سرعت و استهلاک امواج فشاری در محیط زمین‌ساختی با الگوی اشباع تکه‌ای

*حسن قاسم‌زاده، امیرعلی ابونوری؛
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تاریخ: دریافت ۹۱/۱/۲۹ **پذیرش** ۹۱/۱۰/۱۳

چکیده

از ویژگی‌های بسیار مهم امواج تنش منتشر شده در محیط زمین‌ساختی، سرعت و استهلاک امواج است. با استفاده از این ویژگی‌ها می‌توان اطلاعات بسیار مفیدی راجع به خصوصیات مواد زمین‌ساختی متخلخل مانند سنگ و خاک و هم‌چنین سیال موجود در حفرات به‌دست آورد. نکته حایز اهمیت در به‌دست آوردن این اطلاعات، برقراری ارتباط دقیق میان ویژگی‌های امواج به‌دست آمده از پژوهش‌های محلی با خصوصیات فیزیکی اسکلت محیط متخلخل و سیال‌های اشباع کننده حفره‌ها است. سیال‌های موجود در حفره‌ها و هم‌چنین ناهمگنی ایجاد شده به‌سبب نحوهٔ توزیع سیال‌های اشباع کنندهٔ محیط از جمله موارد تأثیرگذار بر سرعت و استهلاک امواج هستند. تکه‌ای بودن الگوی اشباع‌شدگی که در مقیاسی بزرگ‌تر از اندازهٔ دانه‌ها اما کوچک‌تر از طول موج اتفاق می‌افتد، از مواردی است که سبب به‌وجود آمدن ناهمگنی در توزیع سیال درون محیط متخلخل می‌شود که اثر آن برروی تغییرات سرعت و استهلاک امواج فشاری در تحقیق حاضر بررسی می‌شود. لازم به ذکر است که به‌منظور بررسی هرچه دقیق‌تر استهلاک امواج از دو سازوکار استهلاک شامل استهلاک ناشی از حرکت نسبی سیال حفره‌ای با فاز جامد و استهلاک ناشی از تماس بین دانه‌های محیط متخلخل بهره برده می‌شود. نتایج تحقیق حاضر نشان می‌دهد در فرکانس‌های بالا استهلاک ناشی از جریان سیال بیش‌تر از استهلاک حاصل از تماس بین‌دانه‌ای است.

واژه‌های کلیدی: امواج فشاری، استهلاک، سرعت، اشباع تکه‌ای، ناهمگنی، محیط متخلخل

*نویسنده مسئول ghasemzadeh@kntu.ac.ir

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

مقدمه

درک فیزیک انتشار موج در محیط‌های متخلخل مانند سنگ و خاک در بسیاری از شاخه‌های علم اهمیت ویژه‌ای دارد. شناسایی لایه‌های نفت و گاز با استفاده از امواج لرزه‌ای، حفرگمانه و چاه‌نگاری با امواج لرزه‌ای به‌منظور کسب اطلاعات در مورد نفوذپذیری و تخلخل، شناسایی‌های گوناگون تحت‌الارضی برای پی‌بردن به خصوصیات فیزیکی سنگ و خاک، اکتشاف مخازن زیرزمینی و شناسایی ساختار بستر اقیانوس‌ها از جمله نمونه‌های فراوان کاربرد انتشار امواج در شاخه‌های مختلف علوم زمین است. بسیاری از مواد متخلخل تشکیل‌دهندۀ زمین از جمله سنگ و خاک دارای ناهمگنی در خصوصیات فیزیکی خود است که مقیاس اندازۀ اکثر آن‌ها بزرگ‌تر از اندازۀ دانه‌های تشکیل‌دهندۀ محیط متخلخل اما کوچک‌تر از طول موج بررسی شده هستند. به‌عنوان مثال، اندازۀ دانه‌های ماسه سنگ یا ماسه که غالباً از جنس کوارتز هستند در محدوده‌ای برابر با $۱۰^{-٤}$ تا $۱۰^{-۳}$ متر قرار می‌گیرند و طول موج استفاده شده برای انجام پژوهش‌های تحت‌الارضی و لرزه‌ای نیز معمولاً بین ۰/۱ تا ۱۰۰ متر است. بنا بر این، مقیاس بسیاری از این ناهمگنی‌ها امکان دارد بزرگ‌تر از اندازه دانه‌ها اما کوچک‌تر از طول موج مورد نظر باشد. به این مقیاس از ناهمگنی، مقیاس مزوسکوپیک اطلاق می‌شود [۱]. پژوهش‌های علمی و آزمایشگاهی چشم‌گیری نیز در سال‌های اخیر به‌منظور بررسی تأثیر ناهمگنی‌های با مقیاس مزوسکوپیک بر انتشار و استهلاک امواج صورت گرفته است که برای نمونه می‌توان به [۲]، [۳] و [٤] مراجعه کرد. ناهمگنی‌های ذکر شده می‌توانند به‌علت تغییرات در مدول بالک یا چگالی محیط، تغییرات در نفوذپذیری و یا به‌علت تغییرات در خصوصیات سیالی باشند که محیط با آن اشباع می‌شود. تغییرات در خصوصیات سیال می‌تواند در عمل به‌این صورت باشد که یک سیال با سیال دیگری احاطه شده و یا یک لنز از سیال به‌صورت لایه‌های متناوب درون سیال دیگری وجود داشته باشد که این نوع الگوی اشباع‌شدگی را اشباع تکه‌ای می‌نامند که در این پژوهش به آن پرداخته می‌شود. عبور امواج فشاری و ناهمگنی ناشی از اشباع‌شدگی تکه‌ای باعث به‌وجود آمدن جریان محلی سیال و حرکت نسبی سیال با فاز جامد محیط متخلخل می‌شود که در نهایت سبب استهلاک ذاتی موج می‌شود. منظور از استهلاک

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

ذاتی کاسته شدن از دامنهٔ موج به‌علت تبدیل انرژی آن به گرما است. به‌منظور انجام پژوهش‌های نظری اغلب برای مدل کردن ناهمگنی‌های ایجاد شده با سیال از مدل وایت [۵] استفاده می‌شود. در این مدل فرض می‌شود که ناهمگنی‌ها به‌صورت متناوب و لایه‌ای در محیط متخلخل پخش شده‌اند. وگلار و اسمولدرز [٦] توانستند برای اولین بار نظریهٔ وایت را به‌حالتی بسط دهند که برای تمامی فرکانس‌ها معتبر باشد. در تحقیق حاضر به‌نحوی مشابه با مرجع [٦] نظریهٔ وایت [۵] به‌حالت تمام فرکانس بسط داده می‌شود. دقت شود که استهلاک موج به‌دست آمده از نظریهٔ وایت تنها ناشی از حرکت نسبی فاز سیال با دیواره حفره‌ها موجود در اسکلت محیط متخلخل است اما سازوکارهای دیگری نیز سبب از دست رفتن انرژی امواج می‌شوند. از مهم‌ترین آن‌ها، استهلاک ذاتی ایجاد شده ناشی از انرژی کرنشی قسمت جامد محیط متخلخل یا اصطکاک بین دانه‌های جامد است که در این پژوهش با معرفی تأثیرات ویسکوالاستیسیته، روابط به حالتی بسط داده می‌شوند که استهلاک ناشی از انرژی کرنشی قسمت جامد محیط نیز در نظر گرفته شود.

معادله‌های حاکم

می‌توان روابط تنش-کرنش در محیط متخلخل اشباع [۷] را برای حالت یک بعدی و برحسب تنش کل σ_{tot}، فشار سیال حفره‌ای p و تخلخل ϕ بدین‌صورت بازنویسی کرد:

$$\sigma_{tot} = (P+Q)\partial_x u_s + (Q+R)\partial_x u_f \tag{۱}$$

$$-p = \frac{Q}{\phi}\nabla.u_s + \frac{R}{\phi}\nabla.u_f \tag{۲}$$

که در آن u_s و u_f به‌ترتیب جابه‌جایی فاز جامد و سیال است. پارامترهای P، Q و R را می‌توان با در نظر گرفتن میرایی هیسترزیس ξ_s و با استفاده از مدول لامه مختلط $K_m^* = K_m(1+i2\xi_s)$ و مدول برشی مختلط $\mu_m^* = \mu_m(1+i2\xi_s)$ بدین‌صورت بازنویسی کرد تا اثرهای رفتار ویسکوالاستیسیتهٔ مربوط به فاز جامد در معادله‌های دیده شود:

$$P = \frac{K_s(1-\phi)S + T K_s(1-\phi-S)}{S+T} + \frac{4\mu_m(1+i2\xi_s)}{3} \tag{۳}$$

$$Q = \frac{S K_s \phi}{S+T} \tag{٤}$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

$$R = \frac{K_s \phi^2}{S+T} \tag{۵}$$

$$S = 1 - \phi - \frac{(1+2i\xi_s)(K_m)}{K_s} \tag{٦}$$

$$T = \frac{\phi K_s}{K_f} \tag{۷}$$

که در آن K_m مدول بالک اسکلت جامد، K_f مدول بالک سیال، K_s مدول بالک دانه‌های جامد، μ_m مدول برشی اسکلت جامد هستند. با صرف‌نظر کردن از میرایی هیسترزیس ($\xi_s = 0$)، پارامترهای P، Q و R کاملاً با مراجع [٦] و [۷] یک‌سان خواهند شد.

با فرض پتانسیل $\mathbf{\Phi}$ برای جابه‌جایی فاز جامد می‌توان نوشت:

$$u_s = \partial \mathbf{\Phi} / \partial x \tag{۸}$$

با توجه به رابطۀ مذکور و معرفی نسبت دامنۀ جابه‌جایی سیال به جامد γ_j [۷]، روابط (۱) و(۲) به‌ترتیب بدین‌صورت نوشته می‌شوند:

$$\sigma_{tot} = \left(P + Q + \gamma_1 (Q+R)\right)\left(\frac{\partial^2 \mathbf{\Phi}_1}{\partial x^2}\right) + \left(P + Q + \gamma_2 (Q+R)\right)\left(\frac{\partial^2 \mathbf{\Phi}_2}{\partial x^2}\right) \tag{۹}$$

$$-p = \left(\frac{Q}{\phi} + \gamma_1 \frac{R}{\phi}\right)\frac{\partial^2 \mathbf{\Phi}_1}{\partial x^2} + \left(\frac{Q}{\phi} + \gamma_1 \frac{R}{\phi}\right)\frac{\partial^2 \mathbf{\Phi}_2}{\partial x^2} \tag{۱۰}$$

که در آن اندیس‌های ۱ و ۲ به‌ترتیب نشان‌دهندۀ موج فشاری نوع اول و نوع دوم هستند. نسبت دامنۀ جابه‌جایی سیال به جامد γ_j از این رابطه حاصل می‌گردد [۷]:

$$\gamma_j = \frac{\hat{\rho}_{11} c_j^2 - P}{Q - \hat{\rho}_{12} c_j^2}, \qquad j = 1, 2 \tag{۱۱}$$

در عبارت c_j، اگر $j = p_1$ باشد سرعت مختلط موج فشاری نوع اول (هم‌فاز بودن قسمت جامد و سیال) و اگر $j = p_2$ باشد سرعت مختلط موج فشاری نوع دوم (غیرهم‌فاز بودن قسمت جامد و سیال) بدین‌صورت به‌دست می‌آیند:

$$c_{p1} = \pm\left(\frac{(r_2^2 - 4r_1 r_3)^{0.5} + r_2}{2r_1}\right)^{0.5} \tag{۱۲}$$

$$c_{p2} = \pm\left(\frac{(r_2^2 - 4r_1 r_3)^{0.5} - r_2}{2r_1}\right)^{0.5} \tag{۱۳}$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

علامت $\pm$ نشان‌دهندهٔ سوی انتشار موج است. پارامترهای موجود در روابط (۱۲) و (۱۳) بدین‌صورت تعریف می‌شوند:

$$r_1 = (PR - Q^2) \tag{۱٤}$$

$$r_2 = (P\hat{\rho}_{22} + R\hat{\rho}_{11} - 2Q\hat{\rho}_{12}) \tag{۱۵}$$

$$r_3 = \hat{\rho}_{11}\hat{\rho}_{22} - \hat{\rho}_{12}^2 \tag{۱٦}$$

پارامترهای جرم مؤثر $\hat{\rho}_{11}$، $\hat{\rho}_{22}$ و $\hat{\rho}_{12}$ نیز طبق این روابط به‌دست می‌آیند:

$$\hat{\rho}_{11} = (1-\phi)\rho_s + (\tau - 1)\phi\rho_f - i\hat{b}\omega^{-1} \tag{۱۷}$$

$$\hat{\rho}_{22} = \phi\rho_f + (\tau - 1)\phi\rho_f - i\hat{b}\omega^{-1} \tag{۱۸}$$

$$\hat{\rho}_{12} = -(\tau - 1)\phi\rho_f + i\hat{b}\omega^{-1} \tag{۱۹}$$

به‌طوری که:

$$\hat{b} = \frac{\eta\phi^2}{k_0}(1 + i\frac{\omega}{2\omega_c})^{\frac{1}{2}} \tag{۲۰}$$

که در آن:

$$\omega_c = \frac{\eta\phi}{\tau\rho_f k_0} \tag{۲۱}$$

در روابط مذکور k_0 نفوذپذیری ذاتی محیط متخلخل، η ویسکوزیتهٔ دینامیکی سیال، ρ_s چگالی دانه‌های جامد، ρ_f چگالی سیال و ω فرکانس زاویه‌ای هستند. کمیت بی‌بعد τ نیز که پارامتر انحنا نام دارد با استفاده از رابطهٔ $\tau = 1 - 0.5(1 - 1/\phi)$ قابل محاسبه است [۸]. در حقیقت پارامتر انحنا جرم اضافه شده ناشی از انحنادار بودن جریان سیال را در نظر می‌گیرد. لازم به ذکر است که روابط (۱۲) و (۱۳) به‌دست آمده در محدودهٔ فرکانس‌های کم و محدودهٔ فرکانس‌های زیاد که به‌ترتیب اثرات ویسکوز و اینرسی بر سیال حاکم است، معتبر است. در نتیجه می‌توان بدون محدودیت در فرکانس اعمالی به‌بررسی خصوصیات انتشار امواج پرداخت.

تعریف جابه‌جایی نسبی دو فاز $\bar{w}$ نیز با توجه به (۱۰) و (۱۱) بدین‌صورت نیز سودمند است:

$$\bar{w} = \phi(u_f - u_s) = \phi\left((\gamma_1 - 1)\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} + (\gamma_2 - 1)\frac{\partial\Phi_2}{\partial x}\right) \tag{۲۲}$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

حال این روابط برای پتانسیل‌ها بدین‌صورت معرفی می‌شوند:

$$\Phi_1 = A_1^+ \exp(-ik_1 x) + A_1^- \exp(ik_1 x) \quad (۲۳)$$

$$\Phi_2 = A_2^+ \exp(-ik_2 x) + A_2^- \exp(ik_2 x) \quad (۲٤)$$

که در آن ω فرکانس زاویه‌ای، $k_j = \omega / c_j$ عدد موج و $i = \sqrt{-1}$ است. ضرایب $A_1^{\pm}$ و $A_2^{\pm}$ با توجه به شرایط مرزی به‌دست می‌آیند. با جای‌گذاری روابط (۲۳) و (۲٤) در معادله‌های (۹)، (۱۰) و (۲۲) متغییرهای میدانی زیرحاصل می‌شوند:

$$\sigma_{tot}(x) = -\lambda_1 k_1^2 (P_1 \cos k_1 x - iN_1 \sin k_1 x) - \lambda_2 k_2^2 (P_2 \cos k_2 x - iN_2 \sin k_2 x) \quad (۲۵)$$

$$-p(x) = -C_1 k_1^2 (P_1 \cos k_1 x - iN_1 \sin k_1 x) - C_2 k_2^2 (P_2 \cos k_2 x - iN_2 \sin k_2 x) \quad (۲٦)$$

$$u_s(x) = -ik_1 (-iP_1 \sin k_1 x + N_1 \cos k_1 x) - ik_2 (-iP_2 \sin k_2 x + N_2 \cos k_2 x) \quad (۲۷)$$

$$\bar{w}(x) = -ik_1 \chi_1 (-iP_1 \sin k_1 x + N_1 \cos k_1 x) - ik_2 \chi_1 (-iP_2 \sin k_2 x + N_2 \cos k_2 x) \quad (۲۸)$$

که در آن‌ها:

$$P_1 = A_1^+ + A_1^- \quad (۲۹)$$

$$P_2 = A_2^+ + A_2^- \quad (۳۰)$$

$$N_1 = A_1^+ - A_1^- \quad (۳۱)$$

$$N_2 = A_2^+ - A_2^- \quad (۳۲)$$

$$\lambda_j = F + Q + \gamma_j (Q + R), \quad j = 1, 2 \quad (۳۳)$$

$$C_j = \frac{Q}{\phi} + \gamma_j \frac{R}{\phi}, \quad j = 1, 2 \quad (۳٤)$$

$$\chi_j = \phi(\gamma_j - 1), \quad j = 1, 2 \quad (۳۵)$$

تعریف مسئله

یک ناحیهٔ متخلخل با لایه‌های متناوب اشباع شده به‌صورت تکه‌ای از دو سیال متفاوت را مطابق شکل ۱ در نظر بگیرید. حال یک المان معرف فرض می‌کنیم به‌نحوی که بالای این المان در وسط لایهٔ a با موقعیت $x = -L_a$ و پایین آن در وسط لایهٔ b با موقعیت $x = L_b$ قرار بگیرد و $L_a + L_b = L$. گذر موج هارمونیک فشاری عمود بر لایهٔ سبب انبساط و انقباض

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

لایهٔ می‌شود. فشار خارجی p_0 وارد بر بالا و پایین نمونه سبب ایجاد کرنش ε می‌شود. نسبت این فشار به کرنش ایجاد شده مدول مختلط موج H نامیده می‌شود [۵] و بدین‌صورت تعریف می‌گردد:

$$H = -\frac{p_0}{\varepsilon} \tag{۳۶}$$

با استفاده از مدول فوق، عدد موج مؤثر k_e بر حسب چگالی مؤثر محیط بدین‌صورت تعریف می‌گردد:

$$k_e = \omega\left(\frac{\rho_e}{H}\right)^{0.5} \tag{۳۷}$$

$$\rho_e = \frac{L_a}{L}\rho_a + \frac{L_b}{L}\rho_b \tag{۳۸}$$

که در آن‌ها ρ_a و ρ_b چگالی لایه‌های a و b هستند و برحسب چگالی قسمت جامد، چگالی سیال و هم‌چنین تخلخل هر لایه بدین‌صورت تعریف می‌گردند:

$$\rho_a = (1-\phi_a)\rho_{sa} + \phi_a\rho_{fa} \tag{۳۹}$$

$$\rho_b = (1-\phi_b)\rho_{sb} + \phi_b\rho_{fb} \tag{۴۰}$$

دقت شود همهٔ پارامترهایی که دارای اندیس دو حرفی هستند، حرف دوم اندیس لایه را نشان می‌دهد. بنا بر این برای مثال ρ_{sa} چگالی دانه‌های جامد در لایهٔ a و ρ_{fb} چگالی سیال لایهٔ b است.

در چنین محیطی سرعت مؤثر موج c_e با توجه به عدد موج مؤثر k_e بدین‌صورت به‌دست می‌آید:

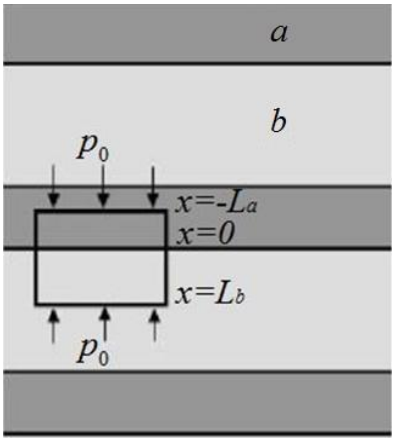
$$c_e = \frac{\omega}{\mathrm{Re}(k_e)} \tag{۴۱}$$

استهلاک ذاتی مؤثر انرژی موج نیز با پارامتر بی‌بعد Q_e^{-1} به‌دست می‌آید:

$$Q_e^{-1} = 2\frac{\mathrm{Im}(k_e)}{\mathrm{Re}(k_e)} \tag{۴۲}$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]



شکل ۱. هندسهٔ مدل اشباع تکه‌ای

شرایط مرزی برای مسئلهٔ تعریف شده شامل معادلات برای ارضای تنش کل، فشارهای سیال و جابه‌جایی‌ها در مرز مشترک لایه‌ها و در بالا و پایین المان معرف هستند [٦] و [۹]. اگر فرض کنیم در مرز مشترک لایه‌ها جدایی اتفاق نمی‌افتد، پیوستگی فشار حفره‌ای و پیوستگی تنش کل در مرز مشترک لایه‌های a و b بدین‌صورت تعریف می‌شود:

$$[p]_a = [p]_b, \qquad x=0 \tag{٤٣}$$

$$[\sigma_{tot}]_a = [\sigma_{tot}]_b, \qquad x=0 \tag{٤٤}$$

پس با استفاده از روابط مذکور و با توجه به روابط (۲۵) و (۲٦) داریم:

$$\left[\lambda_1 k_1^2 P_1 + \lambda_2 k_2^2 P_2\right]_a = \left[\lambda_1 k_1^2 P_1 + \lambda_2 k_2^2 P_2\right]_b \tag{٤٥}$$

$$\left[C_1 k_1^2 P_1 + C_2 k_2^2 P_2\right]_a = \left[C_1 k_1^2 P_1 + C_2 k_2^2 P_2\right]_b \tag{٤٦}$$

شرایط مرزی بعدی، پیوستگی جابه‌جایی فاز جامد و جابه‌جایی نسبی در مرز مشترک بین لایه‌های a و b است:

$$[u_s]_a = [u_s]_b, \qquad x=0 \tag{٤٧}$$

$$[\bar{w}]_a = [\bar{w}]_b, \qquad x=0 \tag{٤٨}$$

که با استفاده از روابط (۲۷) و (۲۸) نتیجه خواهد داد:

$$\left[k_1 N_1 + k_2 N_2\right]_a = \left[k_1 N_1 + k_2 N_2\right]_b \tag{٤۹}$$

$$\left[\chi_1 k_1 N_1 + \chi_2 k_2 N_2\right]_a = \left[\chi_1 k_1 N_1 + \chi_2 k_2 N_2\right]_b \tag{٥٠}$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

هم‌چنین با توجه به پیوستگی تنش کل در بالا و پایین المان، این شرایط مرزی را داریم:

$$\left[\sigma_{tot}\right]_a = -p_0, \qquad x = -L_a \tag{۵۱}$$

$$\left[\sigma_{tot}\right]_b = -p_0, \qquad x = L_b \tag{۵۲}$$

که با توجه به (۲۶) نتیجه خواهد داد:

$$p_0 = \left[\lambda_1 k_1^2\right]_a (P_{1a}\cos\alpha_1 + iN_{1a}\sin\alpha_1) + \left[\lambda_2 k_2^2\right]_a (P_{2a}\cos\alpha_2 + iN_{2a}\sin\alpha_2) \tag{۵۳}$$

$$p_0 = \left[\lambda_1 k_1^2\right]_b (P_{1b}\cos\beta_1 - iN_{1b}\sin\beta_1) + \left[\lambda_2 k_2^2\right]_b (P_{2b}\cos\beta_2 - iN_{2b}\sin\beta_2) \tag{۵۴}$$

که در آن $\alpha_j = k_{ja}L_a$ و $\beta_j = k_{jb}L_b$.

در نهایت جابه‌جایی نسبی در بالا و پایین المان معرف برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود، پس داریم:

$$\left[\tilde{w}\right]_a = 0, \qquad x = -L_a \tag{۵۵}$$

$$\left[\tilde{w}\right]_b = 0, \qquad x = L_b \tag{۵۶}$$

بنا بر این با استفاده از رابطهٔ (۲۸) حاصل خواهد شد:

$$\chi_{1a}k_{1a}(iP_{1a}\sin\alpha_1 + N_{1a}\cos\alpha_1) + \chi_{2a}k_{2a}(iP_{2a}\sin\alpha_2 + N_{2a}\cos\alpha_2) = 0 \tag{۵۷}$$

$$\chi_{1b}k_{1b}(-iP_{1b}\sin\beta_1 + N_{1b}\cos\beta_1) + \chi_{2b}k_{2b}(-iP_{2b}\sin\beta_2 + N_{2b}\cos\beta_2) = 0 \tag{۵۸}$$

با استفاده از هشت معادله (۴۵)، (۴۶)، (۴۹)، (۵۰)، (۵۳)، (۵۴)، (۵۷) و (۵۸) می‌توان هشت مجهول $\tilde{y}^T = \{P_{1a}, N_{1a}, P_{2a}, N_{2a}, P_{1b}, N_{1b}, P_{2b}, N_{2b}\}$ را به‌دست آورد. برای سادگی تمامی مجهول‌های لایهٔ b را برحسب لایهٔ a بیان می‌گردد. پس با کاهش مجهول‌ها، تنها چهار مجهول $\tilde{y}_r^T = \{P_{1a}, N_{1a}, P_{2a}, N_{2a}\}$ باقی می‌ماند. با توجه به روابط (۴۵) و(۴۶) داریم:

$$P_{1b} = P_{1a}\left(\frac{k_{1a}}{k_{1b}}\right)^2 \frac{C_{2b}\lambda_{1a} - C_{1a}\lambda_{2b}}{C_{2b}\lambda_{1b} - C_{1b}\lambda_{2b}} + P_{2a}\left(\frac{k_{2a}}{k_{1b}}\right)^2 \frac{C_{2b}\lambda_{2a} - C_{2a}\lambda_{2b}}{C_{2b}\lambda_{1b} - C_{1b}\lambda_{2b}} = p_{11}P_{1a} + p_{12}P_{2a} \tag{۵۹}$$

$$P_{2b} = P_{1a}\left(\frac{k_{1a}}{k_{2b}}\right)^2 \frac{C_{1a}\lambda_{1a} - C_{1b}\lambda_{1a}}{C_{2b}\lambda_{1b} - C_{1b}\lambda_{2b}} + P_{2a}\left(\frac{k_{2a}}{k_{2b}}\right)^2 \frac{C_{2a}\lambda_{1b} - C_{1b}\lambda_{2a}}{C_{2b}\lambda_{1b} - C_{1b}\lambda_{2b}} = p_{11}P_{1a} + p_{12}P_{2a} \tag{۶۰}$$

با توجه به روابط (۴۹) و(۵۰) داریم:

$$N_{1b} = N_{1a}\frac{k_{1a}}{k_{1b}}\frac{\chi_{2b} - \chi_{1a}}{\chi_{2b} - \chi_{1b}} + N_{2a}\frac{k_{2a}}{k_{1b}}\frac{\chi_{2b} - \chi_{2a}}{\chi_{2b} - \chi_{1b}} = n_{11}N_{1a} + n_{12}N_{2a} \tag{۶۱}$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

$$N_{2b} = N_{1a}\frac{k_{1a}}{k_{2b}}\frac{\chi_{1a}-\chi_{1b}}{\chi_{2b}-\chi_{1b}} + N_{2a}\frac{k_{2a}}{k_{2b}}\frac{\chi_{2a}-\chi_{1b}}{\chi_{2b}-\chi_{1b}} = n_{21}N_{1a} + n_{22}N_{2a} \qquad (٦٢)$$

با جای‌گذاری (۵۹) تا (٦٢) در(٥٤) و (۵۸) به‌ترتیب داریم:

(٦٣)

$$P_{1a}\left[p_{11}\lambda_{1b}k_{1b}^2\cos\beta_1 + p_{21}\lambda_{2b}k_{2b}^2\cos\beta_2\right] - iN_{1a}\left[n_{11}\lambda_{1b}k_{1b}^2\sin\beta_1 + n_{21}\lambda_{2b}k_{2b}^2\sin\beta_2\right]$$
$$+P_{2a}\left[p_{12}\lambda_{1b}k_{1b}^2\cos\beta_1 + p_{22}\lambda_{2b}k_{2b}^2\cos\beta_2\right] - iN_{2a}\left[n_{12}\lambda_{1b}k_{1b}^2\sin\beta_1 + n_{22}\lambda_{2b}k_{2b}^2\sin\beta_2\right] = p_0$$

(٦٤)

$$-iP_{1a}\left[p_{11}\chi_{1b}k_{1b}\sin\beta_1 + p_{21}\chi_{2b}k_{2b}\sin\beta_2\right] + N_{1a}\left[n_{11}\chi_{1b}k_{1b}^2\cos\beta_1 + n_{21}\chi_{2b}k_{2b}\cos\beta_2\right]$$
$$-iP_{2a}\left[p_{12}\chi_{1b}k_{1b}\sin\beta_1 + p_{22}\chi_{2b}k_{2b}\sin\beta_2\right] + N_{2a}\left[n_{12}\chi_{1b}k_{1b}^2\cos\beta_1 + n_{22}\chi_{2b}k_{2b}\cos\beta_2\right] = 0$$

حال با نوشتن روابط (۵۳)، (۵۷)، (٦٣) و (٦٤) به‌فرم $G\,\tilde{y}_r^T = \{p_0, p_0, 0, 0\}^T$، المان‌های ماتریس G به‌دست می‌آیند که مقادیر آن در پیوست ۱ قابل مشاهده است. با توجه به مجهول‌های ihd به‌دست آمده فوق، جابه‌جایی‌های u_{sa} و u_{sb} در مرزهای $x=-L_a$ و $x=L_b$ را می‌توان بدین‌صورت به‌دست آورد:

$$u_{sa} = -ik_{1a}\left[iP_{1a}\sin\alpha_1 + N_{1a}\cos\alpha_1)\right] - ik_{2a}\left[iP_{2a}\sin\alpha_2 + N_{2a}\cos\alpha_2\right] \qquad (٦٥)$$

$$u_{sb} = -ik_{1b}\left[-iP_{1b}\sin\beta_1 + N_{1b}\cos\beta_1)\right] - ik_{2b}\left[-iP_{2b}\sin\beta_2 + N_{2b}\cos\beta_2\right] \qquad (٦٦)$$

با استفاده از جابه‌جایی‌های فوق می‌توان کرنش المان در نظر گرفته شده یعنی $\varepsilon = (u_b - u_a)/L$ را به‌سادگی محاسبه کرد. در نهایت نیز طبق روابط (٣٦)، (٣٧)، (٤١) و (٤٢) سرعت مؤثر و استهلاک ذاتی مؤثر قابل محاسبه هستند.

بررسی تأثیر اشباع تکه‌ای بر سرعت و استهلاک

در این بخش به‌بررسی عددی تأثیر الگوی اشباع تکه‌ای بر سرعت مؤثر و استهلاک ذاتی مؤثر پرداخته می‌شود. به‌این منظور ماسه سنگ با مشخصات ارائه شده در جدول ۱ را به‌عنوان محیط متخلخل در نظر می‌گیریم. فرض می‌شود که خصوصیات اسکلت جامد هر دو لایهٔ a و b یک‌سان است. از آب و گاز نیز به‌عنوان سیال‌های مورد نظر با خصوصیات ارائه شده در جدول ۲ در بررسی‌ها استفاده می‌شود. هم‌چنین فرض می‌شود اندازهٔ کل المان در نظر گرفته

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

شده برابر با $L = ۰/۲۵\ \mathrm{m}$ است. طول اشباع شده با آب با L_a و طول اشباع شده از سیال دوم با L_b نشان داده می‌شود.

جدول ۱. خصوصیات ماسه سنگ [۱۰]

نمونهٔ متخلخل	ϕ	k_0, m^2	K_m, GPa	μ_m, GPa	$\rho_s, \mathrm{kg\,m^{-3}}$	K_s, GPa
ماسه‌سنگ	۰/۲۳	۹×۱۰^{-۱۳}	۱/۰۲۱	۱/٤٤۱	۲٦٥۰	۳٥

جدول ۲. خصوصیات سیالات [۵]

نوع سیال	$\mu_f, \mathrm{Pa.s}$	K_f, GPa	$\rho_f, \mathrm{kg\,m^{-3}}$
آب	۱×۱۰^{-۳}	۲/۲٥	۱۰۰۰
گاز	۱٥×۱۰^{-٦}	$۹/٦\times۱۰^{-۳}$	۷۰

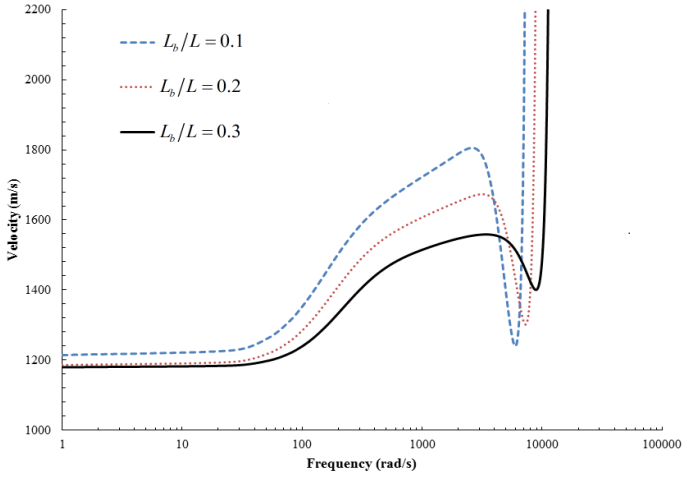
تأثیر اندازهٔ تکه سیال

در این بخش به بررسی تأثیر اندازهٔ تکهٔ سیالی پرداخته می‌شود که به‌صورت لایه‌ای درون سیال دیگری قرار گرفته است. در شکل‌های ۲ و ۳ سرعت مؤثر و استهلاک ذاتی مؤثر برای مقادیر مختلفی از نسبت اشباع شدگی گاز به آب نشان داده شده است. این مقادیر شامل نسبت‌های L_b/L برابر با ۰/۱، ۰/۲ و۰/۳ هستند. میرایی هیسترزیس ξ_s برابر با صفر فرض شده است تا تأکید بر استهلاک ناشی از حرکت سیال انجام گیرد. با توجه به شکل‌های ۲ و ۳ واضح است که سرعت مؤثر و استهلاک مؤثر به‌شدت تحت تأثیر ناهمگنی سیال هستند. اختلاف‌های موجود در فشار محلی ایجاد شده بین دو لایه به‌علت عبور موج، با حرکت جریان مزوسکوپیک سیال از نواحی با فشار زیاد به نواحی با فشار کم خنثی خواهد شد. این امر سبب به‌وجود آمدن یک سازوکار استهلاکی اضافی در مقایسه با سازوکار استهلاکی ناشی از جریان کلی به‌دست آمده به‌وسیلهٔ بایوت [۱۱] می‌شود. هنگامی که مقدار طول موج دارای مرتبهٔ بزرگی یک‌سان با اندازهٔ لایهٔ در نظر گرفته شده باشد، سیستم دچار تشدید خواهد شد. این مسئله را برای اولین وگلار و اسمولدرز [٦] با بسط نظریهٔ وایت مطرح کردند. قابل ذکر است که رسم شکل‌های ۲ و ۳ با رسیدن به اولین تشدید قطع شده است. ذکر این نکته ضروری است که بعد از رخ دادن اولین تشدید، در فرکانس‌های بالاتر نیز پدیده تشدید اتفاق می‌افتد. با افزایش نسبت گاز در سیستم، سرعت موج c_e به‌دلیل کاهش سختی سیستم کاهش می‌یابد.

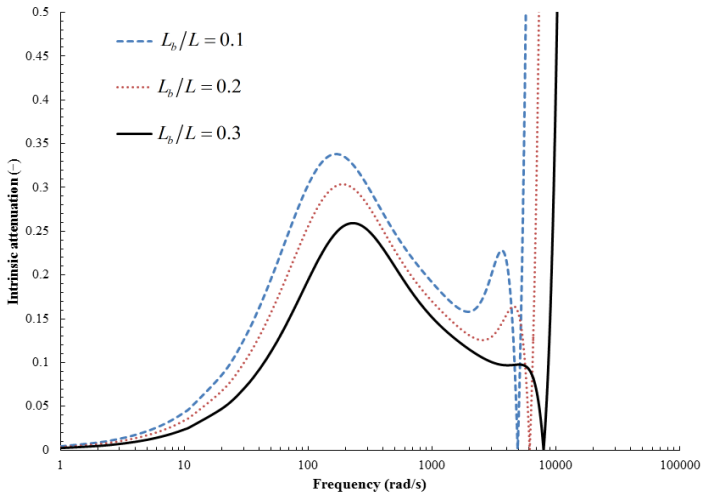
[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

بزرگ بودن مقدار حداکثر استهلاک ذاتی مؤثر به‌دست آمده قبل از تشدید در شکل ۳، بیش‌تر به‌دلیل پدیدار شده رفتار پخش‌شدگی موج نوع دوم به‌منظور برقراری تعادل بین لایه‌ها است. هم‌چنین با کاهش نسبت گاز، حداکثر استهلاک در فرکانس‌های پایین‌تری رخ می‌دهد و مقدار آن نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۲. سرعت c_e در سیستم آب- گاز تابعی از فرکانس



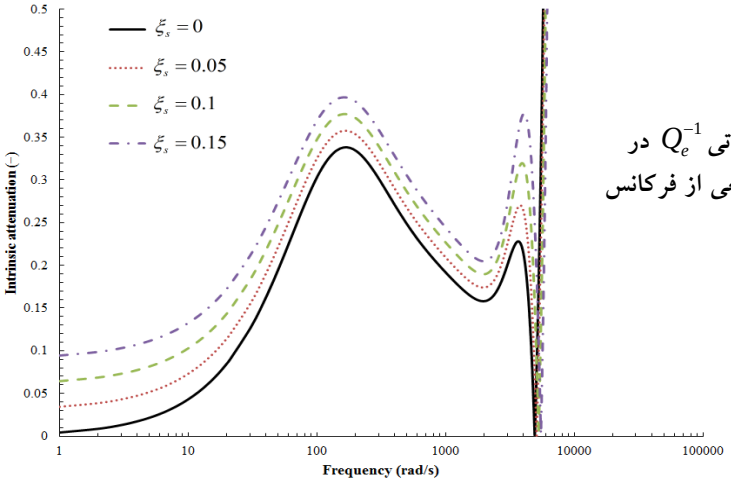
شکل ۳. استهلاک ذاتی Q_e^{-1} در سیستم آب- گاز تابعی از فرکانس

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

استهلاک ناشی از میرایی هیسترزیس

در این قسمت با فرض مقادیر میرایی هیسترزیس ξ_s متفاوت که باعث تبدیل محیط متخلخل الاستیک به محیط ویسکوالاستیک می‌شود، به تأثیر استهلاک ذاتی به‌وجود آمده از اصطکاک بین دانه‌های جامد می‌پردازیم. شکل ٤ استهلاک ذاتی مؤثر موج فشاری را برای مقادیر میرایی هیسترزیس ξ_s برابر با ۰، ۰/۰۵، ۰/۱ و ۰/۱۵ نشان می‌دهد. چنان‌که در مقدمه نیز اشاره شد، استهلاک ذاتی ناشی از جریان سیال تنها عامل مستهلک شدن انرژی امواج نیست. در نتیجه پژوهش‌های ارائه شده در این تحقیق برخلاف نظریهٔ بسط داده شده وایت به‌وسیلهٔ وگلار و اسمولدرز [٦]، تنها به استهلاک ناشی از سیال ($\xi_s = ۰$) محدود نشده است و بررسی استهلاک ناشی از انرژی کرنشی اسکلت جامد را نیز شامل می‌شود. چنان‌که طبق شکل ٤ مشاهده می‌شود، مقدار استهلاک ذاتی به‌دست آمده از میرایی هیسترزیس در فرکانس‌های بسیار کم، قابل توجه‌تر از استهلاک ناشی از وجود سیال است. اما عمدهٔ استهلاک ذاتی در فرکانس‌های زیاد به‌علت وجود جریان محلی سیال از نواحی با فشار زیاد به نواحی با فشار کم است و تأثیر اصطکاک بین‌دانه‌ای اندک است. پس می‌توان نتیجه گرفت استهلاک ناشی از سیال برای آزمایش‌های ژئوفیزیک با فرکانس‌های زیاد مهم‌تر است در حالی که برای تحلیل امواج زلزله‌ها یا انجام آزمایش‌های ژئوفیزیک با فرکانس کم اصطکاک بین‌دانه‌ای اهمیت بیش‌تری دارد. با افزایش میرایی هیسترزیس تنها بر مقدار استهلاک افزوده می‌شود اما رفتار استهلاکی موج برای تمامی مقادیر ξ_s هم‌چنان مشابه حالت $\xi_s = ۰$ است.



شکل ٤. استهلاک ذاتی Q_e^{-1} در سیستم آب- گاز تابعی از فرکانس

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

نتیجه‌گیری

وجود ناهمگنی در سیال‌های اشباع‌کنندۀ محیط متخلخل بر پیچیدگی تفسیر نتایج لرزه‌ای و آزمایش‌های ژئوفیزیک می‌افزاید. بهره بردن از روابطی که هم‌زمان برای تمامی فرکانس‌ها معتبر باشد و بتواند تأثیر ناهمگنی‌های به‌وجود آمدۀ ناشی از جریان سیال را در نظر بگیرد به درک سازوکار انتشار امواج و تفسیر نتایج آزمایش‌ها کمک فراوانی خواهد کرد. به‌علاوه، استهلاک ناشی از اصطکاک بین دانه‌های جامد سبب از دست رفتن بیش‌تر انرژی موج می‌شود که تأثیر آن نیز در بررسی‌ها در نظر گرفته شد. ملاحظه می‌شود که ناهمگنی ناشی از تکه‌ای بودن الگوی اشباع محیط متخلخل به‌شدت بر استهلاک و سرعت امواج تأثیرگذار است و سبب ایجاد استهلاک ناشی از محلی بودن جریان سیال از نواحی با فشار زیاد به نواحی با فشار کم می‌شود. با بزرگ شدن تکه سیال گاز قرار گرفته در سیستم آب-گاز بر استهلاک ذاتی مؤثر و سرعت مؤثر امواج فشاری افزوده می‌شود. با افزایش فرکانس نیز بر سرعت موج افزوده می‌شود اما با افزایش بیش‌تر فرکانس و در هنگامی که طول موج دارای مرتبۀ بزرگی یک‌سان با ضخامت لایه شد، پدیدۀ تشدید در سیستم رخ می‌دهد. استهلاک ذاتی مؤثر نیز با افزایش فرکانس به مقدار حداکثر خود می‌رسد و سپس با افزایش فرکانس از مقدار آن کاسته می‌شود اما با افزایش بیش‌تر فرکانس سیستم دچار تشدید می‌شود. با کاهش اندازۀ تکه گاز در سیستم آب-گاز، حداکثر سرعت مؤثر و استهلاک ذاتی مؤثر(قبل از تشدید) در فرکانس‌های پایین‌تری رخ می‌دهد. هم‌چنین مشاهده شد که در فرکانس‌های بسیار کم استهلاک ذاتی مؤثر ناشی از میرایی هیسترزیس اسکلت جامد بیش‌تر از استهلاک ناشی از سیال است. اما با افرایش فرکانس این امر برقرار نبوده و استهلاک ناشی از جریان محلی سیال دارای بیش‌ترین سهم از استهلاک ذاتی مؤثر است.

منابع

1. Pride S. R., J. G. Berryman, Harris J. M. "Seismic attenuation due to wave-induced flow", Journal of Geophysical Research Vol. 109 (2004) B01201.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

2. Cadoret T., D. Marion, Zinszner B., "Influence of frequency and fluid distribution on elastic-wave velocities in partially saturated limestones", Journal of Geophysical Research - Solid Earth Vol.100 (1995) 9789-9803.

3. Best A. I., Huggett Q. J., Harris A. J. K., "Comparison of in situ and laboratory acoustic measurements on Lough Hyne marine sediments", Journal of the Acoustical Society of America, Vol.110 (2001) 695-709

4. Batzle M. L., Han D. H., Hofmann R., "Fluid mobility and frequency-dependent seismic velocity-direct measurements", Geophysics Vol.71 (2006) N1-N9.

5. White J. E., "Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation", Geophysics Vol.40 (1975) 224-232.

6. Vogelaar B. B. S. A., Smeulders D. M. J., "Extension of White‘s layeredmodel to the full frequency range", Geophysical Prospecting Vol.55 (2007) 685–695.

7. Smeulders D. M. J., "Experimental Evidence for Slow Compressional Waves", Journal of Engineering Mechanics, 131 (2005) 908-917.

8. Berryman J. G., "Confirmation of Biot's theory", Applied Physics Letters Vol.37(1980) 382-384.

9. Van der Kogel H., "Wave propagation in porous media", PH.D. Thesis, California University of Technology, California (1977).

10. Lo W. C., Sposito G., Majer E., "Low-frequency dilatational wave propagation through fully-saturated poroelastic media", Advances in water resources Vol. 29 (2006) 408-416.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]

11. Biot M. A., "Generalized Theory of Acoustic Propagation in Porous Dissipative Media", The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 34 (1962) 1254-1264.

پیوست ۱:

مقادیر المان‌های ماتریس G عبارتند از:

$$
\begin{aligned}
g_{11} &= \lambda_{1a} k_{1a}^2 \cos\alpha_1 \\
g_{12} &= i\lambda_{1a} k_{1a}^2 \sin\alpha_1 \\
g_{13} &= \lambda_{2a} k_{2a}^2 \cos\alpha_2 \\
g_{14} &= i\lambda_{2a} k_{2a}^2 \sin\alpha_2 \\
g_{31} &= i\chi_{1a} k_{1a} \sin\alpha_1 \\
g_{32} &= \chi_{1a} k_{1a} \cos\alpha_2 \\
g_{33} &= i\chi_{2a} k_{2a} \sin\alpha_2 \\
g_{34} &= \chi_{2a} k_{2a} \cos\alpha_2 \\
g_{21} &= p_{11}\lambda_{1b} k_{1b}^2 \cos\beta_1 + p_{21}\lambda_{2b} k_{2b}^2 \cos\beta_2 \\
g_{23} &= p_{12}\lambda_{1b} k_{1b}^2 \cos\beta_1 + p_{22}\lambda_{2b} k_{2b}^2 \cos\beta_2 \\
g_{22} &= -i\left[n_{11}\lambda_{1b} k_{1b}^2 \sin\beta_1 + n_{21}\lambda_{2b} k_{2b}^2 \sin\beta_2 \right] \\
g_{24} &= -i\left[n_{12}\lambda_{1b} k_{1b}^2 \sin\beta_1 + n_{22}\lambda_{2b} k_{2b}^2 \sin\beta_2 \right] \\
g_{41} &= -i\left[p_{11}\chi_{1b} k_{1b} \sin\beta_1 + p_{21}\chi_{2b} k_{2b}^2 \sin\beta_2 \right] \\
g_{43} &= -i\left[p_{12}\chi_{1b} k_{1b} \sin\beta_1 + p_{22}\chi_{2b} k_{2b} \sin\beta_2 \right] \\
g_{33} &= i\chi_{2a} k_{2a} \sin\alpha_2 \\
g_{42} &= n_{11}\chi_{1b} k_{1b} \cos\beta_1 + n_{21}\chi_{2b} k_{2b} \cos\beta_2 \\
g_{44} &= n_{12}\chi_{1b} k_{1b} \cos\beta_1 + n_{22}\chi_{2b} k_{2b} \cos\beta_2
\end{aligned}
$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1392.7.1.6.5]