نسبت‌های ناهمسانگردی کشسان در خاک‌های غیر چسبنده و ارزیابی روابط حاکم بر آن‌ها

احسان پگاه*[۱]

۱. استادیار، گروه زمین‌شناسی کاربردی، دانشکده علوم زمین، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۲۵ تاریخ **پذیرش:** ۱۴۰۲/۰۵/۰۸

چکیده

نسبت‌های ناهمسانگردی کشسان در خاک‌های غیر چسبنده همواره از اهمیتی حیاتی در بررسی و مطالعات بسیاری از مسائل مرتبط با مهندسی ژئوتکنیک و زمین‌شناسی مهندسی برخوردار بوده‌اند. این نسبت‌ها ناشی از تفاوت‌های موجود در مقادیر پارامترهای ناهمسانگرد کشسان در جهات و صفحات مختلف خاک می‌باشند. هدف اصلی در این مطالعه، شناسایی دامنه تغییرات نسبت‌های ناهمسانگردی حاصل از مدول‌های برشی ناهمسانگرد و مدول‌های یانگ ناهمسانگرد در گستره‌ای از انواع خاک‌های غیر چسبنده و متعاقباً ارزیابی روابط بالقوه میان این دو نوع نسبت ناهمسانگردی می‌باشد. بدین منظور، با فرض وجود همسانگردی عرضی در خاک‌های غیر چسبنده، ضرایب کشسانی ناهمسانگرد حاصل از ۲۶۶ آزمون انجام شده بر روی ۳۷ نمونه متفاوت از ۱۰ نوع ماسه مختلف، که از آزمون‌های آزمایشگاهی سه محوری مرسوم، اندازه‌گیری سرعت‌های امواج لرزه‌ای در آزمایشگاه و شبیه‌سازی‌های عددی به‌دست آمده بودند، از پیشینه تحقیق جمع‌آوری شدند. با طبقه‌بندی اطلاعات گردآوری شده و سپس تجزیه و تحلیل آن‌ها، در نخستین گام، بزرگی نسبت‌های ناهمسانگردی مدول‌های برشی و یانگ برای خاک‌های مورد مطالعه محاسبه گردیدند. در ادامه، با پیاده‌سازی نسبت‌های ناهمسانگردی در مقابل یکدیگر و اجرای یک سری از تحلیل‌های رگرسیونی بر روی نتایج بدست آمده، میزان وابستگی محتمل میان این دو نوع ناهمسانگردی مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفت. در آخر، معادلات تشریح کننده روابط میان نسبت‌های ناهمسانگردی مدول برشی و مدول یانگ استخراج شده و بر مبنای آن‌ها به لزوم استفاده از این معادلات به‌جای روابط مشابه قدیمی در پیشینه تحقیق اشاره گردید.

کلید واژه‌ها: نسبت ناهمسانگردی مدول برشی، نسبت ناهمسانگردی مدول یانگ، خاک‌های غیر چسبنده، همسانگردی عرضی، نسبت تنش، معادلات تجربی.

* نویسنده مسئول: e.pegah@khu.ac.ir

DOI: http://doi.org/10.22034/JEG.2023.17.2.1019162

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

مقدمه

فرایند نهشته شدن رسوبات در طبیعت به گونه‌ای است که اغلب منجر به شکل‌گیری لایه‌هایی از خاک می‌شود که اصالتاً می‌توانند به عنوان محیط‌هایی با ویژگی‌های همسانگردی عرضی بر روی بستر رسوب‌گذاری در نظر گرفته شوند (پگاه، ۱۴۰۲؛ Kong et al., 2013; Pegah et al., 2020; Wang and Mok, 2008; Zamanian et al., 2020). با فرض وجود همسانگردی عرضی در خاک‌های غیر چسبنده، دو مقدار متفاوت برای سختی برشی کشسان یکی در صفحه قائم خاک، که توسط مدول برشی G'_{vh} (یا G'_{hv}) بیان می‌شود، و دیگری در صفحه افقی که توسط مدول برشی G'_{hh} نشان داده می‌شود موجود می‌باشند. به همین ترتیب، دو مقدار متفاوت نیز برای سختی کشسانی محوری یکی در راستای قائم و دیگری در راستای افقی که به ترتیب با مدول‌های یانگ E'_v و E'_h مشخص می‌شوند وجود دارند. با توجه به بالا بودن مقادیر ضریب نفوذپذیری در خاک‌های غیر چسبنده (Das and Sobhan, 2014)، فرآیند زهکشی در آن‌ها معمولاً با سرعتی بالا و در یک بازه زمانی کوتاه تکمیل می‌گردد. بر همین اساس است که پارامترهای زهکشی شده در این خاک‌ها در قیاس با پارامترهای زهکشی نشده عملاً از اهمیتی بیشتر و اساسی در کاربردهای واقعی برخوردار هستند. لازم به ذکر است که بالانویس (′) در مدول‌های فوق نیز تأکیدی بر مقادیر به‌دست آمده برای آن‌ها تحت شرایط زهکشی شده می‌باشد. مقادیر این مدول‌ها اغلب توسط مجموعه‌ای از اندازه‌گیری‌های مستقیم آزمایشگاهی شامل محاسبه سرعت‌های امواج لرزه‌ای در جهات و صفحات مختلف خاک، آزمون‌های مرسوم سه محوری و پیچشی استاتیکی و دینامیکی بر روی نمونه‌های خاک خشک بازسازی شده تعیین می‌شوند (Das and Ramana, 2011; Ezaoui and Di Benedetto, 2009; Fioravante et al., 2013).

بر مبنای تعریف، نسبت مدول برشی G'_{hh} در صفحه افقی خاک به مقدار مدول برشی G'_{vh} در صفحه قائم، یعنی G'_{hh}/G'_{vh}، به عنوان درجه ناهمسانگردی برای سختی برشی کشسان یا به اختصار نسبت ناهمسانگردی مدول برشی در نظر گرفته می‌شود (Gu et al., 2017; He et al., 2022; Shi et al., 2021). به ترتیبی مشابه، حاصل نسبت مدول یانگ E'_h به مدول یانگ E'_v، یعنی E'_h/E'_v، نیز به عنوان درجه ناهمسانگردی کشسان برای سختی محوری یا به اختصار نسبت ناهمسانگردی مدول یانگ در نظر گرفته می‌شود (Gu et al., 2017; Hoque and Tatsuoka, 2004). بزرگی انحراف این دو کسر از مقدار واحد بیان‌کننده شدت ناهمسانگردی موجود در محیط خاک می‌باشد. ارزیابی دقیق درجه ناهمسانگردی کشسان در خاک‌های غیر چسبنده همواره یکی از مهم‌ترین موضوعات دخیل در مسائل مختلف علوم و مهندسی زمین از جمله ژئوفیزیک، مهندسی ژئوتکنیک، مهندسی معدن و زمین‌شناسی مهندسی بوده است که از اهمیت شایانی در انجام طراحی‌ها و ارزیابی‌های مهندسی برخوردار می‌باشد (Gu et al., 2022; Liu et al., 2022). بر همین مبنا است که هدف اصلی در این مطالعه، شناسایی بازه تغییرات درجهٔ ناهمسانگردی‌های مدول برشی و یانگ در گستره‌ای از انواع خاک‌های غیر چسبنده و در نهایت بررسی احتمال و میزان وابستگی موجود میان این دو نوع ناهمسانگردی از طریق ارزیابی روابط توصیف کننده این وابستگی می‌باشد. در این ارتباط، گو و همکاران (Gu et al., 2017) بر پایه یک سری از نتایج به‌دست آمده از آزمایشات عددی نشان دادند که نسبت ناهمسانگردی مدول برشی دارای یک رابطه توانی با نسبت ناهمسانگردی مدول یانگ به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{G'_{hh}}{G'_{vh}} = \left(\frac{E'_h}{E'_v}\right)^{0.5}; \text{ or, } \frac{E'_h}{E'_v} = \left(\frac{G'_{hh}}{G'_{vh}}\right)^{2.0} \quad (۱)$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

لازم به ذکر است که این معادله اولین بار توسط گراهام و هولسبی (Graham and Houlsby, 1983) و تنها بر مبنای یک سری از فرضیات ریاضی بدون هیچ پشتیبانی آزمایشگاهی ارائه گردید. بر همین اساس گو و همکاران (Gu et al., 2017) تلاش نمودند تا اعتبار این رابطه را برای خاک‌های غیر چسبنده به‌واسطه انجام یک سری از آزمون‌های عددی سه‌محوری زهکشی شده و برشی ساده توسط روش المان گسسته بررسی کنند. آن‌ها آزمون‌ها را در یک محدوده کرنشی بسیار کوچک تحت شرایط تحکیم همسانگرد و ناهمسانگرد در ۲۴ حالت تنش متفاوت انجام دادند و معادله (۱) را تصدیق نمودند. با این حال، قابلیت اطمینان و صحت نهایی این معادله به واسطه عدم راستی آزمایی صورت گرفته توسط داده‌های واقعی می‌تواند کماکان مورد تردید قرار گرفته یا دارای خطا باشد. بر همین اساس، همانگونه که در بالا نیز اشاره گردید، ارزیابی اعتبار و تصحیح معادله فوق بر مبنای داده‌های واقعی یکی از اهداف مدنظر در این مطالعه می‌باشد. برای این منظور، در اولین تلاش، با استخراج مقادیر چهار ثابت کشسانی ناهمسانگرد G'_{vh}، G'_{hh}، E'_v و E'_h از مقالات ارائه شده در پیشینه تحقیق، یک پایگاه داده نسبتاً جامع از مقادیر مدول‌های برشی و یانگ ناهمسانگرد در خاک‌های غیر چسبنده ایجاد گردید. در ادامه، با محاسبه نسبت‌های G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v برای هر نوع خاک به طور جداگانه، بزرگی درجه‌های ناهمسانگردی برای ناهمسانگردی‌های مدول برشی و یانگ به ترتیب تعیین شدند. متعاقباً، با اجرای یک سری از تحلیل‌های رگرسیونی بر روی زوج داده‌های G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v، میزان وابستگی میان این دو نسبت شناسایی شده و روابط بالقوه فی‌مابین استنتاج گردیدند. با توجه به پایه‌گذاری این روابط بر مبنای داده‌های واقعی آزمایشگاهی، در انتها، بر لزوم جایگزینی آن‌ها با معادلات مشابه قدیمی ارائه شده در مطالعات پیشین که از عدم حمایت یا پشتیبانی کافی توسط داده‌های واقعی رنج می‌برند تأکید گردید.

مدل همسانگرد عرضی کشسان

مدل کشسانی همسانگرد عرضی یک مدل بسیار محبوب می‌باشد که بر مبنای یک نظریه مستحکم و کاملاً دقیق ایجاد گردیده است. این مدل به طور گسترده در بررسی‌ها و مطالعات مهندسی ژئوتکنیک و زمین‌شناسی مهندسی به منظور کشف و شناسایی یک سری از ویژگی‌های اساسی خاک در کرنش‌های کوچک مورد استفاده قرار می‌گیرد (Ezaoui and Di Benedetto, 2009; Fioravante et al., 2013; Gu et al., 2023; Kuwano and Jardine, 2002; Otsubo et al., 2020; Pegah et al., 2017; 2021, 2022). به‌طورکلی، بسته به وضعیت اشباع و شرایط زهکشی در یک توده خاک، دو مدل کشسانی همسانگرد عرضی می‌توانند بر حسب ثابت‌های کشسان زهکشی شده (بر مبنای تنش موثر) و زهکشی نشده (بر مبنای تنش کل) در نظر گرفته شوند. با این وجود، چون خاک‌های دانه‌ای به شدت نفوذپذیر هستند و فرآیند زهکشی در آن‌ها غالباً به سرعت تکمیل می‌گردد، بنابراین مدل مبتنی بر تنش موثر، صرفنظر از وضعیت اشباع، از اهمیت قابل ملاحظه‌ای در عمل برخوردار است (Das, 2008; Das and Sobhan, 2014; Pegah et al., 2022). بر همین اساس، با فرض شرایط زهکشی شده، معادلات ساختاری تغییرات تنش-کرنش در یک محیط خاکی همسانگرد عرضی را می‌توان از قانون عمومی هوک به صورت زیر بیان کرد:

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{yz} \\ \Delta\gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E'_h} & \frac{-\nu'_{hh}}{E'_h} & \frac{-\nu'_{vh}}{E'_v} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu'_{hh}}{E'_h} & \frac{1}{E'_h} & \frac{-\nu'_{vh}}{E'_v} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu'_{hv}}{E'_h} & \frac{-\nu'_{hv}}{E'_h} & \frac{1}{E'_v} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G'_{hh}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G'_{hv}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G'_{vh}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\sigma'_x \\ \Delta\sigma'_y \\ \Delta\sigma'_z \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{yz} \\ \Delta\tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (۲)$$

که x و y بیانگر جهت‌های افقی و z نشان دهنده جهت عمودی، قائم بر صفحه افقی x-y است. ویژگی‌های مکانیکی در سراسر این صفحه مقادیر همسانگردی را بر خلاف آنچه که در راستای محور z مشاهده می‌شود نشان می‌دهند. بر همین اساس، این صفحه معمولاً به عنوان صفحه همسانگردی با محور تقارن z به عنوان محور ناهمسانگردی شناخته می‌شود. پارامترهای E'_v و E'_h در معادله (۲) به ترتیب معرفی‌کننده مدول‌های یانگ زهکشی شده در جهات قائم و افقی می‌باشند، و ν'_{vh} ، ν'_{hv} و ν'_{hh} نشانگر نسبت‌های پواسون زهکشی شده به صورت ν'_{ij} برای بارگذاری در راستای i و تغییر شکل وابسته در جهت j می‌باشند. به همین ترتیب، G'_{vh} و G'_{hv} نیز نشان دهنده مدول‌های برشی زهکشی شده در صفحه قائم درحالی‌که G'_{hh} معرف مدول برشی زهکشی شده در صفحه افقی است. عبارات $\Delta\varepsilon_x$، $\Delta\varepsilon_y$ و $\Delta\varepsilon_z$ تغییرات کرنش‌های قائم را به عنوان تابعی از تغییرات تنش‌های موثر قائم $\Delta\sigma'_x$، $\Delta\sigma'_y$ و $\Delta\sigma'_z$ نشان می‌دهند، و $\Delta\gamma_{xy}$، $\Delta\gamma_{yz}$ و $\Delta\gamma_{zx}$ تغییرات کرنش‌های برشی حاصل از تغییرات تنش‌های برشی $\Delta\tau_{xy}$، $\Delta\tau_{yz}$ و $\Delta\tau_{zx}$ هستند.

هشت پارامتر کشسان مذکور (E'_v، E'_h، ν'_{vh}، ν'_{hv}، ν'_{hh}، G'_{vh}، G'_{hv} و G'_{hh}) در بالا از طریق معادلات زیر و بر مبنای نظریه کشسانی به یکدیگر مرتبط هستند به‌طوری‌که در نهایت تعداد آن‌ها به پنج پارامتر مستقل به صورت E'_v، ν'_{vh} (یا ν'_{hv})، G'_{vh} (یا G'_{hv}) و دو ضریب از E'_h، ν'_{hh} و G'_{hh} کاهش می‌یابند (Nishimura, 2014; Pegah et al., 2022):

$$G'_{vh} = G'_{hv} \quad (۳)$$

$$\frac{\nu'_{vh}}{E'_v} = \frac{\nu'_{hv}}{E'_h} \quad (۴)$$

$$G'_{hh} = \frac{E'_h}{2(1+\nu'_{hh})} \quad (۵)$$

تولید یک پایگاه داده از مدول‌های برشی و یانگ همسانگرد عرضی برای خاک‌های غیر چسبنده

به منظور شناسایی و تجزیه و تحلیل درجه‌های ناهمسانگردی سختی برشی و سختی محوری در خاک‌های غیر چسبنده، مقادیر اندازه‌گیری شده مدول‌های برشی و یانگ ناهمسانگرد برای تعداد قابل توجهی از انواع خاک‌های ماسه‌ای، از نتایج

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

آزمون‌های آزمایشگاهی و عددی گزارش شده در پیشینه تحقیق استخراج گردیدند. در این راستا، داده‌های حاصل از مطالعات دوتا و همکاران (Dutta et al., 2020)، فیوراوانته و همکاران (Fioravante et al., 2013)، ازائوی و دی‌بندتو (Ezaoui and Di Benedetto, 2009)، کووانو و جاردین (Kuwano and Jardine, 2002)، فیوراوانته (Fioravante, 2000)، کووانو (Kuwano, 1999) و بلوتی و همکاران (Bellotti et al., 1996) که بر مبنای ترکیبی از اندازه‌گیری‌های دینامیکی و استاتیکی به واسطه محاسبه سرعت‌های امواج لرزه‌ای و تعیین نمودارهای تنش-کرنش حاصل از آزمون‌های سه‌محوری بدست آمده بودند، با مقادیر نتیجه شده از مطالعات عددی گو و همکاران (Gu et al., 2017) ترکیب شدند، تا یک پایگاه داده جامع از پارامترهای کشسانی ناهمسانگرد در خاک‌های ماسه‌ای تولید گردد. به طور کلی، این پایگاه داده دربرگیرنده نتایج حاصل از انجام ۲۶۶ آزمون اجرا شده تحت شرایط تنش گوناگون بر روی ۳۷ نمونه مختلف از ۱۰ نوع ماسه متمایز می‌باشد. در جدول ۱، مقادیر کمی چهار ضریب کشسانی G'_{vh}، G'_{hh}، E'_v و E'_h به همراه اطلاعات بیان‌کننده شرایط بارگذاری و منابع منتسب، برای کلیه نمونه‌های آزمایش شده نشان داده شده‌اند. لازم به ذکر است که عبارات σ'_v و σ'_h به ترتیب بیانگر مقادیر تنش‌های موثر قائم و افقی حاکم بر نمونه‌ها در طول فرایند اجرای آزمایش می‌باشند.

جدول ۱. پایگاه داده تولید شده حاوی مدول‌های برشی و یانگ ناهمسانگرد برای خاک‌های غیر چسبنده

Table 1. The generated database containing anisotropic shear and Young's moduli for cohesionless soils

Soil type	Test/sample name	σ'_v (kPa)	σ'_h (kPa)	G'_{hh} (MPa)	G'_{vh} (MPa)	E'_h (MPa)	E'_v (MPa)	Reference
Toyoura sand	TS	30	30	73.8	59.0	170.7	139.3	Dutta et al. (2020)
		50	50	88.9	71.3	204.6	166.9	
		100	100	122.4	101.5	274.3	242.3	
		200	200	159.6	131.4	355.9	308.8	
		400	400	216.9	177.7	480.1	413.0	
Kashima river sand	RS	30	30	60.9	61.3	170.6	138.5	
		50	50	79.7	76.3	219.5	170.6	
		100	100	108.9	102.6	299.0	221.7	
		200	200	148.7	140.2	404.0	325.2	
		400	400	203.1	191.5	553.4	436.0	
Glass beads	GB	30	30	63.0	55.9	169.2	132.7	
		50	50	86.3	75.9	231.9	169.2	
		100	100	121.7	113.5	328.1	277.1	
		200	200	165.2	154.2	449.9	367.5	
		400	400	225.2	203.3	593.5	481.3	
Toyoura sand simulated by DEM	triaxial extension (TE)	45	100	140.1	106.1	357.8	205.7	Gu et al. (2017)
		47	100	143.1	110.9	363.9	223.0	
		50	100	146.6	116.9	373.0	245.3	
		60	100	154.4	133.1	393.2	305.1	
		70	100	159.7	144.9	404.4	347.6	
		81	100	162.8	153.7	412.5	377.0	

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

	triaxial compression (TC)	120	100	169.0	172.8	425.7	449.0	
		140	100	168.5	177.6	425.7	471.3	
		160	100	167.0	180.1	421.6	487.5	
		180	100	162.8	180.4	408.4	500.7	
		190	100	159.2	180.1	399.3	504.7	
		200	100	155.2	178.1	389.2	507.8	
		210	100	150.4	175.6	374.0	506.8	
		220	100	143.1	171.6	355.7	502.7	
		230	100	133.3	165.0	327.4	494.6	
		240	100	121.0	154.2	291.9	474.3	
Kenya sand	461	50	25	35.1	36.6	85.5	111.0	Fioravante et al. (2013)
		100	50	50.1	52.8	121.2	157.6	
		150	75	61.9	65.6	149.0	193.8	
		200	100	71.8	76.4	172.4	224.3	
		251	125	80.8	86.2	193.3	251.6	
		300	150	88.8	95.0	212.0	276.2	
		350	175	96.1	103.1	229.2	298.6	
		400	200	103.1	110.7	245.2	319.7	
		450	225	109.5	117.8	260.3	339.4	
		500	250	115.8	124.8	275.0	358.6	
		549	275	121.6	131.2	288.4	376.2	
		599	300	127.5	137.7	301.9	394.0	
	460	50	51	45.7	40.6	113.7	90.5	
		100	100	67.0	59.3	165.0	131.3	
		150	151	84.2	74.4	206.2	164.0	
		200	200	98.9	87.2	240.9	191.6	
		249	250	112.0	98.6	271.9	216.1	
		300	300	124.2	109.3	300.9	239.2	
		350	351	135.5	119.1	327.5	260.2	
		400	400	146.3	128.4	352.6	280.2	
		450	450	156.3	137.2	376.2	298.9	
		499	500	165.9	145.5	398.6	316.8	
		549	550	175.0	153.4	419.8	333.5	
		599	599	183.9	161.1	440.5	350.0	
	469	25	50	45.7	37.4	114.7	70.6	
		50	100	67.6	54.1	169.6	95.6	
		75	150	85.0	67.1	213.0	114.2	
		100	200	100.2	78.3	250.9	129.6	
		125	250	113.7	88.2	284.5	142.8	
		151	300	126.6	97.6	316.6	155.2	

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

		174	350	137.9	105.8	344.6	165.7	
		200	400	149.1	113.9	372.6	176.1	
	463	50	25	57.8	54.6	126.3	121.0	
		100	51	81.5	75.9	177.7	172.3	
		150	75	99.1	91.6	215.8	210.6	
		200	100	114.1	104.7	248.1	243.4	
		250	125	127.4	116.4	276.8	272.6	
		300	150	139.4	126.9	302.6	298.9	
		350	175	150.3	136.5	326.4	323.2	
		400	200	160.7	145.4	348.6	346.1	
		449	225	170.2	153.6	369.0	367.1	
		500	250	179.5	161.7	389.1	387.8	
		550	275	188.0	169.0	407.3	406.7	
		599	300	196.4	176.2	425.4	425.4	
	462	49	51	75.0	61.8	177.3	141.7	
		100	101	106.3	86.8	247.6	194.7	
		151	152	130.5	106.0	301.2	234.8	
		201	201	150.3	121.6	344.7	267.1	
		250	250	167.8	135.4	382.8	295.3	
		300	301	184.1	148.2	418.1	321.3	
		350	351	199.2	160.0	450.6	345.2	
		400	401	213.1	170.9	480.4	367.1	
		449	450	225.8	180.8	507.8	387.1	
		499	500	238.1	190.4	534.0	406.3	
		549	549	249.7	199.4	558.9	424.5	
		599	600	261.2	208.3	583.3	442.2	
	466	13	25	54.5	43.3	121.6	72.3	
		26	51	77.0	59.6	176.7	99.2	
		50	100	106.6	80.5	251.0	133.6	
		76	151	131.0	97.4	313.0	161.2	
		100	200	150.3	110.6	362.8	182.7	
		126	250	168.1	122.7	408.8	202.3	
		150	299	183.6	133.1	449.1	219.1	
		175	350	198.5	143.1	488.0	235.2	
		200	401	212.0	152.1	523.5	249.6	
		225	450	224.8	160.6	557.3	263.3	
		250	500	236.5	168.2	588.2	275.7	
		275	549	248.0	175.8	618.6	287.7	
Hostun sand	TC_H400.82p	50	50	71.4	62.9	162.8	147.3	Ezaoui and Di
		100	100	96.0	82.5	218.9	195.1	

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

		200	200	126.8	115.1	301.7	267.5	Benedetto (2009)
		400	400	169.0	151.6	415.7	367.7	
		600	400	178.1	173.3	437.8	467.4	
		800	400	183.6	191.5	436.9	531.1	
		1200	400	163.3	215.4	372.3	669.5	
		1200	400	155.8	220.7	361.2	662.2	
		800	400	157.0	189.4	364.0	580.9	
		600	400	152.4	177.4	356.6	484.9	
		400	400	152.2	150.6	362.2	388.0	
	TE_H400.80p	100	100	102.8	85.2	226.2	195.4	
		200	200	126.8	116.6	309.6	271.9	
		300	300	147.0	139.6	355.6	327.6	
		400	400	167.1	160.6	400.9	383.4	
		300	400	169.0	151.3	399.1	325.2	
		200	400	167.1	124.1	400.9	235.7	
		200	400	170.3	114.3	412.0	190.5	
		300	400	170.3	127.9	412.0	231.1	
		400	400	170.3	142.5	412.0	282.8	
	TC_H400.73p+v	100	100	110.7	99.0	254.4	240.2	
		200	200	152.4	134.2	347.2	309.1	
		400	400	208.9	181.5	480.3	431.1	
		800	400	208.3	226.1	491.4	597.2	
		1200	400	205.7	241.4	485.2	721.5	
		1600	400	180.2	255.3	436.0	778.2	
		1600	400	167.9	245.3	392.9	808.9	
		1200	400	164.8	224.4	395.4	751.1	
		800	400	158.9	200.2	384.3	615.7	
		400	400	157.6	170.7	378.2	418.8	
	TE_H400.74p+v	200	200	135.2	130.0	337.8	308.0	
		300	300	165.5	155.1	416.7	377.0	
		400	400	190.7	181.0	469.2	431.1	
		300	400	191.3	166.0	474.2	364.6	
		200	400	192.1	141.2	480.3	271.1	
		200	400	205.7	122.0	497.5	213.2	
		300	400	215.3	140.4	503.7	261.2	
		400	400	212.0	157.1	496.3	306.8	
	TC_H400.74p+t	100	100	96.2	99.2	217.4	234.9	
		200	200	127.2	130.3	284.8	322.9	
		400	400	176.9	185.8	404.0	437.2	
		800	400	187.2	240.1	422.5	583.7	

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

		1200	400	178.7	252.8	400.3	726.5	
		1600	400	158.4	255.5	354.8	897.1	
		1200	400	153.9	241.7	347.4	760.9	
		400	400	149.1	180.5	332.6	448.3	
	TE_H400.73p+t	200	200	129.8	134.6	293.2	322.9	
		300	300	151.1	155.1	335.4	383.6	
		400	400	171.2	172.4	388.0	436.0	
		300	400	170.4	160.2	390.5	384.3	
		200	400	172.5	144.4	389.2	283.4	
		200	400	170.8	109.4	385.5	215.7	
		300	400	174.3	124.4	390.5	271.1	
		400	400	171.2	163.8	388.0	331.4	
Ham river sand (new-HRS)	H304	84	79	80.9	77.2	190.0	225.0	Kuwano and Jardine (2002); Kuwano (1999)
		125	118	96.3	93.2	215.0	280.0	
		166	158	115.4	111.1	250.0	320.0	
		208	197	130.9	125.3	290.0	370.0	
		311	295	157.4	151.4	380.0	460.0	
		414	393	188.9	177.8	430.0	560.0	
	H935	84	79	92.7	86.0	220.0	280.0	
		125	119	118.0	114.3	260.0	300.0	
		166	158	135.0	124.2	320.0	360.0	
		208	197	155.0	140.9	360.0	420.0	
		311	295	182.0	173.3	450.0	540.0	
		415	394	218.1	196.1	570.0	640.0	
	H601	67	31	62.4	72.0	130.0	260.0	
		126	58	87.1	96.7	190.0	330.0	
		189	86	103.9	119.4	220.0	410.0	
		252	114	118.7	137.9	250.0	460.0	
		314	143	131.0	154.7	280.0	520.0	
	H508	67	28	49.2	61.5	100.0	200.0	
		127	57	68.6	83.5	140.0	250.0	
		190	85	83.0	100.4	180.0	330.0	
		253	114	96.3	114.8	205.0	370.0	
		316	143	105.0	128.6	230.0	420.0	
Dunkerque sand (DKS)	D902	86	31	79.6	74.4	170.0	290.0	
		141	50	99.2	92.3	220.0	350.0	
		211	75	122.6	113.0	250.0	440.0	
		281	100	140.5	130.2	290.0	500.0	
		351	124	159.8	148.8	330.0	580.0	
		270	112	142.9	131.6	300.0	520.0	

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

	D903	83	79	122.8	90.9	270.0	250.0	
		124	119	142.7	110.5	320.0	330.0	
		166	158	159.9	133.4	380.0	400.0	
		207	197	175.4	144.8	420.0	460.0	
		310	295	208.8	167.6	520.0	570.0	
		414	393	245.1	197.8	600.0	650.0	
Glass beads (GB)	G911	82	79	77.7	70.9	180.0	200.0	
		124	118	97.6	93.6	230.0	240.0	
		165	157	113.9	110.5	260.0	300.0	
		206	197	126.7	121.3	300.0	380.0	
		309	295	152.4	149.7	360.0	430.0	
		413	393	167.6	168.6	400.0	540.0	
	G912	66	31	41.3	54.5	85.0	170.0	
		125	57	58.6	73.6	120.0	260.0	
		188	86	71.6	89.4	160.0	320.0	
		251	114	87.4	104.9	180.0	370.0	
	G922	309	295	135.6	138.8	360.0	430.0	
		413	393	166.4	166.8	400.0	540.0	
		81	79	70.6	69.8	200.0	210.0	
		123	118	88.1	90.9	240.0	280.0	
		164	158	103.9	107.1	280.0	370.0	
		206	197	117.3	118.9	320.0	420.0	
		309	295	143.3	146.9	400.0	530.0	
		411	393	162.3	164.4	450.0	600.0	
		206	197	105.5	106.3	290.0	370.0	
		297	448	161.9	157.9	370.0	240.0	
Ticino sand	TS - K = 0.5	N/A	N/A	61.5	65.8	141.0	131.2	Fioravante (2000)
		N/A	N/A	83.9	91.1	195.3	185.6	
		N/A	N/A	99.8	109.9	235.8	225.5	
		N/A	N/A	112.8	126.5	269.0	259.5	
		N/A	N/A	123.7	140.2	298.7	290.0	
		N/A	N/A	134.5	153.3	324.7	316.1	
	TS - K = 1	N/A	N/A	81.7	73.5	187.0	130.1	
		N/A	N/A	110.0	101.1	259.3	183.1	
		N/A	N/A	130.0	122.3	312.9	223.7	
		N/A	N/A	147.7	139.9	357.6	256.7	
		N/A	N/A	162.4	155.2	397.0	286.7	
		N/A	N/A	175.9	169.3	431.7	313.8	
	TS - K = 2.0	N/A	N/A	114.8	88.6	251.3	143.5	
		N/A	N/A	143.5	112.2	273.0	184.3	

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

		N/A	N/A	170.4	135.8	347.0	224.5	
		N/A	N/A	193.3	154.9	417.8	259.0	
		N/A	N/A	213.1	172.1	477.8	288.3	
Kenya sand	KS - K = 0.5	N/A	N/A	59.9	56.5	134.8	122.9	
		N/A	N/A	73.5	69.5	166.1	146.1	
		N/A	N/A	84.4	80.4	192.6	164.6	
		N/A	N/A	93.9	91.3	215.8	181.0	
		N/A	N/A	104.1	98.8	236.9	195.4	
	KS - K = 1.0	N/A	N/A	59.2	46.9	135.5	101.5	
		N/A	N/A	82.7	67.4	193.0	137.3	
		N/A	N/A	101.4	83.9	238.1	163.2	
		N/A	N/A	116.7	96.8	276.3	183.8	
		N/A	N/A	130.2	109.1	309.7	203.8	
		N/A	N/A	142.5	119.7	340.8	219.1	
	KS - K = 2.0	N/A	N/A	82.5	57.8	193.9	113.8	
		N/A	N/A	100.5	71.1	239.1	136.1	
		N/A	N/A	115.6	81.9	277.6	154.7	
		N/A	N/A	128.8	92.2	311.4	170.4	
		N/A	N/A	140.3	101.2	342.7	184.8	
Ticino sand	390	50	25	56.1	57.0	133.8	160.3	Bellotti et al. (1996)
		100	50	77.1	79.5	184.1	225.0	
		150	75	92.9	96.8	222.0	274.6	
		200	100	106.1	111.2	253.7	316.2	
		250	125	117.6	124.0	281.4	353.1	
		300	150	127.8	135.4	306.2	386.6	
	383	50	50	76.8	63.2	177.6	146.1	
		100	100	106.9	88.9	248.8	204.7	
		150	150	129.8	108.6	303.5	250.0	
		200	200	149.1	125.2	349.4	287.9	
		250	250	166.0	139.9	390.0	321.4	
		300	300	181.3	153.2	426.5	351.4	
	384	50	75	92.6	73.1	214.7	137.8	
		67	100	106.1	87.9	247.8	160.2	
		100	150	128.7	102.0	304.1	198.8	
		150	225	156.0	123.9	372.5	245.9	
		200	300	178.8	142.3	429.9	285.8	
		250	375	198.8	158.4	480.8	321.5	
		300	450	216.9	173.0	526.6	353.5	
	385	50	100	108.8	74.4	253.1	132.9	
		60	120	118.5	81.3	276.1	145.3	

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

		100	200	150.9	104.4	353.8	188.5	
		150	300	182.9	127.4	430.7	231.8	
		200	400	209.6	146.6	495.0	268.1	
		250	500	233.2	163.7	552.6	301.3	
		300	600	254.3	179.1	603.6	330.2	

محاسبه نسبت‌های ناهمسانگردی مدول برشی و مدول یانگ و ارزیابی روابط حاکم بر آن‌ها

با استفاده از مقادیر پارامترهای کشسانی گردآوری شده در جدول ۱، حال می‌توان نسبت‌های ناهمسانگردی مدول برشی و مدول یانگ را برای خاک‌های ماسه‌ای مورد مطالعه محاسبه نمود. مقادیر حاصل برای هر دو نسبت G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v، شامل محدوده تقریباً وسیعی از کمیت‌های مختلف در بازه نسبتاً پهناوری از حالت‌های تنش گوناگون است. به منظور مشاهده رفتار و تحلیل دقیق ویژگی‌های تغییرپذیری این دو نوع ناهمسانگردی، نسبت‌های G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v به طور جداگانه در برابر نسبت تنش σ'_h/σ'_v متناظر تجربه شده در طول مسیر آزمایش ترسیم شدند (شکل‌های ۱a و ۱b). همانطور که از شکل ۱a دیده می‌شود، نسبت‌های ناهمسانگردی مدول برشی بیانگر طیف متنوعی از مقادیر در بازه ۰/۶۲ تا ۱/۶۹ به ازای تغییرات نسبت تنش از ۰/۲۵ تا ۲/۲۰ می‌باشند. این در حالیست‌که مطابق با شکل ۱b، نسبت‌های ناهمسانگردی مدول یانگ محدوده به مراتب وسیع‌تری از تغییرات را از ۰/۴۰ تا ۲/۳۳، به ازای همان میزان تغییرات نسبت تنش از ۰/۲۵ تا ۲/۲۰ نشان می‌دهند. علاوه بر این می‌توان مشاهده نمود که هر دو نسبت ناهمسانگردی G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v دارای روندهایی صعودی با افزایش نسبت تنش σ'_h/σ'_v می‌باشند. به وضوح قابل روئیت است که شدت تغییرات نسبت ناهمسانگردی مدول یانگ در مقابل نسبت تنش بیشتر از شدت تغییرات متناظر برای نسبت ناهمسانگردی مدول برشی است. این امر بیانگر حساسیت بالاتر و تغییرپذیری بیشتر برای E'_h/E'_v نسبت به G'_{hh}/G'_{vh} در مقابل ایجاد هر گونه تغییراتی در حالت تنش حاکم بر خاک می‌باشد.

به منظور کمی نمودن میزان وابستگی نسبت‌های G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v به نسبت تنش موثر σ'_h/σ'_v و ارزیابی روابطی برای بیان مقادیر ناهمسانگردی‌ها بر حسب توابعی از شرایط تنش حاکم، یک سری از تحلیل‌های رگرسیونی بر روی زوج داده‌های نمایش شده در شکل‌های ۱a و ۱b به اجرا درآمدند. نتایج نشان دادند که نسبت‌های E'_h/E'_v و G'_{hh}/G'_{vh} را می‌توان به صورت توابعی توانی از σ'_h/σ'_v در قالب معادلات (۶) و (۷) بیان نمود:

$$\frac{G'_{hh}}{G'_{vh}} = 1.118\,(\frac{\sigma'_h}{\sigma'_v})^{0.268};\ R^2 = 0.687,\ N = 266 \qquad (۶)$$

$$\frac{E'_h}{E'_v} = 1.150\,(\frac{\sigma'_h}{\sigma'_v})^{0.620};\ R^2 = 0.776,\ N = 266 \qquad (۷)$$

که عبارت R^2 بیانگر ضریب تعیین و N نشان دهنده تعداد نقاط داده سهیم در هر تحلیل می‌باشد.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

در ادامه به منظور بررسی روابط بالقوه موجود میان نسبت‌های ناهمسانگردی مدول برشی و مدول یانگ، مقادیر G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v در مقابل یکدیگر آنگونه که در شکل‌های ۲a و ۲b نشان داده شده‌اند ترسیم شدند. با اجرای یک سری از تحلیل‌های رگرسیونی بر روی زوج داده‌های "E'_h/E'_v - G'_{hh}/G'_{vh}" و "G'_{hh}/G'_{vh} - E'_h/E'_v"، میزان وابستگی میان این نسبت‌ها به صورت جداگانه مورد ارزیابی قرار گرفته و نهایتاً معادلات همبسته کننده آن‌ها به شرح زیر استخراج گردیدند:

$$\frac{G'_{hh}}{G'_{vh}} = 1.055\ (\frac{E'_h}{E'_v})^{0.398};\ R^2 = 0.783,\ N = 266 \qquad (۸)$$

$$\frac{E'_h}{E'_v} = 0.915\ (\frac{G'_{hh}}{G'_{vh}})^{1.952};\ R^2 = 0.783,\ N = 266 \qquad (۹)$$

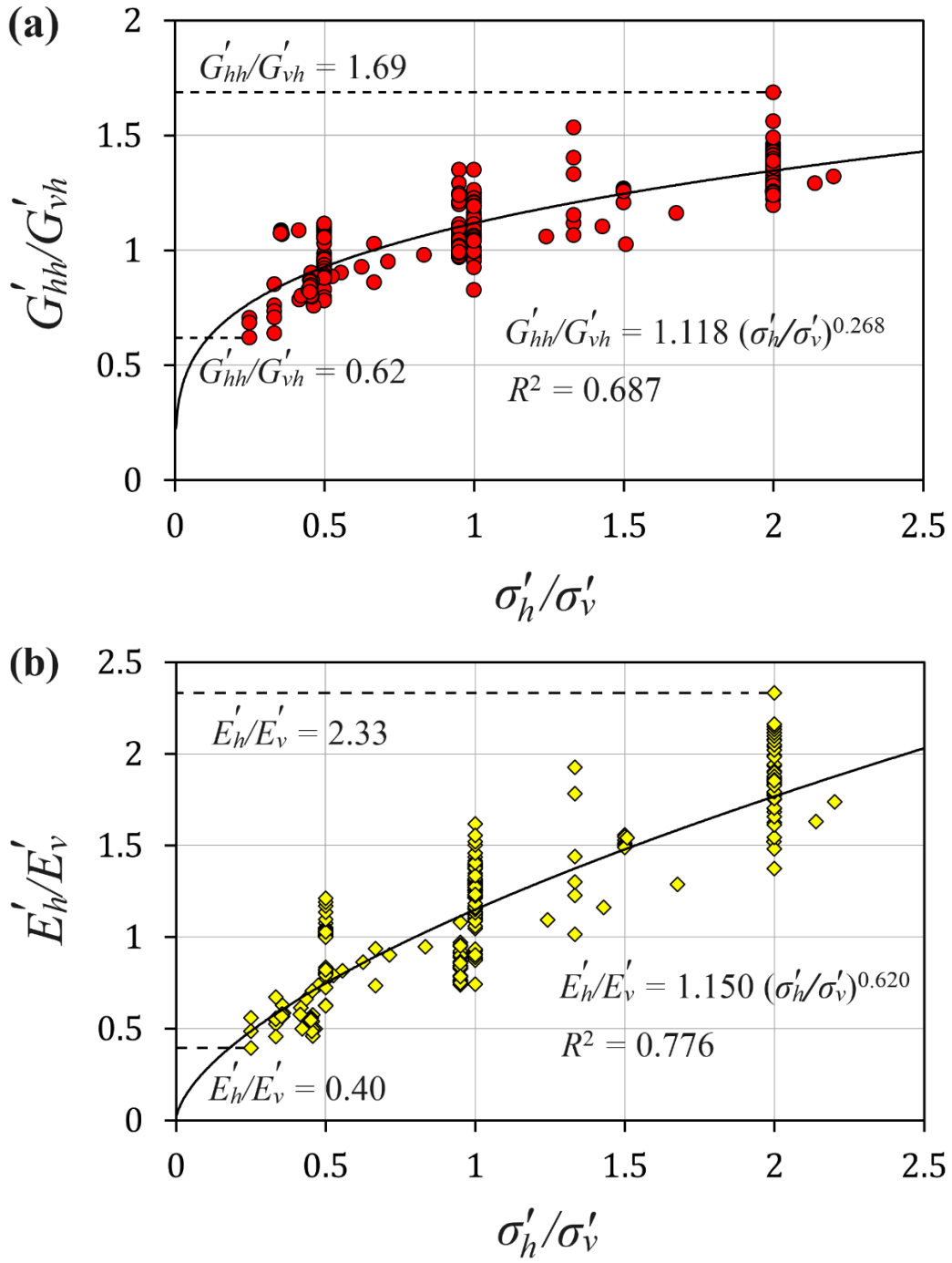
ملاحظه می‌گردد که نسبت‌های ناهمسانگردی G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v به خوبی با یکدیگر در ارتباط بوده به‌طوری‌که می‌توان با دقتی قابل قبول هر یک از آن‌ها را از دیگری ارزیابی نمود. تنها نگرانی، وجود ضرایب ۱/۰۵۵ و ۰/۹۱۵ به ترتیب در سمت راست معادلات (۸) و (۹) می‌باشند که در شرایط همسانگرد بودن خاک ($G'_{hh}/G'_{vh} = E'_h/E'_v = 1$) موجب عدم تساوی طرفین معادلات با واحد می‌شوند. بر همین اساس، با توجه به لزوم تساوی طرفین برای خاک همسانگرد، لازم است تا با اِعمال شرط برابری این ضرایب با مقدار واحد، تغییرات لازم اجرا شده و شکل نهایی معادلات تصحیح شده ارائه گردند. بنابراین، با انجام یک سری از تحلیل‌های رگرسیونی خطی بر روی زوج داده‌های "E'_h/E'_v - G'_{hh}/G'_{vh}" و "G'_{hh}/G'_{vh} - E'_h/E'_v" در مقیاس لگاریتمی و با فرض عرض از مبدأ صفر (شکل‌های ۳a و ۳b را ببینید)، روابط نهایی بیان کننده نسبت‌ها بر حسب یکدیگر به صورت زیر به‌دست آمدند:

$$\frac{G'_{hh}}{G'_{vh}} = (\frac{E'_h}{E'_v})^{0.422};\ R^2 = 0.741,\ N = 266 \qquad (۱۰)$$

$$\frac{E'_h}{E'_v} = (\frac{G'_{hh}}{G'_{vh}})^{1.756};\ R^2 = 0.741,\ N = 266 \qquad (۱۱)$$

مقدار نسبتاً بالای ضریب R^2 = ۰/۷۴۱ در روابط فوق، مجدداً اثبات کننده وجود یک همبستگی معقول بین نسبت‌های G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v می‌باشد. این روابط بیان کننده ثابت‌هایی متفاوت در مقادیر توان نسبت‌های G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v در قیاس با روابط گزارش شده در معادله (۱) می‌باشند. دلیل این تفاوت، استنتاج روابط فوق بر مبنای یک پایگاه داده جامع و وسیع‌تر از آنچه که تا کنون توسط دیگر محققین ایجاد و استفاده شده است می‌باشد. بر همین اساس، می‌توان با جایگزینی و به‌کارگیری روابط (۱۰) و (۱۱) به جای دیگر معادلات مشابه ارائه شده در پیشینه تحقیق، به مراتب نتایج قابل اعتمادتری را برای مقادیر نسبت‌های ناهمسانگردی مختلف به‌دست آورد.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

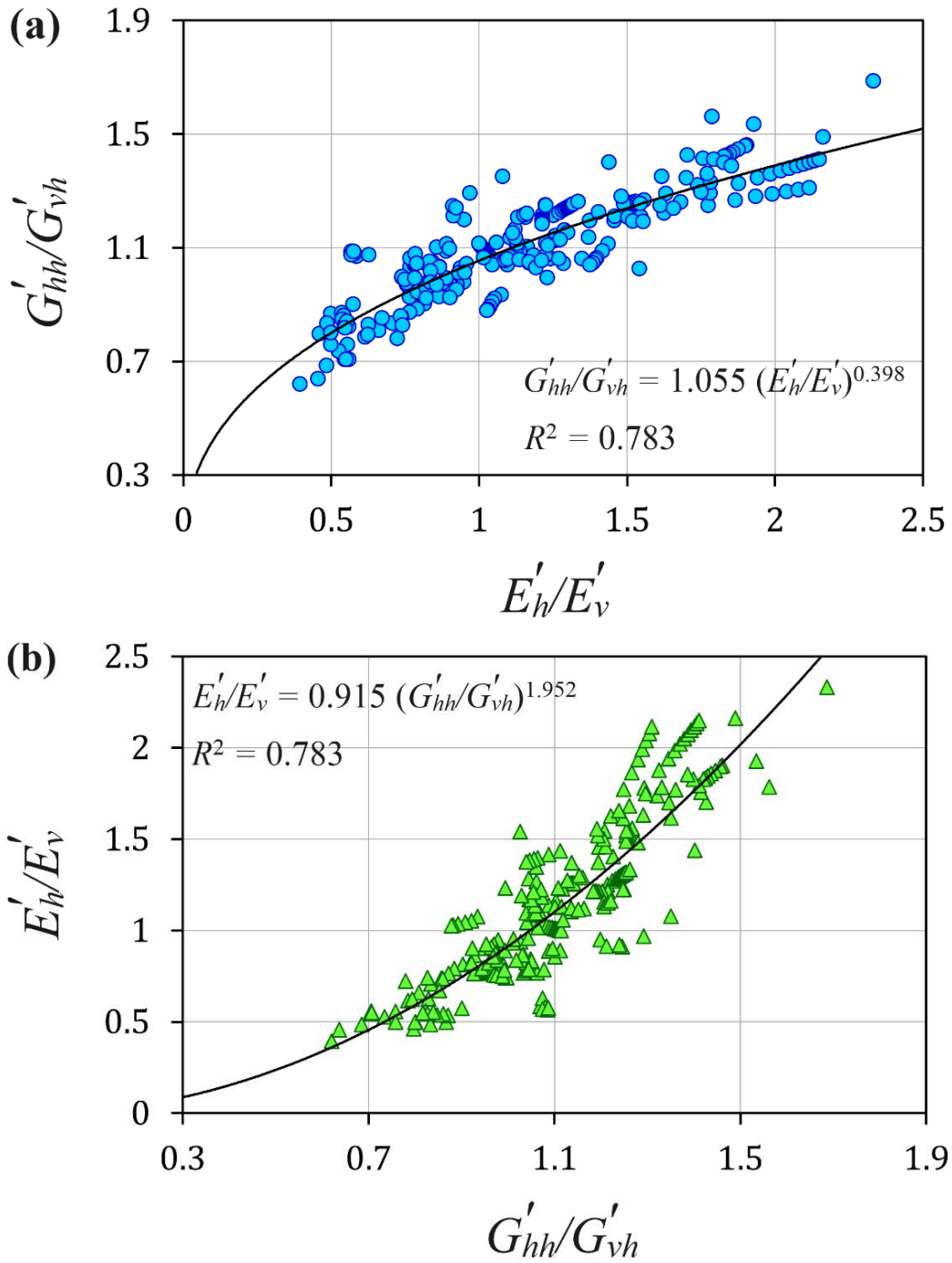


شکل ۱. مدل تغییرات نسبت‌های ناهمسانگردی (a) مدول برشی G'_{hh}/G'_{vh}، و (b) مدول یانگ E'_h/E'_v، در برابر نسبت تنش σ'_h/σ'_v در خاک‌های غیر چسبنده

Fig. 1. The variations model of (a) shear modulus anisotropy ratio G'_{hh}/G'_{vh}, and (b) Young's modulus anisotropy ratio E'_h/E'_v versus the stress ratio σ'_h/σ'_v in cohesionless soils

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

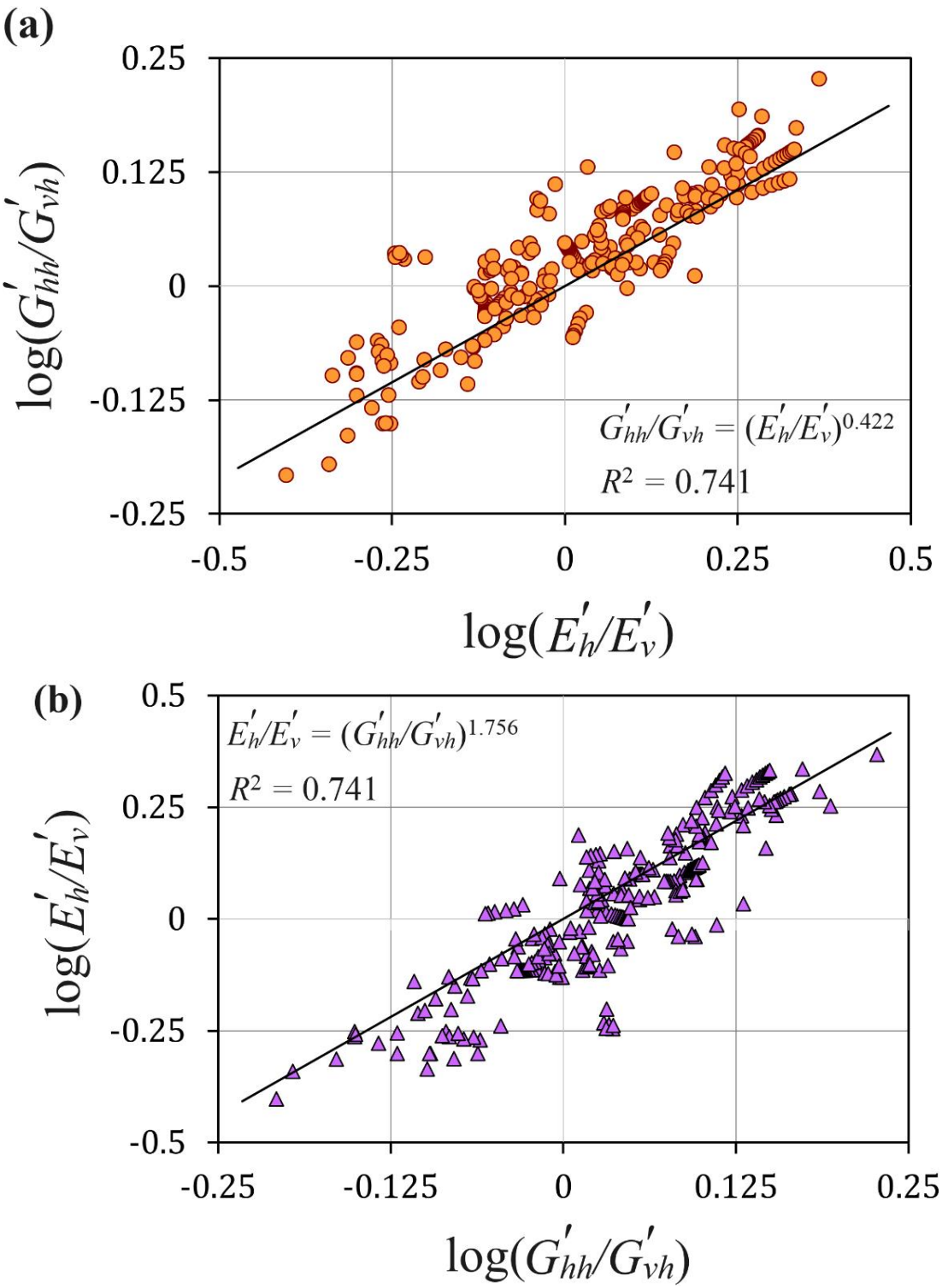


شکل ۲. ترسیم متقابل نسبت‌های ناهمسانگردی مدول برشی و مدول یانگ در برابر یکدیگر و ارزیابی همبستگی بین آن‌ها. (a) نمایش G'_{hh}/G'_{vh} به صورت تابعی از E'_h/E'_v؛ (b) نمایش E'_h/E'_v به صورت تابعی از G'_{hh}/G'_{vh}

Fig. 2. The reciprocal plotting the shear modulus and Young's modulus anisotropy ratios against each other and assessing their correlations. (a) Display of G'_{hh}/G'_{vh} as a function of E'_h/E'_v; (b) Display of E'_h/E'_v as a function of G'_{hh}/G'_{vh}

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]



شکل ۳. ترسیم متقابل نسبت‌های ناهمسانگردی (a) G'_{hh}/G'_{vh} در مقابل E'_h/E'_v، و (b) E'_h/E'_v در مقابل G'_{hh}/G'_{vh}، در مقیاس لگاریتمی و اجرای تحلیل‌های رگرسیون خطی برای ارزیابی همبستگی‌های بین آن‌ها

Fig. 3. The reciprocal plotting the anisotropy ratios (a) G'_{hh}/G'_{vh} versus E'_h/E'_v, and (b) E'_h/E'_v versus G'_{hh}/G'_{vh} in log scale by performing linear regression analyses for evaluating their correlations

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

نتیجه‌گیری

اهداف اصلی مدنظر در این مطالعه شامل ارزیابی محدوده تغییرات نسبت‌های ناهمسانگردی مدول‌های برشی و یانگ، G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v، در طیفی از انواع خاک‌های غیر چسبنده و متعاقباً استنتاج معادلات ربط دهنده این دو نسبت به یکدیگر بودند. برای این منظور، در ابتدا با گردآوری نتایج حاصل از گزارشات آزمایشگاهی ارائه شده در پیشینه تحقیق و ایجاد یک پایگاه داده جامع از ضرایب ناهمسانگرد کشسان متعلق به گستره نسبتاً وسیعی از خاک‌های غیر چسبنده، مقادیر نسبت‌های ناهمسانگردی مدول برشی و مدول یانگ محاسبه شده و در ادامه دامنه تغییرات آن‌ها تحت شرایط تنش گوناگون مورد بررسی و تحلیل قرار گرفتند. در واقع، با اجرای تحلیل‌های رگرسیون بر روی نسبت‌های G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v در مقابل تغییرات نسبت تنش σ'_h/σ'_v، میزان وابستگی و الگوهای تغییرپذیری ناهمسانگردی‌های مدول برشی و مدول یانگ در برابر حالت تنش مشخص گردیدند. در ادامه، با ترسیم متقابل نسبت‌های G'_{hh}/G'_{vh} و E'_h/E'_v در مقابل یکدیگر و برآورد مدل‌های تغییرپذیری آن‌ها بر حسب هم، میزان همبستگی میان این دو نسبت و نتیجتاً امکان محاسبه یکی از این مقادیر از مقدار دیگر مورد ارزیابی قرار گرفت. در انتها، معادلات تجربی تشریح کننده ارتباط میان نسبت‌های ناهمسانگردی مدول برشی G'_{hh}/G'_{vh} و مدول یانگ E'_h/E'_v استخراج شده و به عنوان معادلاتی قابل استناد که متکی بر یک پایگاه داده جامع از مقادیر واقعی ویژگی‌های ناهمسانگرد در خاک‌های غیر چسبنده هستند معرفی شدند.

قدردانی

این مطالعه تحت حمایت مالی بنیاد ملی علوم طبیعی چین اجرا و تکمیل گردید (شماره گرنت: ۵۲۲۵۰۴۱۰۳۴۷). نویسنده این مقاله مراتب تشکر و قدردانی خود را از بنیاد مذکور اعلام می‌دارد.

منابع

پگاه، ا.، ۱۴۰۲. ارزیابی نسبت ناهمسانگردی ساختار بافتی در خاک‌های دانه‌ای از ویژگی‌های دانه‌بندی و شکل ذرات. نشریه زمین‌شناسی مهندسی، ۱۷ (۱): ۴۱-۱.

Bellotti, R., Jamiolkowski, M., Lo Presti, D. C. F., O'Neill, D. A., 1996. Anisotropy of small strain stiffness in Ticino sand. Geotechnique, 46, 1, 115-131.

Das, B. M., 2008. Advanced Soil Mechanics, 3rd ed. Taylor & Francis Group, New York, USA.

Das, B. M., Sobhan, K., 2014. Principles of Geotechnical Engineering, 4th ed. Cengage Learning, Stamford, USA.

Das, B. M., Ramana, G. V., 2011. Principles of Soil Dynamics, 2nd ed. Cengage Learning, Stamford, USA.

Dutta, T. T., Otsubo, M., Kuwano, R., Sato, T., 2020. Estimating multidirectional stiffness of soils using planar piezoelectric transducers in a large triaxial apparatus. Soils and Foundations, 60, 5, 1269-1286.

Ezaoui, A., Di Benedetto, H., 2009. Experimental measurements of the global anisotropic elastic behaviour of dry Hostun sand during triaxial tests, and effect of sample preparation. Geotechnique, 59, 7, 621-635.

Fioravante, V., 2000. Anisotropy of small strain stiffness of Ticino and Kenya sands from seismic wave propagation measured in triaxial testing. Soils and Foundations, 40, 4, 129-142.

Fioravante, V., Giretti, D., Jamiolkowski, M., 2013. Small strain stiffness of carbonate Kenya Sand. Engineering Geology, 161, 65-80.

Graham, J., Houlsby, G. T., 1983. Anisotropic elasticity of a natural clay. Geotechnique, 33, 2, 165-180.

Gu, X. Q., Hu, J., Huang, M., 2017. Anisotropy of elasticity and fabric of granular soils. Granular Matter, 19:33.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

Gu, X. Q., Li, Y., Hu, J., Shi, Z., Liang, F., Huang, M., 2022. Elastic shear stiffness anisotropy and fabric anisotropy of natural clays. Acta Geotechnica, 17, 3229-3243.

Gu, X. Q., Liang, X., Hu, J., 2023. Quantifying fabric anisotropy of granular materials using wave velocity anisotropy: a numerical investigation. Geotechnique, https://doi.org/10.1680/jgeot.22.00314.

He, H., Li, S., Senetakis, K., Coop, M. R., Liu, S., 2022. Influence of anisotropic stress path and stress history on stiffness of calcareous sands from Western Australia and the Philippines. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 14, 197-209.

Hoque, E., Tatsuoka, F., 2004. Effects of stress ratio on small-strain stiffness during triaxial shearing. Geotechnique, 54, 7, 429-439.

Kong, Y., Zhao, J., Yao, Y., 2013. A failure criterion for cross-anisotropic soils considering microstructure. Acta Geotechnica, 8, 665-673.

Kuwano, R., 1999. The stiffness and yielding anisotropy of sand. PhD Thesis, University of London (Imperial College).

Kuwano, R., Jardine, R. J., 2002. On the applicability of cross-anisotropic elasticity to granular materials at very small strains. Geotechnique, 52, 10, 727-749.

Liu, J., Otsubo, M., Kawaguchi, Y., Kuwano, R., 2022. Anisotropy in small-strain shear modulus of granular materials: Effets of particle properties and experimental conditions. Soils and Foundations, 62, 101105.

Nishimura, S., 2014. Cross-anisotropic deformation characteristics of natural sedimentary clays. Geotechnique, 64, 12, 981-996.

Otsubo, M., Liu, J., Kawaguchi, Y., Dutta, T. T., Kuwano, R., 2020. Anisotropy of elastic wave velocity influenced by particle shape and fabric anisotropy under K_0 condition. Computers and Geotechnics, 128, 103775.

Pegah, E., 2023. Appraisal of fabric anisotropy ratio in granular soils based on grading and grains shape attributes. Journal of Engineering Geology, 17, 1, 1-41.

Pegah, E., Liu, H., 2020. Evaluating the overconsolidation ratios and peak friction angles of granular soil deposits using noninvasive seismic surveying. Acta Geotechnica, 15, 3193-3209.

Pegah, E., Liu, H., Dastanboo, N., 2017. Evaluation of the lateral earth pressure coefficients at-rest in granular soil deposits using the anisotropic components of S-wave velocity. Engineering Geology, 230, 55-63.

Pegah, E., Liu, H., Gholami, A., 2021. Estimating drained cross-anisotropic elastic parameters in saturated clays using the undrained properties. Engineering Geology, 293, 106340.

Pegah, E., Liu, H., Gu, X. Q., Gholami, A., 2022. A semi-analytical approach for efficient calculation of drained cross-anisotropic elastic moduli in saturated granular soils from undrained attributes. Computers and Geotechnics, 148, 104794.

Shi, J., Haegeman, W., Cnudde, V., 2021. Anisotropic small-strain stiffness of calcareous sand affected by sample preparation, particle characteristic and gradation. Geotechnique, 71, 4, 305-319.

Wang, Y. H., Mok, C. M. B., 2008. Mechanisms of small-strain shear-modulus anisotropy in soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 134, 10, 1516-1530.

Zamanian, M., Mollaei-Alamouti, V., Payan, M., 2020. Directional strength and stiffness characteristics of inherently anisotropic sand: The influence of deposition inclination. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 137, 106304.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

Journal of Engineering Geology, Vol. 17, No. 2, Summer 2023

The Elastic Anisotropy Ratios in Cohesionless Soils and Corresponding Bilateral Correlations

Ehsan Pegah*[1]

1. Assistant Professor, Department of Applied Geology, Faculty of Earth Sciences, Kharazmi University, Tehran, Iran

Received: 17 Jul 2023 Accepted: 30 Jul 2023

Abstract

The ratios of elastic anisotropy in cohesionless soils are always of substantial importance in respective analyses to the geotechnical and geological engineering projects. These ratios are raising from the available discrepancies in anisotropic elastic parameters ascribed to the different directions and planes of soil mass. The major objective of this study is to recognize the variations range of anisotropy ratios resulting from anisotropic shear and Young's moduli for a variety of cohesionless soils followed by assessing the potential relations among these two anisotropies. To this end, by assuming the transversely isotropy in cohesionless soils, the anisotropic elastic constants from 266 conducted laboratory tests on 37 various soil specimens relating to 10 different sands were derived from conventional triaxial and seismic waves laboratory tests coupled with the numerical testing results in literature. By sorting the collected data and subsequently their analyses, at the first stage, the values of shear and Young's moduli anisotropy ratios were calculated for the studied soils. Furthermore, by plotting the anisotropy ratios in several joint panels and performing a series of regression analyses on the resulting values, the possible dependencies were inspected between these two anisotropies. At last, the indicative equations among shear and Young's moduli anisotropies were developed with insistence on use of which instead of the former similar relations in literature.

Keywords: Shear modulus anisotropy ratio, Young's modulus anisotropy ratio, Cohesionless soils, Transversely isotropy, Stress ratio, Empirical equations.

Introduction

The natural sedimentation process of various soil grains often giving rise to the anisotropic soil strata that can be assumed as the transversely isotropic environments over bedding plane (Kong et al., 2013; Pegah, 2023; Pegah et al., 2020; Wang and Mok, 2008; Zamanian et al., 2020). Under transversely isotropy conditions in cohesionless soils, the elastic shear stiffness of soil in different plans would be given by two distinct values as G'_{vh} (or G'_{hv}) and G'_{hh}. Likewise, two different values are also existed for elastic axial

*Corresponding author: e.pegah@khu.ac.ir
DOI: http://doi.org/10.22034/JEG.2023.17.2.1019162

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

stiffness in various directions giving by E'_v and E'_h. With regard to this issue that in cohesionless soils the drained properties are more important than the undrained ones, it was used from (′) sign above the parameters to emphasize on the values of them under drained conditions. The G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v values are considered, respectively, as the shear modulus and Young's modulus anisotropy ratios such that their deviation from unity could be assumed as the intensity of anisotropy in soil medium. The precise determination of elastic anisotropy ratio in cohesionless soils has been always one of the most important issues in earth sciences and engineering problems. Therefore, the main objective of this study is to identify the variations amplitudes of shear modulus and Young's modulus anisotropy ratios for a range of cohesionless soils and then evaluating the ratios' dependency to each other through derivation of their bilateral correlations. To this end, in the first effort, by extracting the values of four anisotropic elastic constants G'_{vh}, G'_{hh}, E'_v and E'_h from the reported results in literature, a comprehensive database of two anisotropic shear moduli and two anisotropic Young's moduli was developed for cohesionless soils. By calculating G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v ratios for each soil, the magnitudes of anisotropy degrees were specified for both shear and Young's moduli. In the next step, by carrying out a series of regression analyses on the paired data G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v, the dependency level of the ratios was recognized and their correlating relationships were obtained. With regard to the establishment of the resulting correlations on the real experimental data, it was emphasized on their replacing with the current available relations in literature that are suffering from lack of enough supports by actual empirical data.

Developing a database of transversely isotropic shear and Young's moduli for cohesionless soil

To recognize and analyze the shear and axial stiffness anisotropy degrees in cohesionless soils, the measured anisotropic shear and Young's moduli for a large number of different sandy soils were extracted from the results of laboratory and numerical tests in literature. In this regard, the resulting data from the studies of Dutta et al. (2020), Fioravante et al. (2013), Ezaoui and Di Benedetto (2009), Kuwano and Jardine (2002), Fioravante (2000), Kuwano (1999) and Bellotti et al. (1996), which were obtained based on an integration of dynamic and static measurements through calculating seismic wave velocities and stress-strain diagrams attained from triaxial tests, were combined with the results from numerical studies of Gu et al. (2017) to develop a large database of anisotropic elastic parameters in sandy soils. In general, this database includes the obtained results from 266 conducted tests under various stress states on 37 different samples relating to 10 distinct sands.

Calculating the shear and Young's moduli anisotropy ratios and assessing bilateral relationships

The resulting values for both G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v ratios include almost a wide range of different quantities in a relatively extensive interval of different stress states. To observe the behavior and analyze the variability characteristics of these two anisotropies, the ratios of G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v were depicted separately against the experienced stress ratio along the test procedure (Figs. 1a and 1b). As can be seen from Fig. 1a, the shear modulus anisotropy ratios are the representative of diverse values ranging from 0.62 to 1.69 for stress ratio variations between 0.25 and 2.20. Nevertheless, according to Fig. 1b, the Young's modulus anisotropy ratios contain a wider range of variations from 0.40 to 2.33 for the same range of stress ratio variations. In addition, it is observed that both the G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v anisotropy ratios possess ascending trends by increasing the stress ratio σ'_h/σ'_v. It is also obvious that the variations intensity of Young's modulus anisotropy ratio versus the stress ratio is larger than that for shear modulus anisotropy

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

ratio. This indicates the higher sensitivity and variability for E'_h/E'_v with respect to G'_{hh}/G'_{vh} against any induced variation in stress conditions of a soil mass.

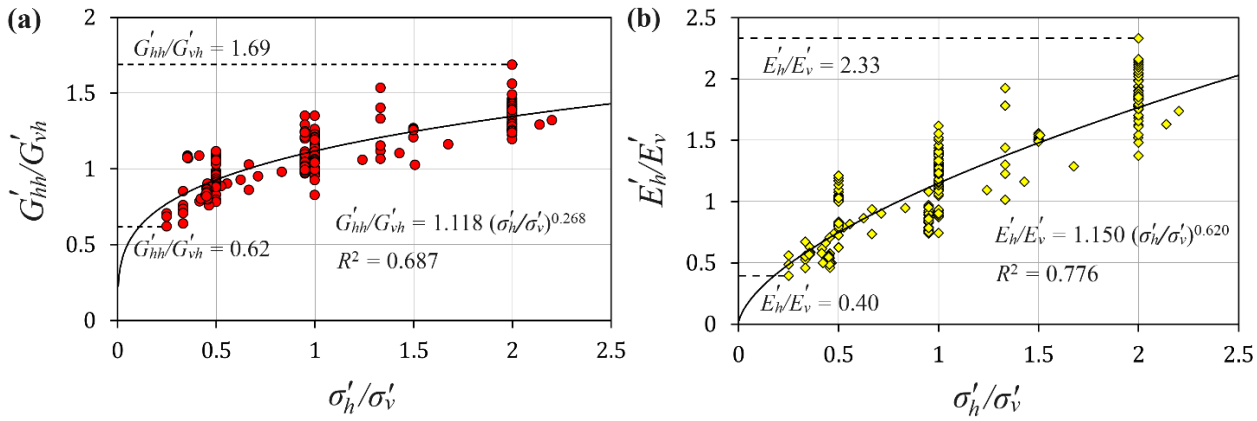


Fig. 1. The variations model of (a) shear modulus anisotropy ratio G'_{hh}/G'_{vh}, and (b) Young's modulus anisotropy ratio E'_h/E'_v versus the stress ratio σ'_h/σ'_v in cohesionless soils

To inspect the potential relationships between the shear and Young's moduli anisotropy ratios, the values of G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v were plotted against each other as are illustrated by Figs. 2a and 2b. By performing a series of regression analyses on the paired information "G'_{hh}/G'_{vh} - E'_h/E'_v" and "E'_h/E'_v - G'_{hh}/G'_{vh}", the level of dependence among the ratios were individually evaluated and lastly their correlating equations were derived as well:

$$\frac{G'_{hh}}{G'_{vh}} = \left(\frac{E'_h}{E'_v}\right)^{0.422};\ R^2 = 0.741,\ N = 266 \tag{1}$$

$$\frac{E'_h}{E'_v} = \left(\frac{G'_{hh}}{G'_{vh}}\right)^{1.756};\ R^2 = 0.741,\ N = 266 \tag{2}$$

Where R^2 and N remarks the statistical data, respectively, as the coefficient of determination and number of contributed data points in regression analyses. The relatively large value of R^2 = 0741 in Eqs. (1) and (2) proves a strong correlation between G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v ratios, which in turn demonstrates the acceptable accuracy and reliability of equations in practice.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]

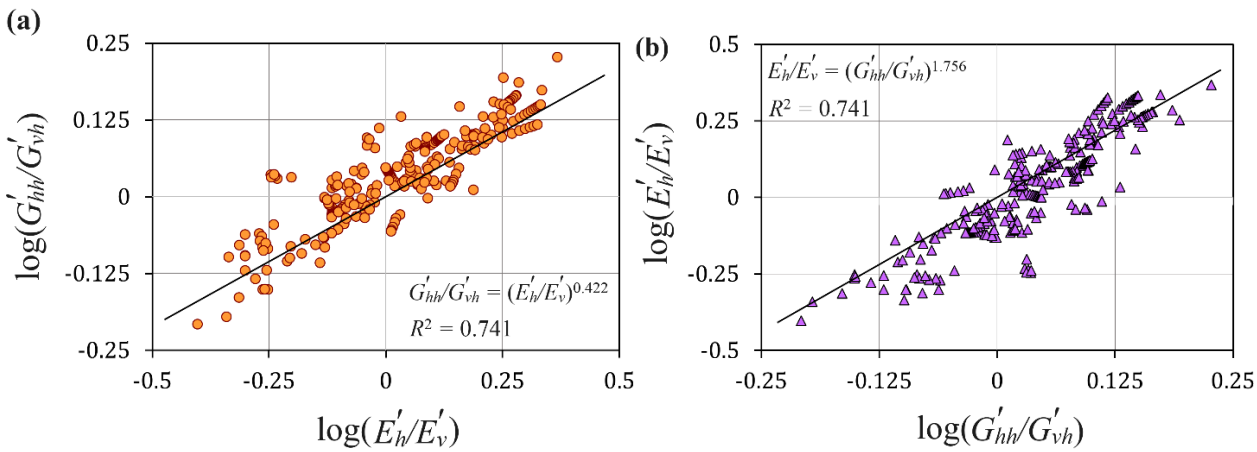


Fig. 2. The reciprocal plotting the anisotropy ratios (a) G'_{hh}/G'_{vh} versus E'_h/E'_v, and (b) E'_h/E'_v versus G'_{hh}/G'_{vh} in log scale by performing linear regression analyses for evaluating their correlations

Conclusions

The major objectives of this study included the assessing the variations ranges of shear and Young's moduli anisotropy ratios, G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v, for a variety of cohesionless soils and then extraction of relating correlations among these two ratios. To this end, at first by collecting the obtained results from laboratory reports given in literature and making a comprehensive database of anisotropic elastic coefficients relating to a relatively extensive range of cohesionless soils, the values of shear and Young's moduli anisotropy ratios were calculated and then their variations under different stress conditions were also analyzed. Indeed, by conducting regression analyses on the G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v ratios versus the stress ratios variations σ'_h/σ'_v, the degree of dependence and variability patterns of shear and Young's moduli anisotropies were specified against the stress state. By reciprocal depicting G'_{hh}/G'_{vh} and E'_h/E'_v ratios against each other and evaluating their variability models, the magnitude of correlativity and consequently the possibility of their mutual calculation were examined. In the end, the experimental equations expressing the relations between shear modulus anisotropy G'_{hh}/G'_{vh} and Young's modulus anisotropy E'_h/E'_v were attained and introduced as the reliable correlations, as are relied on a strict database of measured anisotropic properties in cohesionless soils.

Acknowledgements

The study is supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 52250410347). The support is gratefully acknowledged.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOI: 10.22034/JEG.2023.17.2.1019162]