Kharazmi University

Journal of Engineering Geology

Journal home page https://jeg.khu.ac.ir

OPEN ACCESS

Online ISSN 2981-1600

Evaluation of Transversely Isotropic Elastic Parameters of Natural Soils through the Combined Use of Seismic Refraction and Downhole techniques

Ehsan Pegah[1]✉

1. Assistant Professor, Department of Applied Geology, Faculty of Earth Sciences, Kharazmi University, Tehran, Iran. Email: e.pegah@khu.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received 9 April 2025
Accepted 31 May 2025

Keywords:
Refraction seismology, Downhole geophysical testing, Seismic wave propagation, Transversely isotropic elastic parameters, Seismic velocity, Natural soil deposits.

ABSTRACT

Accurately quantifying the anisotropic elastic parameters of in situ soils is essential for many geotechnical and geological engineering studies. This research introduces an innovative geophysical field technique for assessing these parameters in situ by utilizing the directional variations of P-wave and S-wave velocities. Assuming cross-anisotropy in the soil layers at the test location, it was shown that P- and S-wave propagation velocities along different orientations and planes can be effectively measured through a combination of seismic refraction and downhole surveys. The refraction data were analyzed using Seismic Refraction Tomography (SRT), Multichannel Analysis of Surface Rayleigh Waves (MASW), and Multichannel Analysis of Love Waves (MALW) to estimate the horizontal P-wave velocity (V_{PH}), vertical S-wave velocity (V_{SV}), and horizontal S-wave velocity (V_{SH}), respectively.Moreover, the vertical and oblique P-wave velocities (V_{PV} and $V_{P\theta}$) were identified by evaluating the travel times and distances of wave signals obtained from downhole tests. These velocity measurements were then incorporated into advanced equations formulated from elastic wave propagation theory, facilitating the computation of elastic parameters at the site. To evaluate the accuracy and efficiency of the proposed approach, the obtained results were compared with corresponding laboratory measurements, revealing a satisfactory level of agreement between the two datasets. The proposed methodology offers a practical means for in situ assessment of cross-anisotropic elastic properties in near-surface geomaterials using field-based seismic techniques.

Introduction

Accurate evaluation of elastic parameters in natural soil formations is essential for geotechnical and geological engineering applications, especially when assessing soil behavior under small-strain conditions ($\varepsilon < 10^{-5}$). These parameters are typically estimated through static, dynamic, or combined laboratory tests on reconstituted or intact soil samples; however, replicating in situ conditions in a controlled setting presents significant technical challenges. These include limitations in strain sensor accuracy, transducer misalignment, sample variability, calibration errors, and interpretation challenges in wave-based measurements (Gu et al., 2015; Nishimura; 2014a, 2014b; Nishimura and Magalona, 2020; Pegah et al., 2024; Xu et al., 2020). Moreover, issues related to drilling—such as soil disturbance, environmental impact, extended time requirements, and high costs—further complicate reliable data acquisition (Clayton, 2011; Pegah et al., 2016, 2017, 2021, 2022), making the precise determination of these parameters particularly demanding.

This research introduces an innovative method based on field-based seismic investigations to facilitate the in situ assessment of the elastic properties of near-surface geological materials. This method shows that it is possible to

Cite this article: Pegah, E. (2025). Evaluation of Transversely Isotropic Elastic Parameters of Natural Soils through the Combined Use of Seismic Refraction and Downhole techniques. Journal of Engineering Geology, 19 (1), 1-21. https//doi.org/10.22034/JEG.2025.19.1.1019164

© The Author(s).
DOI: https//doi.org/10.22034/JEG.2025.19.1.1019164

Publisher: Kharazmi University.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]

[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]

[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

accurately determine these constants by using the directional components of P- and S-wave velocities, as predicted by elasticity theory. The velocity extraction process relies on an integrated application of seismic refraction and downhole techniques within the designated study area. Assuming transverse isotropy in the subsurface medium, the horizontal P-wavevelocity (V_{PH}), vertical S-wave velocity (V_{SV}), and horizontal S-wave velocity (V_{SH}) within soil strata can be identified through seismic refraction surveys conducted at the surface. The V_{PH} model is constructed using the Seismic Refraction Tomography (SRT) method, which—based on seismic refraction principles—captures the horizontal propagation characteristics of P-waves in layered soils. Similarly, the spatial variations of V_{SV} and V_{SH}, corresponding to vertical and horizontal shear wave movements, can be extracted using the Multichannel Analysis of Surface Waves (MASW) and Multichannel Analysis of Love Waves (MALW), respectively.

Alternatively, the measurement of P-wave velocities in the vertical direction (V_{PV}), as well as along an inclined axis within the vertical plane forming an angle θ with the vertical ($V_{P\theta}$), can be achieved through downhole seismic testing. This process involves understanding the borehole's acquisition setup and the horizontal offset between the seismic source and the borehole entrance. By recording the first-arrival times of the seismic waves, $V_{P\theta}$ values are computed for each recorded trace. Subsequently, by adjusting the arrival times to eliminate the influence of source offset, the V_{PV} values can also be accurately derived. It is important to highlight that the effectiveness and precision of these approaches in constructing subsurface velocity models and generating underground velocity distribution maps have been extensively validated in prior research (Babacan et al., 2018; Crice, 2011; Mok et al., 2016; Pegah and Liu, 2016, 2020a, 2020b; Yilmaz, 2015).

Transversely Isotropy Elastic Model and the Relationship between Elastic Parameters and Seismic Velocities

The transversely isotropic elasticity model, grounded in solid theoretical principles, is widely utilized in geotechnical engineering to assess soil behavior under small-strain conditions. It describes the stress-strain relationship in soils using a stiffness matrix derived from generalized Hooke's law, incorporating five independent material parameters: $C_{11} = M_h$, the constrained modulus in the horizontal direction; $C_{33} = M_v$, the constrained modulus in the vertical direction; $C_{44} = G_{vh}$ (or G_{hv}), the shear modulus in the vertical plane; $C_{66} = G_{hh}$, the shear modulus in the horizontal plane; and C_{13}, which defines the coupling between vertical and horizontal normal strains. Additionally, $C_{12} = M_h - 2G_{hh}$. In this model, the horizontal x-y plane is considered isotropic, while the vertical z-axis is anisotropic. The formulation captures how increments in normal stresses ($\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$, $\Delta\sigma_z$) correspond to changes in normal strains ($\Delta\varepsilon_x$, $\Delta\varepsilon_y$, $\Delta\varepsilon_z$), and how shear stress increments ($\Delta\tau_{xy}$, $\Delta\tau_{yz}$, $\Delta\tau_{zx}$) lead to respective shear strain increments ($\Delta\gamma_{xy}$, $\Delta\gamma_{yz}$, $\Delta\gamma_{zx}$).

The elastic moduli M_h, M_v, G_{vh}, and G_{hh} can be estimated directly from the corresponding seismic wave velocities—V_{PH}, V_{PV}, V_{SV}, and V_{SH}—using fundamental relationships from elastic wave theory. These equations also depend on the mass density (ρ) of the material through which the waves propagate:

$$M_h = \rho V_{PH}^2 \quad (1)$$
$$M_v = \rho V_{PV}^2 \quad (2)$$
$$G_{vh} = \rho V_{SV}^2 \quad (3)$$
$$G_{hh} = \rho V_{SH}^2 \quad (4)$$

Although these four parameters are straightforward to compute, determining the fifth constant, C_{13}, is more involved. Despite its abstract physical interpretation, C_{13} plays a significant role in describing anisotropic wave

behavior. It can be derived using oblique P-wave velocity $V_{P\theta}$, the known moduli, and the propagation angle θ via the following equation.

$$C_{13} = \sqrt{\frac{[2\rho V_{P\theta}^2 - M_h \sin^2\theta - M_v \cos^2\theta - G_{vh}]^2 - [(M_h - G_{vh})\sin^2\theta - (M_v - G_{vh})\cos^2\theta]^2}{2\sin\theta\cos\theta}} - G_{vh} \quad (4)$$

In downhole surveys, determining $V_{P\theta}$ is more complex than estimating V_{PV}, primarily due to refraction effects in layered subsurface models. As seismic waves cross layer boundaries, their paths bend, making it difficult to accurately calculate the propagation angle θ and corresponding velocity $V_{P\theta}$ in deeper layers. These values can only be reliably measured in the first layer. However, since both θ and $V_{P\theta}$ tend to approach zero and V_{PV}, respectively, with increasing depth, this challenge can be addressed by applying a limiting case of Eq. (5). When $\theta \to 0$ and $V_{P\theta} \to V_{PV}$, the expression simplifies, allowing C_{13} to be approximated using only M_v and G_{vh}:

$$C_{13} = M_v - 2G_{vh} \quad (6)$$

Once the five key elastic constants—M_h, M_v, G_{vh}, G_{hh}, and C_{13}—are determined from seismic velocity data, they can be used in Eqs. (7) to (11), which are based on elasticity theory. These equations allow for the calculation of additional anisotropic elastic properties, such as the vertical and horizontal Young's moduli (E_v and E_h) and the Poisson's ratios ν_{vh}, ν_{hv}, and ν_{hh} —where the first subscript refers to the direction of applied load and the second to the resulting deformation.

$$E_v = M_v - (C_{13}^2/(M_h - G_{hh})) \quad (7)$$
$$E_h = 4G_{hh}(1 - (G_{hh}M_v/(M_hM_v - C_{13}^2)) \quad (8)$$
$$\nu_{vh} = C_{13}/2(M_h - G_{hh}) \quad (9)$$
$$\nu_{hv} = 2G_{hh}C_{13}/(M_hM_v - C_{13}^2) \quad (10)$$
$$\nu_{hh} = 1 - (2G_{hh}M_v/(M_hM_v - C_{13}^2)) \quad (11)$$

Implementation of The Proposed Method at a Sandy Site

Location and Soil Composition of the Site

The examined area is locatedon a flat plain in northern Iran. It consists mostly of loose sandy soils mixed with small amounts of silt and clay. These materials were gradually deposited over time by wind and water. Observations of the surface and data from boreholes confirm that the soil layers are dry and lie above the groundwater level.

Collection of Seismic Data

Seismic measurements were taken using P- and S-waves with arrays of geophones arranged in a straight line. Wave energy was created using explosive charges and a sledgehammer and recorded at multiple points on the surface and at varying depths in a borehole. This setup provided a comprehensive dataset for analyzing the subsurface conditions.

Interpretation of Seismic Measurements

The gathered data was processed to calculate different seismic velocity components, which revealed how waves travel through the soil layers. Travel times and wave dispersion were analyzed using software tools, leading to detailed velocity profiles that help describe the underground structure and material properties at the site.

Estimating Soil Elastic Properties from Seismic Wave Velocities

In this analysis, the ground is considered to consist of multiple soil layers. Changes in S-wave speed with depth were used to pinpoint the boundaries between these layers, which were confirmed with borehole logging. Each layer's seismic wave velocities—both vertical and horizontal—enabled the calculation of key elastic parameters like stiffness and shear moduli. These values, in turn, were used to derive directional Young's moduli and Poisson's ratios, reflecting the anisotropic mechanical behavior of the soil. Additionally, the soil's

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

density was estimated from its P-wave velocity using a known equation that relates these two parameters in granular soils.

Confirming Elastic Properties Derived from Seismic Data

Because direct testing of elastic constants wasn't performed, reference values for vertical Young's modulus (E_v) were estimated using earlier triaxial lab tests. These lab values were adjusted to match in situ stress conditions using empirical equations and fitted parameters based on the test results. When compared, the E_v values from seismic data closely matched the reference estimates, with errors under 17%, validating the accuracy of the seismic approach for evaluating soil stiffness.

Conclusions

This research introduced an effective geophysical field method for determining the cross-anisotropic elastic constants of in situ soils. This method measures seismic wave velocities. This method combines seismic refraction and downhole testing techniques. Incorporating the anisotropic characteristics of P- and S-wave velocities into a set of equations based on elastic wave propagation theory enables the approach to uniquely estimate elastic properties in situ. Treating the subsurface as a cross-anisotropic medium, velocity models for V_{PH}, V_{SV}, and V_{SH} were derived from seismic refraction tomography (SRT), multichannel analysis of surface rayleigh waves (MASW), and multichannel analysis of love waves (MALW), respectively. Additionally, V_{PV} and $V_{P\theta}$ velocities were determined using travel time and depth data collected from borehole investigations. This method was applied at a sandy site in Iran. Although direct field measurements of dynamic elastic constants were unavailable, the method's performance was preliminarily verified by comparing its results with those from standard triaxial laboratory tests. This comparison indicated the method's promising accuracy and reliability.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

دسترسی آزاد
شاپا الکترونیکی ۲۹۸۱-۱۶۰۰
نشریه زمین شناسی مهندسی
Journal home page https://jeg.khu.ac.ir
دانشگاه خوارزمی

ارزیابی پارامترهای کشسان همسانگرد عرضی خاک‌های برجا با استفاده از ترکیب روش‌های لرزه‌نگاری انکساری و پایین‌چاهی

احسان پگاه [۱] ✉

۱. استادیار، گروه زمین‌شناسی کاربردی، دانشکده علوم زمین، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران. رایانامه: e.pegah@khu.ac.ir

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۲۰
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۱۰

کلیدواژه‌ها:
لرزه‌نگاری انکساری، پیمایش لرزای پایین‌چاهی، انتشار امواج کشسان، پارامترهای کشسان همسانگرد عرضی، سرعت‌های امواج لرزه‌ای، خاک‌های برجا.

چکیده

ارزیابی دقیق پارامترهای کشسان ناهمسانگرد در خاک‌های طبیعی برجا، از اهمیت بالایی در کاربردهای مهندسی ژئوتکنیک و زمین‌شناسی مهندسی برخوردار است. این مطالعه، یک رویکرد نوین ژئوفیزیکی صحرایی را برای اندازه‌گیری برجای این پارامترها با استفاده از مولفه‌های ناهمسانگرد سرعت امواج P و S ارائه می‌دهد. بدین منظور، با فرض همسانگردی عرضی در نهشته‌های خاکی یک ساختگاه آزمایشی، نشان داده می‌شود که می‌توان سرعت‌های انتشار امواج P و S در جهات و صفحات مختلف را از ترکیب روش‌های لرزه‌نگاری انکساری و پایین‌چاهی به‌دست آورد. مقادیر سرعت به‌دست آمده سپس با معادلات حاصل از نظریه انتشار امواج کشسان ترکیب شدند تا مقادیر پارامترهای کشسان در ساختگاه ارزیابی گردند. به منظور بررسی کارایی و دقت رویکرد پیشنهادی، نتایج به‌دست آمده از داده‌های لرزه‌ای با مقادیر متناظر حاصل از آزمون‌های آزمایشگاهی مقایسه شدند که انطباق مناسبی بین آنها مشاهده گردید. رویکرد ارائه شده می‌تواند به عنوان ابزاری کارآمد و قابل اعتماد برای ارزیابی برجای پارامترهای کشسان همسانگرد عرضی در رسوبات سطحی، مبتنی بر روش‌های لرزه‌ای صحرایی، مورد استفاده قرار گیرد.

مقدمه

ارزیابی صحیح پارامترهای کشسان در رسوبات طبیعی خاک همواره یکی از موضوعات کلیدی و ضروری در پروژه‌های زمین‌شناسی مهندسی و مهندسی ژئوتکنیک به شمار می‌رود. این پارامترها نشان‌دهنده پاسخ ذاتی و ظرفیت تغییرشکل‌پذیری خاک در برابر تنش‌های اعمال شده، به ویژه در محدوده کرنش‌های کوچک (کمتر از 10^{-5})، هستند . آگاهی از این پارامترها در تحلیل و بررسی بسیاری از مسائل مکانیک خاک از جمله پاسخ دینامیکی ساختگاه، بهسازی خاک، مدل‌سازی‌های عددی پیشرفته، طراحی‌های لرزه‌ای، اندرکنش خاک و سازه، و ارزیابی‌های پایداری ضروری است (Fakharian et al., 2023; Gu et al., 2022; He et al., 2022; Nishimura, 2014b; Pegah and Liu, 2016; Pegah et al., 2024; Uhlemann et al., 2016; Xiao et al., 2023; Yilmaz, 2015). علاوه بر این، خاک‌های طبیعی در بسیاری از مناطق به دلیل شرایط رسوب‌گذاری، تاریخچه تنش، و جهت‌گیری ساختاری، رفتارهای مکانیکی ناهمسانگرد از خود نشان می‌دهند که این امر ضرورت تعیین دقیق ویژگی‌های کشسانی وابسته به جهت در آنها را دوچندان می‌سازد. پارامترهای کشسان همسانگرد عرضی به‌طور ویژه در افزایش دقت شبیه‌سازی‌های عددی، مدل‌سازی‌های رفتاری پیشرفته، و ارزیابی خطر لرزه‌ای در شرایط ناهمسانگرد زمین نقش کلیدی دارند. با این حال، از آنجا که روش‌های متداول ژئوتکنیکی و ژئوفیزیکی عمدتاً تنها پارامترهای همسانگرد یا مقادیر میانگین قائم را ارائه می‌دهند، تعیین برجای این پارامترها همچنان یک چالش

استناد: پگاه، ا. (۱۴۰۴). ارزیابی پارامترهای کشسان همسانگرد عرضی خاک‌های برجا با استفاده از ترکیب روش‌های لرزه‌نگاری انکساری و پایین‌چاهی. مجله زمین شناسی مهندسی، ۱۹ (۱)، ۲۱-۱. https://doi.org/10.22034/JEG.2025.19.1.1019164

ناشر: دانشگاه خوارزمی.
© نویسندگان.
CC BY NC

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

فنی محسوب می‌شود. این موضوع نیازمند توسعه رویکردهای میدانی کارآمد برای تعیین مستقیم پارامترهای کشسان ناهمسانگرد در شرایط واقعی برجا است.

امروزه در عمل، پارامترهای کشسان معمولاً با استفاده از آزمون‌های آزمایشگاهی استاتیکی، دینامیکی، یا ترکیبی از آنها، بر روی نمونه‌های خاک بازآرایی شده یا دست‌نخورده مستخرج از رسوبات خاک برجا تعیین می‌شوند (Dutta et al., 2020; Fioravante et al., 2013; Liu et al, 2020; Yimsiri and Soga, 2011; Zuo et al., 2024). با این وجود، کمی‌سازی دقیق این پارامترها اغلب به دلیل مشکلات متعدد ناشی از طبیعت آزمون‌های آزمایشگاهی بسیار چالش‌برانگیز است. این چالش‌ها شامل شبیه‌سازی شرایط صحرایی در آزمایشگاه، ناهماهنگی در حسگرهای ثبت کرنش موضعی، عدم همترازی در مبدل‌های نصب شده در اطراف نمونه، تغییرات در تغییرشکل‌پذیری نمونه، مسائل کالیبراسیون، خطا در انتخاب اولین زمان‌های رسید برای آزمایشات اِلمان خمشی یا کششی، و نرخ بسیار کوچک در تغییرات کرنش و دامنه طی چرخه‌های بارگذاری، باربرداری و بارگذاری مجدد می‌باشند (Gu et al., 2015; Nishimura; 2014a; Nishimura and Magalona, 2020; Xu et al., 2020). علاوه بر این، پیامدهای نامطلوب ناشی از عملیات حفاری مانند اختلال در ساختار خاک، آسیب‌های زیست‌محیطی، صرف زمان و مخارج مالی بالا نیز از دیگر چالش‌های سهیم در این فرآیند هستند (Clayton, 2011; Pegah et al., 2021, 2022).

بنابراین، هدف اصلی از این مطالعه ارائه یک رویکرد جدید بر مبنای پیمایش‌های لرزه‌نگاری صحرایی است که امکان اندازه‌گیری پارامترهای کشسان ناهمسانگرد در رسوبات سطحی را به صورت برجا فراهم می‌سازد. بر پایه این رویکرد، محاسبه صحیح پارامترها با استفاده از مقادیر مولفه‌های ناهمسانگرد سرعت امواج P و S، و بر اساس نتایج حاصل از نظریه کشسانی، انجام خواهد گرفت. لازم به ذکر است که روند استخراج سرعت‌ها، بر مبنای کاربرد مشترک روش‌های لرزه‌نگاری انکساری و پایین‌چاهی در ساختگاه مورد مطالعه می‌باشد. در این راستا، با فرض وجود همسانگردی عرضی در زمین، سرعت انتشار امواج P در صفحه افقی رسوبات خاک (V_{PH})، سرعت انتشار امواج S در صفحه قائم (V_{SV})، و سرعت انتشار امواج S در صفحه افقی (V_{SH}) را می‌توان از اجرای پروفیل‌های لرزه‌نگاری انکساری بر روی سطح زمین تعیین نمود. مدل‌های سرعت V_{PH} را می‌توان با استفاده از روش توموگرافی انکساری لرزه‌ای (Seismic Refraction Tomography یا SRT) که مطابق با نظریه لرزه‌نگاری انکساری، سرعت انتشار افقی امواج P را در لایه‌های خاک ارائه می‌کند به‌دست آورد (De Giorgi and Leucci, 2014; Gan et al., 2017; Higuera-Diaz et al., 2007). در اقدامی مشابه، تغییرات در سرعت‌های V_{SV} و V_{SH} در صفحات عمودی و افقی لایه‌های خاک، را می‌توان به‌ترتیب از روش‌های تحلیل چند کاناله امواج سطحی ریلی (Multichannel Analysis of Surface Rayleigh Waves یا MASW) و تحلیل چند کاناله امواج لاو (Multichannel Analysis of Love Waves یا MALW) استخراج نمود (Abbas and Abdelgowad, 2024; Foti., 2013; Ivanov et al., 2017; Mahajan et al., 2007; Safani et al., 2006; Tokeshi et al., 2013).

از سوی دیگر، سرعت انتشار موج P در صفحه و راستای قائم (V_{PV})، و سرعت انتشار آن در صفحه قائم و در امتداد محوری که دارای زاویه θ با راستای قائم ($V_{P\theta}$) است، را می‌توان از آزمون پایین‌چاهی اندازه‌گیری کرد. در واقع، با آگاهی از هندسه برداشت در درون گمانه و فاصله نقطه چشمه از دهانه چاه، و با اندازه‌گیری زمان نخستین رسید امواج، $V_{P\theta}$ برای هر ردلرزه محاسبه می‌شود. با تصحیح زمان‌های رسید به منظور حذف اثر فاصله چشمه از دهانه چاه، مقادیر متناظر V_{PV} را نیز می‌توان تعیین نمود. شایان ذکر است که کاربردپذیری و صحت روش‌های فوق‌الذکر برای مدل‌سازی و تولید نقشه‌های زیرسطحی از توزیع سرعت،

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]

[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

توسط مطالعات متعددی در پیشینه تحقیق به اثبات رسیده است (Babacan et al., 2018; Crice, 2011; Mok et al., 2016; Pegah and Liu, 2020a, 2020b; Yilmaz, 2015).

چارچوب رویکرد پیشنهادی

مدل کشسان همسانگرد عرضی

مدل کشسان همسانگرد عرضی یک مدل پُرکاربرد است که بر اساس اصول نظری مستحکم و دقیق توسعه یافته است. این مدل به گستردگی در مطالعات مهندسی ژئوتکنیک به منظور تجزیه و تحلیل ویژگی‌های کلیدی خاک تحت تحریکات کرنشی کوچک استفاده می‌شود (Ezaoui and Di Benedetto, 2009; Fioravante et al., 2013; Gu et al., 2023; Otsubo et al., 2020; Pegah et al., 2016; 2017). بر مبنای نظریه کشسانی، معادلات مشخصه تغییرات تنش-کرنش برای یک محیط خاک همسانگرد عرضی، با استفاده از ماتریس سختی زیر و بر اساس قانون عمومی هوک که دربرگیرنده پنج پارامتر مستقل ماده (C_{11}, C_{33}, C_{44}, C_{66} و C_{13}) است بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix}\Delta\sigma_x\\ \Delta\sigma_y\\ \Delta\sigma_z\\ \Delta\tau_{xy}\\ \Delta\tau_{yz}\\ \Delta\tau_{zx}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\varepsilon_x\\ \Delta\varepsilon_y\\ \Delta\varepsilon_z\\ \Delta\gamma_{xy}\\ \Delta\gamma_{yz}\\ \Delta\gamma_{zx}\end{bmatrix} \quad (۱)$$

که x و y بیان‌کننده جهت‌های افقی هستند، حال آنکه z جهت عمودی، قائم بر صفحه افقی x-y را نشان می‌دهد. ویژگی‌های مکانیکی خاک در این صفحه بر خلاف ویژگی‌های مشاهده شده در امتداد محور z، همسانگرد هستند. بر همین اساس، صفحه x-y معمولاً به عنوان صفحه همسانگردی، با محور z به عنوان محور ناهمسانگردی، شناخته می‌شود. $C_{11} = M_h$ نشان‌دهنده مدول مقید در جهت افقی است، در حالی‌که $C_{33} = M_v$ مشخص‌کننده مدول مقید در جهت قائم است. به طور مشابه، C_{44} (یا G_{hv}) = G_{vh} متناظر با مدول برشی در صفحه قائم، و $C_{66} = G_{hh}$ معرفی‌کننده مدول برشی در صفحه افقی است. بعلاوه، $C_{12} = M_h - 2G_{hh}$، و C_{13} معرف پنجمین پارامتر مستقل ماده در مدل است. افزایش در تنش‌های نرمال ($\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\sigma_z$) منعکس کننده تغییرات در کرنش‌های نرمال ($\Delta\varepsilon_x, \Delta\varepsilon_y, \Delta\varepsilon_z$) هستند، حال آنکه افزایش در تنش‌های برشی ($\Delta\tau_{xy}, \Delta\tau_{yz}, \Delta\tau_{zx}$) موجب ایجاد افزایش در کرنش‌های برشی ($\Delta\gamma_{xy}, \Delta\gamma_{yz}, \Delta\gamma_{zx}$) خواهند شد.

معادلات نظری ارتباط‌دهنده پارامترهای کشسان و سرعت‌های امواج لرزه‌ای

چهار مدول کشسان M_h، M_v، G_{vh}، و G_{hh} را می‌توان مستقیماً از سرعت‌های لرزه‌ای V_{PH}، V_{PV}، V_{SV}، و V_{SH} به‌ترتیب با استفاده از معادلات (۲) تا (۵) که منتج از نظریه انتشار امواج کشسان هستند محاسبه نمود:

$$M_h = \rho V_{PH}^2 \quad (۲)$$

$$M_v = \rho V_{PV}^2 \quad (۳)$$

$$G_{vh} = \rho V_{SV}^2 \quad (۴)$$

$$G_{hh} = \rho V_{SH}^2 \quad (۵)$$

که ρ بیانگر چگالی جرمی محیط انتشار است. شایان ذکر است که چگالی جرمی را می‌توان به‌طور غیر مستقیم از اندازه‌گیری‌های صحرایی سرعت موج P نیز ارزیابی کرد که

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

اغلب دارای دقت بیشتری نسبت به اندازه‌گیری مستقیم آن از نمونه‌های خاک، به‌ویژه در خاک‌های ماسه‌ای، است. این رویکرد شرایط برجا را به‌خوبی در نظر گرفته و خطاهای ناشی از دست‌خوردگی نمونه، ناهمگنی، و محدودیت‌های آزمایشگاهی را کاهش می‌دهد، و مقدار میانگین جامعی را برای محیط خاک ارئه می‌کند. همبستگی بین چگالی مواد زمین‌ساختی و سرعت متناظر موج P در آنها در مطالعات متعددی نشان داده شده است، که از برآورد معتبر چگالی توسط اندازه‌گیری‌های سرعت حمایت می‌کنند (Almadani et al., 2015; Gaviglio, 1989; Tezcan et al., 2006). با این وجود، تعیین پارامتر C_{13} بر خلاف اهمیت آن در تحلیل ویژگی‌های محیط همسانگرد عرضی به این سادگی نمی‌باشد. اگرچه معنای فیزیکی C_{13} به‌طورکلی خیلی واضح و ملموس نیست، اما مقدار آن به میزان قابل ملاحظه‌ای بر شکل جبهه‌های موج ناهمسانگرد تأثیر می‌گذارد (Fioravante et al., 2013). مطابق با رابطه بیان شده توسط وایت (White, 1983)، می‌توان سرعت اتتشار $V_{P\theta}$ را از معادله (۶) با استفاده از پارامترهای M_h، M_v، G_{vh}، و C_{13} استخراج کرد:

$$V_{P\theta} = \sqrt{\frac{M_h \sin^2\theta + M_v \cos^2\theta + G_{vh} + \Delta}{2\rho}} \qquad (۶)$$

که

$$\Delta = \sqrt{[(M_h - G_{vh})\sin^2\theta - (M_v - G_{vh})\cos^2\theta]^2 + 4(C_{13} + G_{vh})^2 \sin^2\theta \cos^2\theta} \qquad (۷)$$

با جایگزینی معادله (۷) در معادله (۶)، و بازآرایی آن می‌توان C_{13} را به صورت تابعی از M_h، M_v، G_{vh}، $V_{P\theta}$، و θ بیان نمود:

$$C_{13} = \sqrt{\frac{[2\rho V_{P\theta}^2 - M_h \sin^2\theta - M_v \cos^2\theta - G_{vh}]^2 - [(M_h - G_{vh})\sin^2\theta - (M_v - G_{vh})\cos^2\theta]^2}{2 \sin\theta \cos\theta}} - G_{vh} \qquad (۸)$$

مدول‌های محاسبه شده M_h، M_v، و G_{vh} از معادلات (۲) تا (۴) متعاقباً با زوج مقادیر θ و $V_{P\theta}$ برای یک مولفه مورب از موج P ترکیب می‌شوند تا در نهایت C_{13} به‌دست آید.

با این وجود، باید توجه داشت که در عملیات پایین‌چاهی، به‌رغم روش معمول برای تعیین V_{PV}، ارزیابی دقیق $V_{P\theta}$ به صراحت و سادگی آنچه که برای V_{PV} انجام می‌گیرد نیست. آن‌گونه که مدل زیرسطحی معمولاً به صورت یک محیط لایه‌ای در نظر گرفته می‌شود، شکست مسیر پرتو، و نتیجتاً تغییر در جهت انتشار آن، در مرز لایه‌ها رخ می‌دهد. این پدیده، محاسبه زوایای انتشار و سرعت‌های متناظر آنها را به امری چالش‌برانگیز در لایه‌های دوم و متعاقب آن تبدیل می‌کند. تنها در لایه اول است که امکان اندازه‌گیری θ و $V_{P\theta}$، و در نتیجه C_{13}، با دقت کافی وجود دارد. با آگاهی از اینکه، با افزایش عمق، مقادیر θ و $V_{P\theta}$ به‌ترتیب به سمت صفر و V_{PV} میل می‌کنند (Mari and Vergniault, 2018; Yilmaz, 2015)، می‌توان الزام نیاز به محاسبه دقیق θ و $V_{P\theta}$ در دیگر لایه‌ها را برطرف نمود. در این راستا، با اعمال حد بر روی معادله (۸) به‌گونه‌ای که $\theta \to ۰$ و $V_{PV} \to$ $V_{P\theta}$، می‌توان پارامتر C_{13} برای لایه‌های زیرین را صرفاً با استفاده از مدول‌های M_v و G_{vh} ارزیابی کرد:

$$C_{13} = M_v - 2G_{vh} \qquad (۹)$$

پس از اینکه پنج پارامتر مستقل M_h، M_v، G_{vh}، G_{hh}، و C_{13} از سرعت‌های لرزه‌ای به‌دست آمدند، می‌توان آنها را در معادلات (۱۰) تا (۱۴)، که بر مبنای نظریه کشسانی نتیجه‌گیری شده‌اند، قرار داد تا دیگر ویژگی‌های کشسان ناهمسانگرد، شامل مدول یانگ E_v در جهت قائم، مدول یانگ E_h در جهت افقی، و نسبت‌های پواسون ν_{vh}، ν_{hv}، و ν_{hh} (که

نخستین اندیس نشانگر جهت بارگذاری و اندیس دوم بیانگر تغییرشکل وابسته است) را محاسبه نمود:

$$E_v = M_v - \frac{C_{13}^2}{M_h - G_{hh}} \quad (۱۰)$$

$$E_h = 4G_{hh}\left(1 - \frac{G_{hh}M_v}{M_hM_v - C_{13}^2}\right) \quad (۱۱)$$

$$\nu_{vh} = \frac{C_{13}}{2(M_h - G_{hh})} \quad (۱۲)$$

$$\nu_{hv} = \frac{2G_{hh}C_{13}}{M_hM_v - C_{13}^2} \quad (۱۳)$$

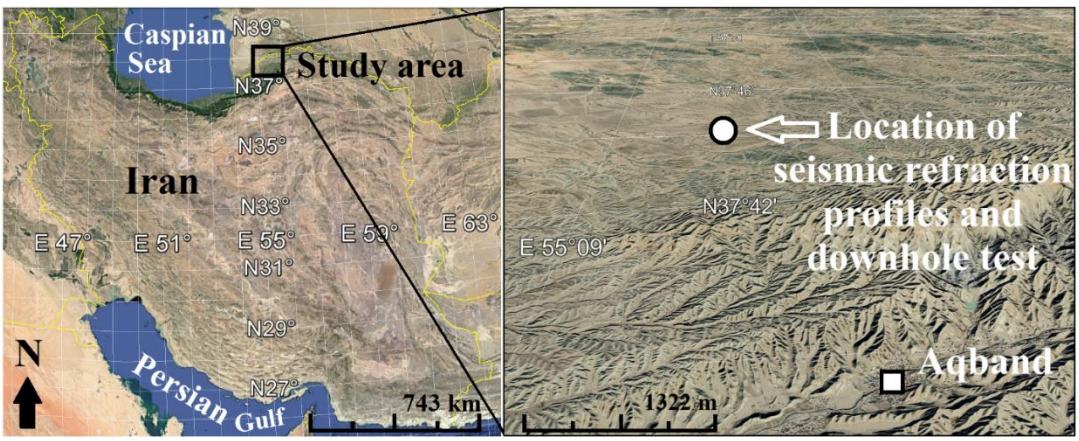
$$\nu_{hh} = 1 - \frac{2G_{hh}M_v}{M_hM_v - C_{13}^2} \quad (۱۴)$$

کاربرد رویکرد ارائه شده در یک ساختگاه ماسه‌ای

به منظور ارزیابی کاربردپذیری رویکرد ارائه شده، نهشته‌های نزدیک به سطح خاک در یک ساختگاه آزمایشی در ایران مورد بررسی قرار گرفتند. موقعیت جغرافیایی، زمین‌شناسی مواد زمین‌ساختی سطحی، و برخی از جنبه‌های داده‌برداری و پردازش داده‌های لرزه‌ای، قبلاً در مطالعات پگاه و لیو (Pegah and Liu, 2020a) گزارش شده است. با این وجود، در ادامه ضمن مروری مختصر بر این موضوعات، به تشریح فعالیت‌های مازاد لرزه‌ای انجام شده نیز پرداخته می‌شود.

مشخصات جغرافیایی و زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه

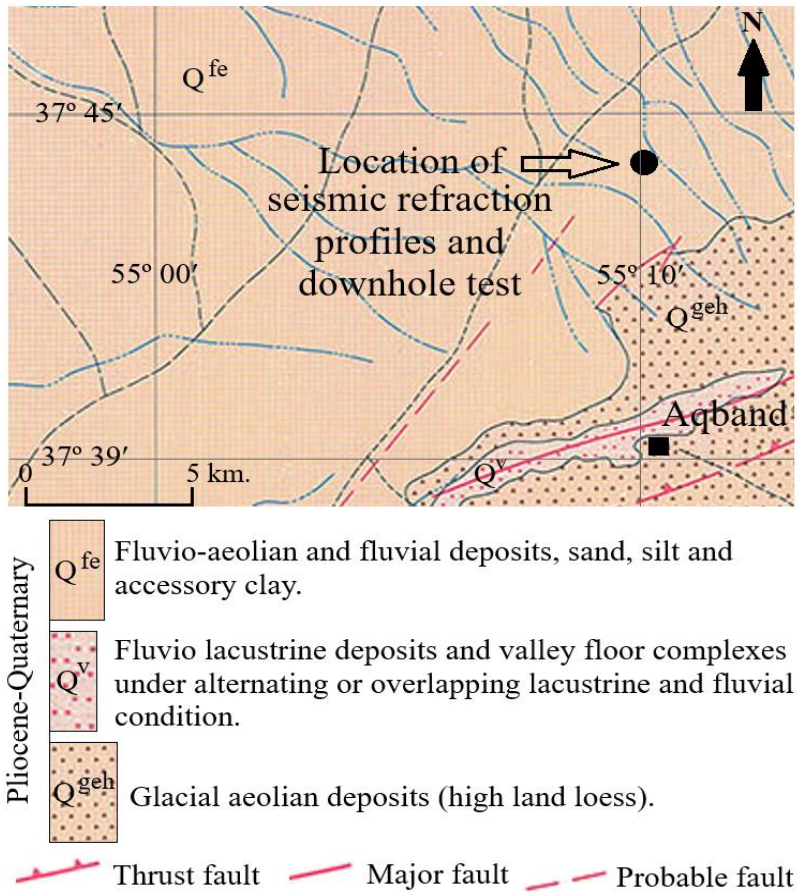
منطقه مورد مطالعه در یک دشت آبرفتی که تقریباً در فاصله ۸ کیلومتری از روستای آق‌بند در شمال ایران قرار دارد، واقع است (شکل ۱). بر اساس اطلاعات زمین‌شناسی (شکل ۲)، مواد زمین‌ساختی سطحی در ساختگاه عمدتاً از رسوبات خاک ماسه‌ای تحکیم‌نیافته حاوی مقادیر کمی لای و رس تشکیل شده‌اند، که به تدریج در طول زمان توسط فرآیندهای بادی و رودخانه‌ای در طی دوره‌های پلیوسن تا کواترنری تجمیع یافته‌اند. این اطلاعات به خوبی با مشاهدات صحرایی در سطح زمین و سیاهه حاصل از عملیات حفاری گمانه برای آزمون پایین‌چاهی مطابقت داشتند. همچنین، داده‌های سیاهه نشان دادند که رسوبات خاکی مورد بررسی در این مطالعه در بالای سطح ایستابی واقع بوده، که اساساً بیانگر غیر اشباع بودن لایه‌های خاک هستند.



شکل ۱. موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه که محل پروفیل‌های لرزه‌نگاری انکساری و آزمون پایین‌چاهی را نشان می‌دهد

Fig. 1. Geographical location of the study area, representing the place of the seismic refraction profiles and the downhole testing

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]



شکل ۲. نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه (Geological Survey of Iran, 1993)

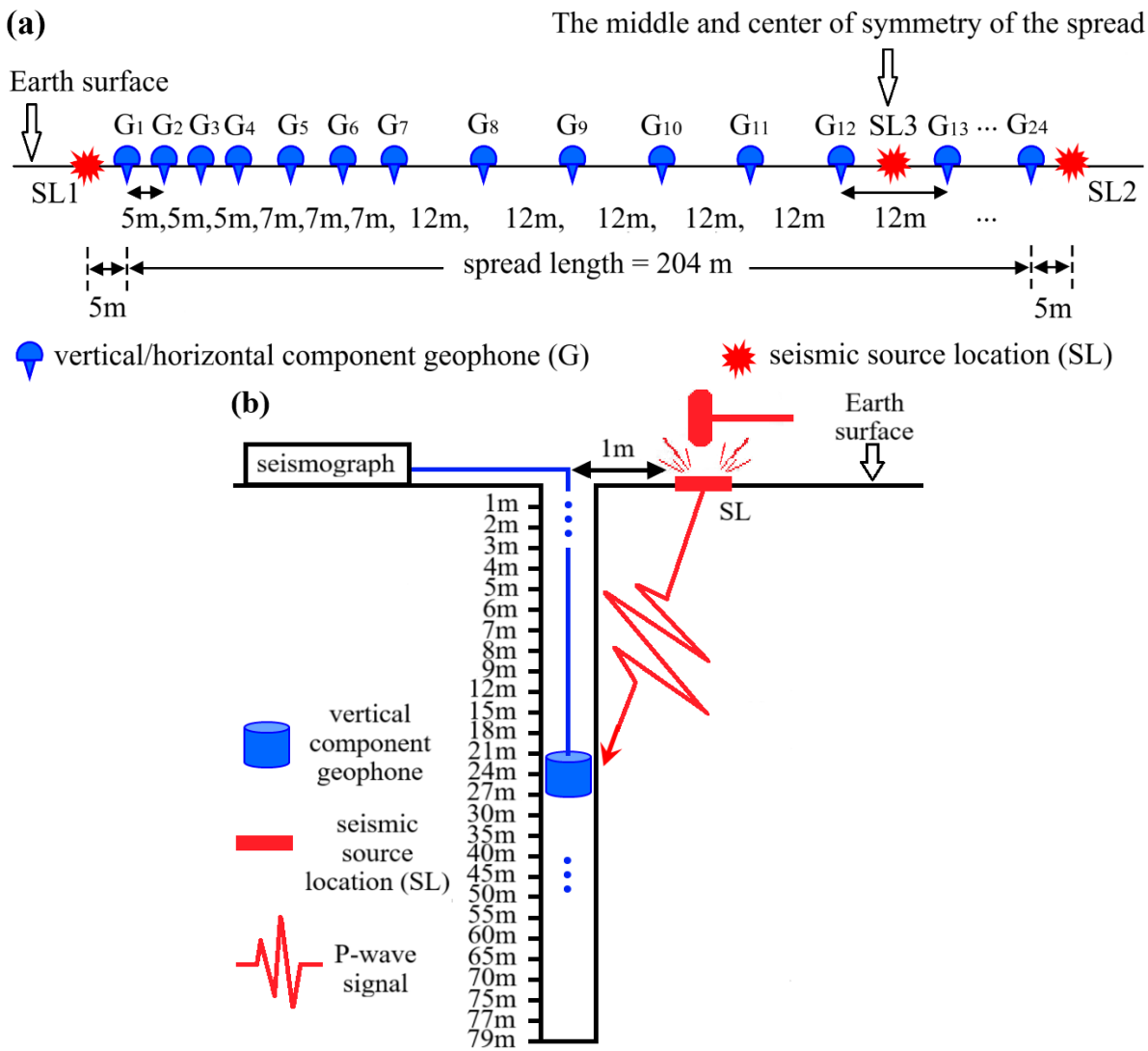
Fig. 2. Geological map of the study area (Geological Survey of Iran, 1993)

گردآوری داده‌های لرزه‌ای

به منظور گردآوری داده‌های لرزه‌ای منطقه مورد مطالعه، یک پروفیل لرزه‌ای انکساری موج P با استفاده از ژئوفون‌های مولفه قائم و یک پروفیل لرزه‌ای انکساری موج S با استفاده از ژئوفون‌های مولفه افقی در ساختگاه مورد آزمایش اجرا شدند. این پروفیل‌ها به طور جداگانه و در مجاورت یکدیگر گسترده شدند تا دسته‌های انفجار امواج P و S، به‌ترتیب، حاوی امواج P و ریلی، و امواج S و لاو را فراهم نمایند. هر پروفیل متشکل از ۲۴ ژئوفون بود که به صورت متوالی در امتداد یک خط مستقیم قرار داشتند. فاصله بین ژئوفون‌ها از ۵ تا ۱۲ متر متغیر بود که به صورت متقارن در طرفین مرکز گسترش با طول کلی برابر با ۲۰۴ متر پیاده شدند. شکل ۳a طرح پروفیل‌های لرزه‌نگاری انکساری به‌کار برده شده در ساختگاه را به صورت شماتیک نشان می‌دهد. در مجموع سه دسته‌انفجار موج P و سه دسته‌انفجار موج S در طول خط لرزه‌ای با استفاده از دینامیت، به عنوان چشمه انرژی، برداشت شدند. دو نقطه چشمه در فاصله ۵ متری اولین و آخرین ژئوفون (انفجارهای جلو و عقب)، و سومین نقطه در مرکز گسترش (انفجار وسط) واقع بود. سیگنال‌های لرزه‌ای با استفاده از دستگاه لرزه‌نگار ABEM Terralok MK8 با ژئوفون‌های ۱۰ هرتز، به مدت ۲۰۵۰ میلی‌ثانیه ثبت شدند. برای تکمیل داده‌های لرزه‌ای مورد نیاز در این مطالعه، یک پیمایش پایین‌چاهی موج P نیز در ساختگاه انجام گرفت. بدین منظور، یک ژئوفون مولفه قائم به درون گمانه رانده شد و داده‌های لرزه‌ای به صورت متوالی در عمق‌های مختلف از

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

۱ تا ۷۹ متر، در فواصل ژئوفونی ۱ تا ۵ متر، جمع‌آوری شدند. در شکل ۳b، هندسه عملیات نشان داده شده است. ردلرزه‌های موج P توسط ضربات عمودی یک پتک ۱۰ کیلوگرمی بر روی یک صفحه فلزی کوچک واقع در فاصله ۱ متری از دهانه گمانه تولید شدند. آنها با استفاده از لرزه‌نگار ABEM و ژئوفون ۱۰ هرتز، در اعماق از پیش تعیین شده برای مدت ۱۲۸ میلی‌ثانیه ضبط شدند.



شکل ۳. پیکربندی هندسی اجرا شده در ساختگاه برای جمع‌آوری داده‌های لرزه‌ای. (a) طرح پروفیل‌های لرزه‌ای انکساری موج P و S. (b) طرح پیمایش پایین‌چاهی

Fig. 3. The geometrical configuration implemented at the site for seismic data acquisition. (a) Layout of the P- and S-wave seismic refraction profiles. (b) Layout of the downhole surveying

پردازش داده‌های لرزه‌ای

به منظور استخراج مقادیر سرعت امواج لرزه‌ای در ساختگاه، داده‌های جمع‌آوری شده مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند تا مولفه‌های ناهمسانگرد V_{PH}، V_{PV}، $V_{P\theta}$، V_{SH} و V_{SV} به‌دست آیند. در اولین گام، دسته‌های انفجار موج P توسط بسته نرم‌افزاری SeisImager/2D ارائه شده توسط شرکت

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

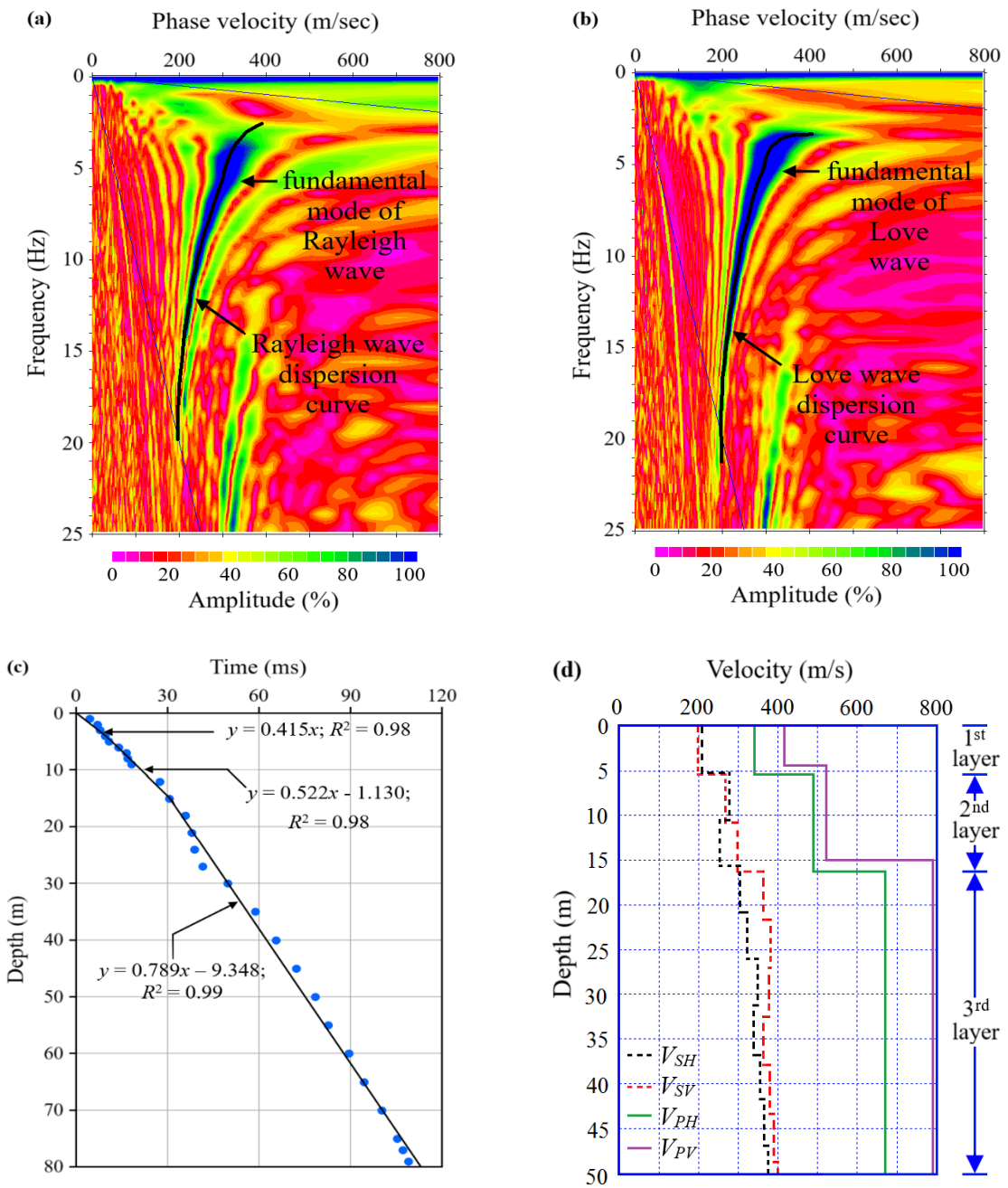
ژئومتریکس پردازش و مورد بررسی قرار گرفتند. در این راستا، زمان‌های اولین رسیدهای امواج مستقیم و انکساری شناسایی شدند و در ادامه با استفاده از روش SRT معکوس گشته تا سرعت V_{PH} را ارئه نمایند. در شکل ۴d، منحنی سبز رنگ مدل تغییرات مقادیر متوسط V_{PH} را در گستره آرایه و در برابر عمق نشان می‌دهد که به نقطه مرکزی آن نسبت داده می‌شود. در اقدامی مشابه، مقادیر متوسط سرعت‌های V_{SV} و V_{SH} نیز با استفاده از بسته نرم‌افزاری SeisImager/SW استخراج شدند. این سرعت‌ها، به‌ترتیب، از تجزیه و تحلیل امواج پاشنده ریلی و لاو ثبت شده بر دسته‌های انفجار موج P و موج S، بر اساس روش‌های MASW و MALW استنتاج شدند. برای این منظور، در ابتدا تصاویر پاشش انرژی برای هر چهار دسته‌انفجار امواج P و S جلو و عقب به‌دست آمدند. در بین آنها، دو تصویر با بالاترین وضوح، که به طور موثر نشان‌دهنده مودهای اصلی امواج ریلی و لاو هستند، انتخاب شدند. بزرگترین دامنه‌ها در امتداد کشیدگی مودها شناسایی شده و سپس به یکدیگر متصل شدند تا منحنی‌های پاشش امواج ریلی و لاو را تولید کنند. شکل‌های ۴a و ۴b این منحنی‌ها را در تصاویر پاشش مربوط به دسته‌های انفجاری عقب موج P و موج S نمایش می‌دهند. هر دو منحنی در نهایت معکوس شده تا پروفیل‌های سرعت V_{SV} و V_{SH} را در طول ستون خاک، آن‌گونه که توسط نمودارهای قرمز و مشکی در شکل ۴d نشان داده شده‌اند، نتیجه دهند. شکل ۵ روند گام‌به‌گام فرآیندهای برداشت، پردازش و معکوس‌سازی داده‌ها را با استفاده از روش‌های MASW و MALW نشان می‌دهد. در تلاشی دیگر برای تعیین مدل سرعت V_{PV}، داده‌های لرزه‌ای جمع‌آوری شده از عملیات پایین‌چاهی، به‌وسیله Pickwin که یک واحد از بسته نرم‌افزاری SeisImager/2D است، مورد بررسی قرار گرفتند. زمان‌های نخستین رسیدهای سیگنال‌های موج P با دقت انتخاب شده و سپس تصحیح شدند تا تأثیر دورافت چشمه از دهانه گمانه را مرتفع سازند. این زمان‌ها در مقابل عمق ترسیم گشته و یک سری از خطوط مستقیم بر آنها برازش شدند (شکل ۴c). محل تقاطع خطوط نشان‌دهنده مرز لایه‌های خاک هستند، درحالی‌که شیب آنها بیانگر سرعت متوسط V_{PV} برای هر لایه است. منحنی بنفش رنگ در شکل ۴d نشان می‌دهد که چگونه سرعت V_{PV} در امتداد عمق در ساختگاه تغییر می‌کند. همچنین، به منظور تعیین $V_{P\theta}$ در لایه اول، مقادیر متناظر $V_{P\theta}$ و θ برای دو نقطه نزدیک به عمق مرکزی این لایه با استفاده از زمان‌های رسید اصلی و مسافت سیر محاسبه شدند. بدین منظور، روند تغییرات V_{PV} به عنوان شاخص لایه‌بندی زیرسطحی برای تشخیص فصل مشترک بین لایه‌های اول و دوم استفاده شد. سرانجام، با متوسط‌گیریِ مقادیر محاسبه شده، نتایج حاصل به عنوان مقادیر حاکی برای $V_{P\theta}$ و θ در نظر گرفته شدند.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]

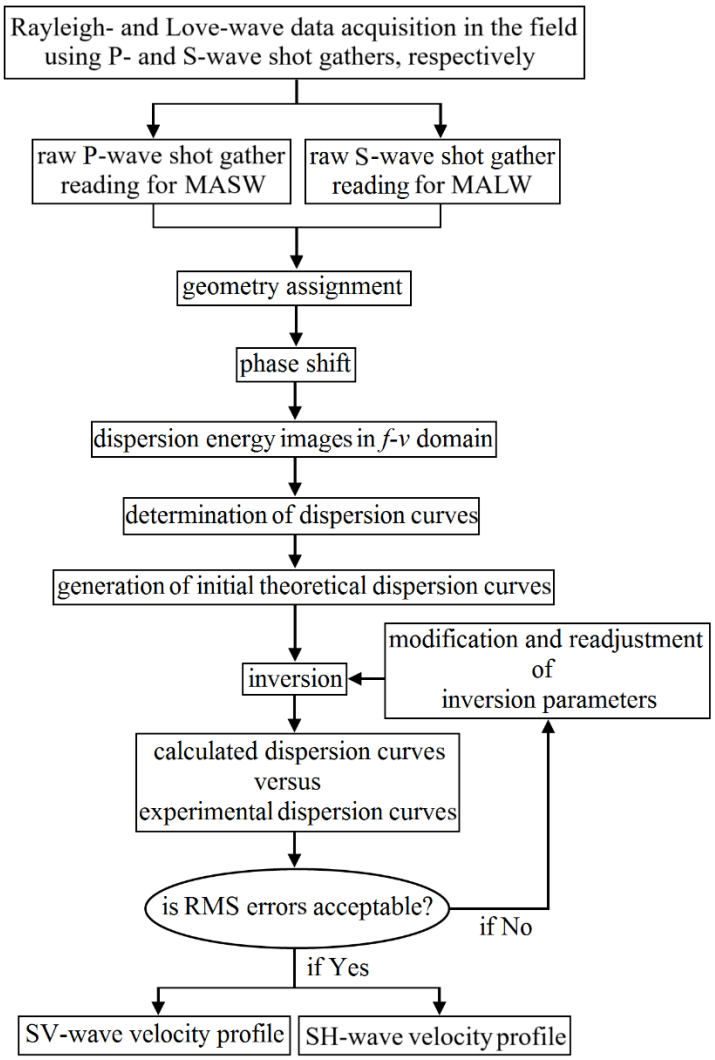
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]



شکل ۴. استنتاج مدل‌های توزیع سرعت‌های لرزه‌ای در ساختگاه مورد بررسی. (a) الگوی پاشش انرژی و منحنی پاشش مود اصلی موج ریلی برای دسته‌انفجار موج P عقب. (b) الگوی پاشش انرژی و منحنی پاشش مود اصلی موج لاو برای دسته‌انفجار موج S عقب. (c) نمودار تصحیح شده زمان‌های رسید موج P در مقابل عمق همراه با خطوط برازش شده مربوطه. (d) پروفیل‌های یک‌بُعدی مولفه‌های ناهمسانگرد سرعت‌های امواج P و S

Fig. 4. Deriving the seismic velocity distribution models at the testing site. (a) The scheme of energy dispersion and the dispersion curve of the fundamental mode of Rayleigh waves for the backward P-wave shot gather. (b) The scheme of energy dispersion and the dispersion curve of the fundamental mode of Love waves for the backward S-wave shot gather. (c) The plot of corrected P-wave arrival times against depth coupled with the relevant regressed lines. (d) The 1D profiles of the anisotropic components of P- and S-wave velocities

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]



شکل ۵. فلوچارت مراحل برداشت، پردازش و معکوس‌سازی داده‌ها با استفاده از روش‌های MASW و MALW در این مطالعه برای استخراج پروفیل‌های سرعتی موج SV و SH

Fig. 5. Flowchart of the acquisition, processing, and inversion procedures using the MASW and MALW methods in this study, resulting in SV- and SH-wave velocity profiles

ارزیابی ثابت‌های کشسان از سرعت‌های لرزه‌ای

در این مطالعه، فرض بر این است که رسوبات خاک در منطقه مورد بررسی یک سیستم چند لایه را تشکیل می‌دهند. در این خصوص، تغییرات قابل توجه در مقادیر سرعت موج S در برابر عمق به عنوان یک معیار معتبر برای شناسایی فصل مشترک بین لایه‌های خاک به کار گرفته شدند (Babacan et al., 2018; Foti et al., 2015; Pegah and Liu, 2020b; Pegah et al., 2017; Yilmaz, 2015). بر همین اساس، در شکل ۴d، جهش‌های برجسته در عمق‌های تقریبی ۵ و ۱۶ متر به عنوان مکان‌های فصل مشترک بین لایه‌های متوالی خاک تفسیر شدند (سمت راست شکل را ببینید). این نتایج متعاقباً با داده‌های نمودارگیری به‌دست آمده از عملیات حفاری پایین‌چاهی مقایسه شدند، که صحت آنها را تأیید می‌کردند. ضخامت‌های ارزیابی شده و مقادیر سرعت متوسط، برای هر لایه به صورت مجزا، در جدول ۱ گزارش شده‌اند. همانگونه که پیش‌تر نیز بحث شد، محاسبه مقادیر

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]

[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

سرعت انتشار مولفه مورب موج P تنها در لایه اول با دقت کافی قابل محاسبه بوده. این در حالیست که در لایه‌های دوم و بعد از آن امکان این امر به دلیل ایجاد شکست‌های متعدد در راستای انتشار مسیرهای پرتو در مرز لایه‌ها به‌سادگی امکان‌پذیر نیست. این بدین معنی است که با قرارگیری ژئوفون در اعماق مختلف گمانه، امواج ارسالی از چشمه لرزه‌ای در گذر از فصول مشترک دچار تغییر مسیر تحت زوایای گوناگونی خواهند شد که محاسبه آنها را به صورت جداگانه برای هر پرتو، و نتیجتاً مقادیر سرعت انتشار وابسته، امری چالش‌برانگیز و پیچیده می‌سازد. از این روست که در جدول ۱ امکان ذکر مقادیری مشخص برای $V_{P\theta}$ در لایه های دوم و سوم میسر نگردید. این پیچیدگی موجب گردید تا در این مطالعه با ارائه یک رویکرد جدید، پارامترهای کشسان همسانگرد عرضی در خاک‌های برجا، بدون نیاز به محاسبه مولفه مورب سرعت موج P در لایه‌های زیرین و صرفاً بر مبنای مولفه‌های قائم و افقی سرعت امواج P و S ارزیابی گردند.

جدول ۱. مقادیر ضخامت و سرعت لرزه‌ای برای لایه‌های خاک در ساختگاه آزمایشی

Table 1. Thicknesses and seismic velocity values for the soil layers at the testing site

Soil layer no.	Thickness (m)	V_{PH} (m/s)	V_{PV} (m/s)	V_{SV} (m/s)	V_{SH} (m/s)	$V_{P\theta}$ (m/s)
1	5.4	340	415	198	209	408
2	10.8	490	522	281	266	N/A
3	33.8	670	789	376	341	N/A

با دانستن چهار مولفه عمودی و افقی سرعت‌های لرزه‌ای برای هر لایه — یعنی V_{PH} ، V_{PV} ، V_{SV} ، و V_{SH} — می‌توان مقادیر متناظر پارامترهای کشسان — یعنی M_h، M_v، G_{vh}، و G_{hh} — را به‌ترتیب با استفاده از معادلات (۲) تا (۵) محاسبه کرد. مدول‌های M_h، M_v، و G_{vh} در لایه اول، سپس به همراه مقادیر مشخص شده برای θ و $V_{P\theta}$ به‌کار گرفته شدند تا C_{13} را مطابق با رویه تشریح شده در این مطالعه ارائه کنند. با این حال، برای سایر لایه‌ها، این پارامتر تنها با استفاده از مقادیر M_v و G_{vh}، مطابق با آنچه در معادله (۹) توضیح داده شده است، ارزیابی گردید. پارامترهای حاصل برای هر لایه در ستون‌های سوم تا هفتم جدول (۲) بیان شده‌اند. در نهایت، این پارامترها در معادلات (۱۰) تا (۱۴) قرار داده شدند تا مدول‌های یانگ و نسبت‌های پواسون ناهمسانگرد محاسبه شوند؛ همان‌طور که در پنج ستون آخر این جدول نشان داده شده است.

باید توجه نمود که چگالی لایه‌های خاک (ستون دوم جدول ۱)، که برای تعیین ویژگی‌های کشسان ضروری است، با استفاده از معادله (۱۵) که ρ را به مقادیر سرعت موج P در خاک‌های دانه‌ای مرتبط می‌کند ارزیابی شد (Tezcan et al., 2006).

$$\rho = {}^{1}/_{g}\,(\gamma_0 + 0.002V_P) \qquad (۱۵)$$

که $g = 9.81\ m/s^2$ بیانگر شتاب گرانش، $\gamma_0 = 17\ kN/m^3$ معرف وزن مخصوص مرجع، و V_P سرعت موج P همسانگرد در خاک است که در این مطالعه برابر با V_{PH} در نظر گرفته شد.

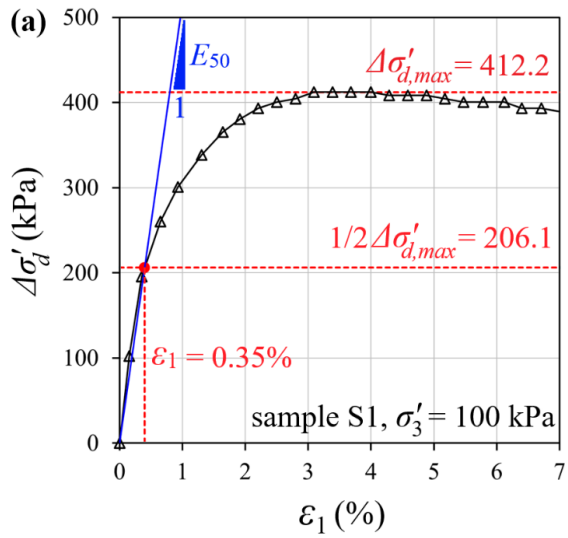
جدول ۲. مقادیر چگالی و پارامترهای کشسان همسانگرد عرضی برای لایه‌های خاک در ساختگاه آزمایشی

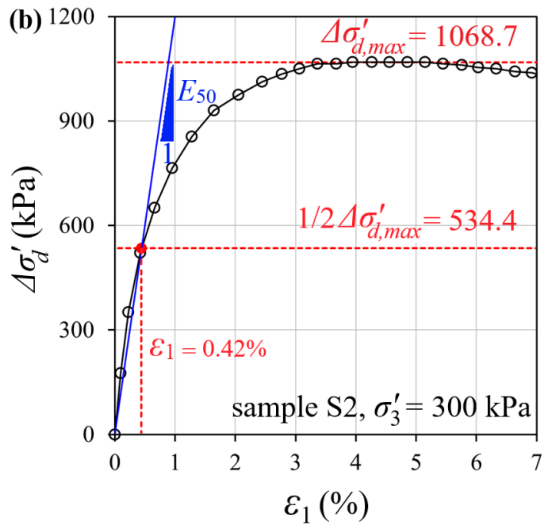
Table 2. Density magnitudes and cross-anisotropic elastic parameters for the soil layers at the testing site

Soil layer no.	ρ (10^3 kg/m3)	M_h (MPa)	M_v (MPa)	G_{vh} (MPa)	G_{hh} (MPa)	C_{13} (MPa)	E_v (MPa)	E_h (MPa)	ν_{vh}	ν_{hv}	ν_{hh}
1	1.80	208.3	310.5	70.6	78.7	85.5	254.1	180.7	0.33	0.24	0.15
2	1.83	440.1	500.0	144.7	129.7	210.6	357.2	327.3	0.34	0.31	0.26
3	1.87	839.4	1164.7	264.4	217.5	636.0	514.4	485.6	0.51	0.48	0.12

اعتبارسنجی پارامترهای کشسان به‌دست‌آمده از سرعت‌های لرزه‌ای

متأسفانه، فقدان اندازه‌گیری مستقیم پارامترهای کشسان با استفاده از روش‌های دینامیکی رایج آزمایشگاهی یا صحرایی، ارزیابی صحت مقادیر استخراج‌شده از سرعت‌های لرزه‌ای را با چالش مواجه ساخت. با این حال، مدول یانگ قائم دینامیکی (E_v) لایه‌های خاک را می‌توان با استفاده از همبستگی آن با مقادیر استاتیکی حاصل از آزمون‌های سه‌محوری تحکیم‌یافته زهکشی‌شده، که توسط پگاه و لیو (Pegah and Liu, 2020a) ارائه شده است، برآورد کرد. سه نمونه خاک، S1، S2، و S3، از لایه‌های مختلف با استفاده از رویه‌ای استخراج شدند که اکتساب نمونه‌های کیفیت بالا با حداقل میزان دست‌خوردگی را فراهم می‌کرد. هر نمونه، به‌ترتیب، تحت تنش موثر محدودکننده همه‌جانبه به مقادیر σ'_3 = 100, 300 و 500 کیلوپاسکال در یک سلول سه‌محوری قرار گرفت و سپس به‌تدریج تا رسیدن به گسیختگی نهایی برش داده شد. در شکل‌های ۶a تا ۶c، روند تغییرات کرنش محوری (ε_1) بر حسب تنش موثر انحرافی ($\Delta\sigma'_d$) برای هر یک از نمونه‌ها ارائه شده است.



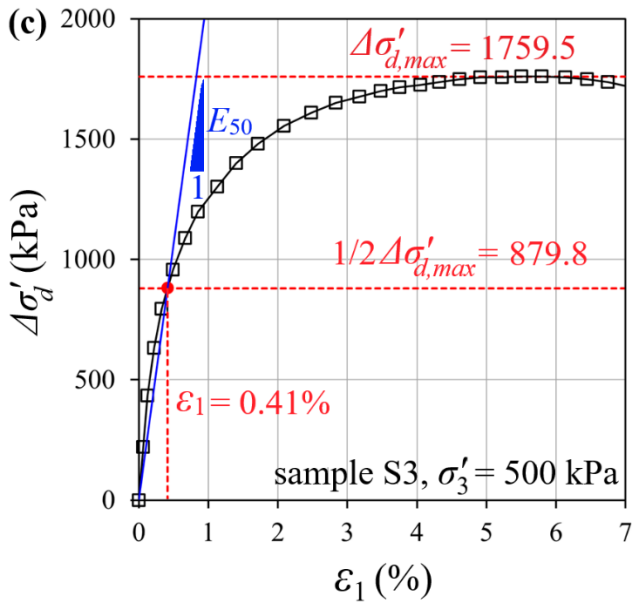


[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]

[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]



شکل ۶. منحنی‌های "$\Delta\sigma'_d$- ε_1" حاصل از آزمون‌های فشاری سه‌محوری، همراه با خطوط راهنما که مدول‌های یانگ سکانت (E_{50})، را نشان می‌دهند، برای: (a) نمونه خاک S1 تحت تنش موثر محدودکننده σ'_3 = 100 کیلو پاسکال. (b) نمونه خاک S2 با σ'_3 = 300 کیلو پاسکال. (c) نمونه خاک S3 با σ'_3 = 500 کیلو پاسکال

Fig. 6."$\Delta\sigma_d$'- ε_1" curves obtained from triaxial compression tests, with representative lines indicating the secant Young's modulus (E_{50}), for: (a) Soil sample S1 under σ'_3 = 100 kPa. (b) Soil sample S2 under σ'_3 = 300 kPa. (c) Soil sample S3 under σ'_3 = 500 kPa

برای محاسبه مدول یانگ مماسی اولیه (E_i) هر نمونه، فرض شد که $E_i = 2E_{50}$ (Likitlersuang et al., 2013; Raposo et al., 2017; Surarak et al., 2012)، که در آن E_{50} مدول یانگ سکانت متناظر با نصف بیشینه تنش انحرافی ($\Delta\sigma'_{d,max}$) است (رجوع شود به شکل‌های ۵a تا ۵c). مقادیر به‌دست آمده برای E_i (E_i = 116.6 مگاپاسکال برای S1، E_i = 253.9 مگاپاسکال برای S2، و E_i = 428.0 مگاپاسکال برای S3) سپس در رابطه تجربی (۱۶) پیشنهاد شده توسط پگاه و لیو (Pegah and Liu, 2020a) به‌کار گرفته شدند تا E_v تحت فشارهای محدودکننده همسانگرد مربوطه ارزیابی شود (E_v = 387.9 مگاپاسکال برای S1، E_v = 564.8 مگاپاسکال برای S2، و E_v = 726.8 مگاپاسکال برای S3):

$$\frac{E_v}{E_i} = 128.065\left(\frac{P_a}{E_i}\right)^{0.517} \qquad (۱۶)$$

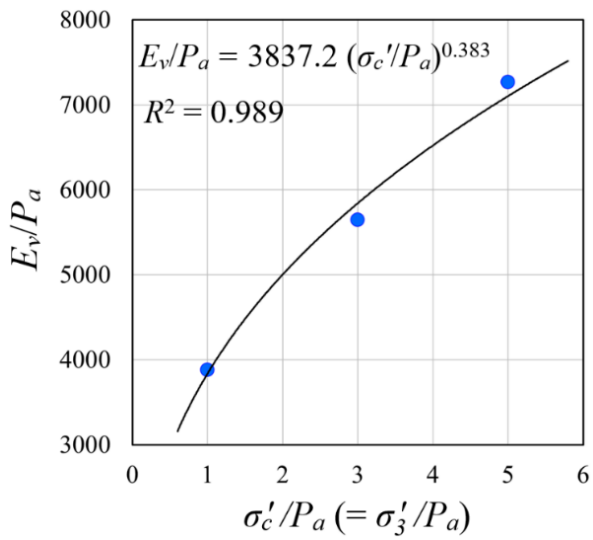
که $P_a \approx 100$ کیلوپاسکال فشار جو است.

با این حال، هدف در این بخش، محاسبه مقادیر E_v در مرکز هر لایه تحت شرایط تنش برجا به‌منظور مقایسه با مقادیر متوسط حاصل از سرعت‌های لرزه‌ای است. بدین منظور، از رابطه تجربی دیگری استفاده شد که در آن E_v به صورت تابعی از ثابت‌های ذاتی خاک، شامل K و n، و نیز فشار موثر محدودکننده میانگین (σ'_c) بر روی عنصر خاک بیان می‌شود (Gu and Yang, 2013; Gu et al., 2013; Pak et al., 2008):

$$E_v = KP_a\left(\frac{\sigma'_c}{P_a}\right)^n \qquad (۱۷)$$

برای تعیین مقادیر مناسب K و n برای نهشته‌های خاک در ساختگاه آزمایشی، نسبت‌های E_v/P_a در برابر مقادیر متناظر σ'_c/P_a (یا همان σ'_3/P_a) ترسیم شدند و یک منحنی توانی بر داده‌ها برازش شد (رجوع شود به شکل ۷). این برازش

منجر به تعیین مقادیر $K = 3837.2$ و $n = 0.383$ گردید. سپس، این مقادیر به همراه فشار محدودکننده میانگین، $\sigma'_c = (1+2K_0)\sigma'_v/3$، محاسبه شده در مرکز هر لایه، به‌کار گرفته شدند تا با استفاده از معادله (۱۷)، مقادیر مرجع متناظر E_v برجا تعیین گردند. شایان ذکر است که K_0، ضریب فشار جانبی زمین در حالت سکون، پیش‌تر توسط پگاه و لیو (Pegah and Liu, 2020a) گزارش شده بود. این ضریب بر مبنای قانون عمومی هوک و با استفاده از مقادیر نسبت پواسون، که از سرعت‌های V_{PH} و V_{SV} به‌دست آمده بودند، محاسبه گردیده است. علاوه بر این، σ'_v نشان‌دهنده تنش موثر قائم برجا در مرکز هر لایه می‌باشد.



شکل ۷. برازش منحنی نسبت E_v/P_a بر حسب σ'_c/P_a $(= \sigma'_3/P_a)$ به‌منظور تعیین ثابت‌های K و n مربوط به ستون خاک در ساختگاه آزمایشی

Fig. 7. Power-law curve fitting of E_v/P_a versus σ'_c/P_a $(= \sigma'_3/P_a)$ for determination of the soil profile constants K and n at the testing site

جدول ۳، مقادیر K_0، σ'_v، و E_v مرجع را، به‌همراه مقادیر متناظر محاسبه شده از سرعت‌های لرزه‌ای، و همچنین خطاهای نسبی آنها، بیان می‌کند. نتایج نشان می‌دهند که مدول‌های محاسبه‌شده از سرعت‌های لرزه‌ای، با بیشینه خطایی کمتر از ۱۷٪، تطابق قابل قبولی با مقادیر مرجع دارند. این موضوع، رویکرد پیشنهادی را به عنوان ابزاری توانمند در ارزیابی مطمئن پارامترهای کشسان همسانگرد عرضی در خاک‌های طبیعی برجا، با بهره‌گیری از مولفه‌های ناهمسانگرد سرعت‌های لرزه‌ای، معرفی می‌کند.

جدول ۳. مقادیر K_0، σ'_v، E_v مرجع، E_v محاسبه شده از سرعت‌های لرزه‌ای، و خطاهای نسبی برای هر لایه خاک

Table 3. Values of K_0, σ'_v, reference E_v, estimated E_v from seismic velocities, and relative errors for each soil layer

Soil layer no.	K_0	σ'_v (kPa)	Ref. E_v (MPa)	Calc. E_v (MPa)	Rel. Err. (%)
1	0.32	48	229.6	254.1	-10.7
2	0.34	193	395.4	357.2	9.7
3	0.37	600	618.5	514.4	16.8

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

نتیجه‌گیری

در این مطالعه، یک رویکرد کارآمد ژئوفیزیکی صحرایی برای ارزیابی پارامترهای کشسان همسانگرد عرضی در خاک‌های طبیعی برجا توسعه داده شد. این رویکرد بر مبنای اندازه‌گیری سرعت امواج لرزه‌ای و با بهره‌گیری از تلفیق پیمایش‌های لرزه‌نگاری انکساری و پایین‌چاهی بنا شده است. برای تحقق این هدف، مولفه‌های ناهمسانگرد سرعت موج P و موج S در قالب مجموعه‌ای از معادلات جامع، که برگرفته از نظریه انتشار امواج کشسان هستند لحاظ گردیدند تا امکان ارزیابی برجا پارامترهای کشسان از طریق یک روش مستقل فراهم شود. با فرض همسانگرد عرضی بودن محیط زمین، مدل‌های سرعت V_{PH}، V_{SV}، و V_{SH} به‌ترتیب از طریق توموگرافی انکساری لرزه‌ای (SRT)، تحلیل چند کاناله امواج سطحی ریلی (MASW)، و تحلیل چند کاناله امواج لاو (MALW) استخراج شدند. همچنین، سرعت‌های V_{PV} و $V_{P\theta}$ از طریق تحلیل داده‌های زمان سیر و عمق در درون گمانه به‌دست آمدند. رویکرد پیشنهادی در یک ساختگاه ماسه‌ای در کشور پیاده‌سازی شد. با وجود عدم دسترسی به اندازه‌گیری‌های مستقیم پارامترهای دینامیکی کشسان، اعتبار این روش از طریق مقایسه با نتایج حاصل از مجموعه‌ای از آزمون‌های سه‌محوری آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گرفت. این قیاس، تطابق مناسب و دقت قابل قبولی را نشان داد و کارایی رویکرد پیشنهادی را در تخمین مطمئن پارامترهای کشسان خاک‌های طبیعی برجا اثبات نمود.

References

Abbas, M. A., & Abdelgowad, A. M. (2024). Application of seismic refraction and MASW geophysical techniques to characterize the subsoil structure under damaged buildings in Qeft city, Upper Egypt. Modeling Earth Systems and Environment, 10, 3547-3557.

Almadani, S., Al-Amiri, A., Fnais, M., Abdelrahman, K., Ibrahim, E., & El-Motaal, E. A. (2015). Evaluation of geotechnical parameters for urban site in southern Khamis Mushait city, southwest Saudi Arabia, using seismic refraction method. Arabian Journal of Geosciences, 8, 6225-6236.

Babacan, A. E., Gelisli, K., & Tweeton, D. (2018). Refraction and amplitude attenuation tomography for bedrock characterization: Trabzon case (Turkey). Engineering Geology, 245, 344-355.

Clayton, C. R. I. (2011). Stiffness at small strain: research and practice. Geotechnique, 61(1), 5-37.

Crice, D. (2011). Near-surface, downhole shear-wave surveys: A primer. The Leading Edge, 30(2), 164-171.

De Giorgi, L., & Leucci, G. (2014). Detection of hazardous cavities below a road using combined geophysical methods. Surveys in Geophysics, 35, 1003-1021.

Dutta, T. T., Otsubo, M., Kuwano, R., & Sato, T. (2020). Estimating multidirectional stiffness of soils using planar piezoelectric transducers in a large triaxial apparatus. Soils and Foundations, 60, 1269- 1286.

Ezaoui, A., & Di Benedetto, H. (2009). Experimental measurements of the global anisotropic elastic behaviour of dry Hostun sand during triaxial tests, and effect of sample preparation. Geotechnique, 59(7), 621-635.

Fakharian, K., Kaviani-Hamedani, F., Sooraki, A., Amindehghan, M., & Lashkari, A. (2023). Continuous bidirectional shear moduli monitoring and micro X-ray CT to evaluate fabric evolution under different stress paths. Granular Matter, 25, 52.

Fioravante, V., Giretti, D., & Jamiolkowski, M. (2013). Small strain stiffness of carbonate Kenya Sand. Engineering Geology, 161, 65-80.

Foti, S. (2013). Combined use of geophysical methods in site characterization. Geotechnical and Geophysical Site Characterization 4, 1. CRC Press, Taylor and Francis Group, London, UK.

Foti, S., Lai, C. G., Rix, G., & Strobbia, C. (2015). Surface wave methods for near-surface site characterization, 1st Edition, CRC Press, Taylor and Francis Group, New York, USA.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]

[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]
[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

Gan, F., Han, K., Lan, F., Chen, Y., & Zhang, W. (2017). Multi-geophysical approaches to detect karst channels underground - A case study in Mengzi of Yunnan Province, China. Journal of Applied Geophysics, 136, 91-98.

Gaviglio, P. (1989). Longitudinal waves propagation in a limestone: The relationship between velocity and density. Rock Mechanics and Rock Engineering, 22, 299-306.

Geological Survey of Iran, 1993. Geological Map of GONBAD-E-KAVOOS, Scale: 1:250000, Iran.

Gu, X. Q., Liang, X., & Hu, J. (2023). Quantifying fabric anisotropy of granular materials using wave velocity anisotropy: a numerical investigation. Geotechnique, 74(12), 1263-1275.

Gu, X. Q., Li, Y., Hu, J., Shi, Z., Liang, F., & Huang, M. (2022). Elastic shear stiffness anisotropy and fabric anisotropy of natural clays. Acta Geotechnica, 17, 3229-3243.

Gu, X. Q., & Yang, J. (2013). A discrete element analysis of elastic properties of granular materials. Granular Matter, 15, 139-147.

Gu, X., Yang, J., & Huang, M. (2013). Laboratory measurements of small strain properties of dry sands by bender element. Soils and Foundations, 53(5), 735-745.

Gu, X. Q., Yang, J., Huang, M., & Gao, G. (2015). Bender element tests in dry and saturated sand: Signal interpretation and result comparison. Soils and Foundations, 55(5), 951-962.

He, H., Li, S., Senetakis, K., Coop, M. R., & Liu, S. (2022). Influence of anisotropic stress path and stress history on stiffness of calcareous sands from Western Australia and the Philippines. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 14, 197-209.

Higuera-Diaz, I. C., Carpenter, P. J., & Thompson, M. D. (2007). Identification of buried sinkholes using refraction tomography at Ft. Campbell Army Airfield, Kentucky. Environmental Geology, 53, 805-812.

Ivanov, J., Miller, R. D., Feigenbaum, D., Morton, S. L. C., Peterie, S. L., & Dunbar, J. B. (2017). Revisiting levees in southern Texas using Love-wave multichannel analysis of surface waves with the high-resolution linear Radon transform. Interpretation, 5 (3), T287-T298.

Likitlersuang, S., Surarak, C., Balasubramania, A., Oh, E., Ryull, S. K., & Wanatowski, D. (2013). Duncan-Chang parameters for hyperbolic stress strain behavior of soft Bangkok clay. Proc. of the 18th Int. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Paris, France, 2-6 September 2013.

Liu, T., Ushev, E. R., & Jardine, R. J. (2020). Anisotropic stiffness and shear strength characteristics of a stiff glacial till. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering, 146(12), 04020137.

Mahajan, A. K., Slob, S., Ranjan, R., Sporry, R., Champati ray, P. K., & van Westen, C. J. (2007). Seismic microzonation of Dehradun City using geophysical and geotechnical characteristics in the upper 30 m of soil column. Journal of Seismology, 11, 355-370.

Mari, J. L., & Vergniault, C. (2018). Well seismic surveying and acoustic logging, 1st Edition, EDP Sciences, ISBN (ebook): 978-2-7598-2263-8.

Mok, Y. J., Park, C. S., & Nam, B. H. (2016). A borehole seismic source and its application to measure in-situ seismic wave velocities of geo-materials. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 80, 127-137.

Nishimura, S. (2014a). Assessment of anisotropic elastic parameters of saturated clay measured in triaxial apparatus: Appraisal of techniques and derivation procedures. Soils and Foundations, 54(3), 364-376.

Nishimura, S. (2014b). Cross-anisotropic deformation characteristics of natural sedimentary clays. Geotechnique, 64(12), 981-996.

Nishimura, S., & Magalona, F. (2020). An alternative method in triaxial tests to obtain cross-anisotropic elastic parameters. Geotechnique Letters, 10, 1-10.

Otsubo, M., Liu, J., Kawaguchi, Y., Dutta, T. T., & Kuwano, R. (2020). Anisotropy of elastic wave velocity influenced by particle shape and fabric anisotropy under K_0 condition. Computers and Geotechnics, 128, 103775.

Pak, R. Y. S., Ashlock, J. C., Kurahashi, S., & Abedzadeh, F. (2008). Parametric G_{max} sounding of granular soils by vibration methods. Geotechnique, 58(7), 571-580.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1404.19.1.1.4]

[DOI: 10.22034/JEG.2025.19.1.1019164]

Pegah, E., Gu, X. Q., & Liu, H. (2024). Fabric anisotropy of granular soils and its dependency on grading and particles specifications. Acta Geotechnica, 19, 7619-7633.

Pegah, E., & Liu, H. (2016). Application of near-surface seismic refraction tomography and multichannel analysis of surface waves for geotechnical site characterizations: A case study. Engineering Geology, 208, 100-113.

Pegah, E., & Liu, H. (2020a). Evaluation of hyperbolic stress-strain and bulk-modulus model parameters in granular soil mass using seismic surveying. Engineering Geology, 266, 105456.

Pegah, E., & Liu, H. (2020b). Evaluating the overconsolidation ratios and peak friction angles of granular soil deposits using noninvasive seismic surveying. Acta Geotechnica, 15, 3193-3209.

Pegah, E., Liu, H., & Dastanboo, N. (2017). Evaluation of the lateral earth pressure coefficients at-rest in granular soil deposits using the anisotropic components of S-wave velocity. Engineering Geology, 230, 55-63.

Pegah, E., Liu, H., & Gholami, A. (2021). Estimating drained cross-anisotropic elastic parameters in saturated clays using the undrained properties. Engineering Geology, 293, 106340.

Pegah, E., Liu, H., Gu, X. Q., & Gholami, A. (2022). A semi-analytical approach for efficient calculation of drained cross-anisotropic elastic moduli in saturated granular soils from undrained attributes. Computers and Geotechnics, 148, 104794.

Pegah, E., Mahmoodi, M., & Siavashpoo, A. (2016). Evaluation of Seismic Hazard and Site Geodynamic Properties by Using Geophysical Methods in the North of Iran. Journal of Civil Engineering and Construction, 5(2), 126-142.

Raposo, N., Gomes, A. T., & Fernandes, M. M. (2017). Anchored retaining walls in granite residual soils I. parametric study. Soils and Rocks, 40(3), 229-242.

Safani, J., O'Neill A., & Matsuoka, T. (2006). Love wave modelling and inversion for low velocity layer cases. Proceedings of the Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems (SAGEEP), Seattle, WA, USA, pp. 1181-1190.

Surarak, C., Likitlersuang, S., Wanatowski, D., Balasubramaniam, A., Oh, E., & Guan, H. (2012). Stiffness and strength parameters for hardening soil model of soft and stiff Bangkok clays. Soils and Foundations, 52(4), 682-697.

Tezcan, S. S., Keceli, A., & Ozdemir, Z. (2006). Allowable bearing capacity of shallow foundations based on shear wave velocity. Geotechnical and Geological Engineering, 24, 203-218.

Tokeshi, K., Harutoonian, P., Leo, C. J., & Liyanapathirana, S. (2013). Use of surface waves for geotechnical engineering applications in western Sydney. Advances in Geosciences, 35, 37-44.

Uhlemann, S., Hagedorn, S., Dashwood, B., Maurer, H., Gunn, D., Dijkstra, T., & Chambers, J. (2016). Landslide characterization using P- and S-wave seismic refraction tomography - The importance of elastic moduli. Journal of Applied Geophysics, 134, 64-76.

White, J. E. (1983). Underground sound of application of seismic waves. Elsevier, Amsterdam.

Xiao, Y., Li, H., Shi, J., Hu, J., Zhang, L., & Liu, H. (2023). Effect of particle size on small strain stiffness of biotreated sands. Transportation Geotechnics, 41, 101027.

Xu, K., Gu, X. Q., Hu, C., & Lu, L. (2020). Comparison of small-strain shear modulus and Young's modulus of dry sand measured by resonant column and bender–extender element. Canadian Geotechnical Journal, 57, 1745-1753.

Yilmaz, O. (2015). Engineering Seismology with Application to Geotechnical Engineering, 1st Edition. Society of Exploration Geophysics, Tulsa, OK, USA.

Yimsiri, S., & Soga, K. (2011). Cross-anisotropic elastic parameters of two natural stiff clays. Geotechnique, 61(9), 809-814.

Zuo, L., Xu, L., Baudet, B. A., Gao, C., & Huang, C. (2024). Small-strain shear stiffness anisotropy of a saturated clayey loess. Geotechnique, 74(4), 325-336.