engineering Geology and Soils Engineering Symposium, Idaho, (1970) 159-185.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

6. Lacasse S., Nadim F., "Uncertainties in characterising soil properties, Uncertainty in the Geologic Environment" GSP No. 58, ASCE 49-75, reproduced by permission of the American Society of Civil Engineers (1996).

7. Phoon K. K., Kulhawy F. H., "Characterization of geotechnical variability", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 36, No. 4 (1999) 612-624.

8. Skempton A. W., "Discussion, The Planning and Design of New Hong kong Airport", Proceedings, Institute of Civil engineers, London. Vol. 7 (1957) 305-307.

9. Ignatova O. I., "Moscows Jurassic clayey soils as a medium for the installation of underground structures and deep trenches", soil mechanics and Foundation Engineering Journal, 37 (2000) 49-52.

10. Burak Goktepe A., Altum S., Altintas G., Tan O., "Shear strength estimation of plastic clays with statistical and neural approaches", Building and Environment Journal (2007).

۱۱. بربریان مانوئل، قریشی منوچهر، ارژنگ روش بهرام، مهاجراشجعی ارسلان، *پژوهش و بررسی ژرف نوزمین‌ساخت، لرزه زمین‌ساخت وخطر زمین‌لرزه- گسلش در گستردهٔ تهران و پیرامون*، چاپ دوم. سازمان زمین‌شناسی کشور. گزارش شمارهٔ ٥٦ (۱۳۷۱) ۳۱۳.

۱۲. *مرکز مطالعات زلزله و زیست محیطی تهران بزرگ با همکاری آژانس همکاری‌های بین الملل ژاپن* (JICA)، *گزارش ریز پهنه بندی لرزه ای تهران بزرگ* (۱۳۸۰) ۳۸۱ .

۱۳. (بانک اطلاعات ژئوتکنیک ایران- مرکز تحقیقات مسکن و ساختمان)

www.bhrc.ac.ir\ geobank

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

۱٤. کلانتری فرزین وهاشمی طباطبایی سعید، *بانک اطلاعات ژئوتکنیک ایران*، مرکز تحقیقات مسکن و ساختمان (۱۳۸۱).

۱۵. کلانتری فرزین، هاشمی‌طباطبایی سعید، کشفی سید مجتبی، *گزارش نهایی پروژه تحقیقاتی طرح بانک اطلاعات ژئوتکنیک ایران*، مرکز تحقیقات مسکن و ساختمان (۱۳۸۲).

16. Kalantary F., Ardalan H., Nariman-Zadeh N. , "An investigation on the Su–NSPT correlation using GMDH type neural networks and genetic algorithms", Engineering Geoligy Journal , P (2009) 144-155.

۱۷. قربانی علی، کلانتری فرزین، ظهوری مازیار، *گردآوری و تحلیل آماری پارامترهای مقاومتی آبرفت نوع "D" تهران به کمک داده‌های بانک اطلاعات ژئوتکنیک ایران*، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه گیلان ، دانشکده فنی (۱۳۹۰) ۱۸۴.

18. Terzaghi K., Peck R. B., Mesri G.,"Soil Mechanics in engineering Practice,3rd Edition", John Wiley &Sons,Inc (1996) 549.

19. Bardet J. P., "Expperimental Soil mechanics,1st Edition", Prentice-Hall.Simon&Schuster (1997) 584.

20. William Lambe T. W., Whitman R. V., "Soil Mechanic,1st Edition",John Wiley &Sons,Inc (1969) 478.

۲۱. شریعتمداری نادر، نوری‌زاد علی، سکه‌چی مهدی، *پهنه‌بندی ژئوتکنیکی تهران با استفاده از GIS*، پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد، دانشگاه علم وصنعت، دانشکده عمران (۱۳۸۸) ۲۱۹.

22. Victor Li K. S., Robert Lo S., "Characteristic and design soil parameters use of statistics Geo technical Engineering", Issue GE3 (2006) 141-146.

23. Hashemi, Siamak, "The design of a relational database on the geotechnical properties of Northern England Glacial Till", UNIVERSITY OF NEWCASTLE (2002).

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]

24. Nagaraj T. S., Miura N., "Soft clay Behavior, Analysis and Assessment" (1998) 240-247.

25. Hirata S., Yao S., Nishida K., "Multiple regression analysis between the mechanical and physical properties of cohesive soils", Soils and Fondations Journal, 30 (1990) 91-108.

26. Yoon G., Tak Kim B., Soo Jeon S., "Empirical correlations of compression index for marine clay from regression analysis", Canadian Gotechnical Journal (2004).

27. Abdullah A., Sabtan, "Geotechnical properties of expansive clay shale in Tabuk, Saudi Arabia", Journal of Asian Earth Sciences (2004).

28. El Amrani Paaza N., Lamas F., Irigaray C., Chacon J., "Engineering geological characterization of Neogene marls inthe Southeastern Granada Basin", Spain, Engineering Geology Journal (1997).

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.2.7.8]