ظرفیت باربری لرزه‌ای پی‌های نواری روی خاک‌های مسلح شده با فیبر به روش مشخصه‌های تنش

امین کشاورز*، مهدی نعمتی؛
دانشگاه خلیج فارس، دانشکدهٔ مهندسی، گروه مهندسی عمران

تاریخ: دریافت ۹۳/۵/۲۰ **پذیرش** ۹٤/۵/۳۱

چکیده

در این مقاله، ظرفیت باربری پی‌های نواری، روی بستری از خاک‌های دانه‌ای مسلح شده با فیبر، بررسی شده است. برای تحلیل از روش مشخصه‌های تنش استفاده شده است. معیار گسیختگی در نظر گرفته شده، توزیع جهت‌گیری مسلح کننده‌ها را به‌صورت ایزوتروپ در نظر می‌گیرد و از پارگی مسلح‌کننده‌ها صرف‌نظر می‌کند. اثرات لرزه‌ای به‌صورت ضرایب شبه‌استاتیکی افقی و عمودی در معادلات تعادل تنش لحاظ شده است. معادلات تعادل تنش با استفاده از روش تفاضل محدود حل شده‌اند. برای حل مسئله، برنامه‌ای نوشته شده است که قادر است با داشتن پارامترهای ورودی خاک و مسلح‌کننده، شبکه مشخصه‌ها را تعیین کرده و ظرفیت باربری را محاسبه کند. ظرفیت باربری به‌صورت ضرایب ظرفیت باربری ناشی از وزن خاک و سربار بیان شده است. برای استفاده‌های کاربردی، نمودارهایی برای تعیین این ضرایب تهیه شده است. یک حل به فرم بسته نیز برای ظرفیت باربری ناشی از سربار ارائه شده است. با انجام تحلیل‌های پارامتری، تأثیر پارامترهای خاک و مسلح‌کننده روی ظرفیت باربری و شکل ناحیهٔ گسیختگی بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که ظرفیت باربری با افزایش هر یک از پارامترهای تمرکز متوسط فیبرها[1]، نسبت ظاهری فیبرها، زاویهٔ اصطکاک بین خاک و فیبر و زاویهٔ اصطکاک خاک افزایش می‌یابد. هم‌چنین ناحیهٔ گسیختگی با افزایش ضرایب لرزه‌ای و کاهش سربار، کم‌عمق‌تر می‌شود.

واژه‌های کلیدی: ظرفیت باربری، خاک مسلح شده با فیبر، لرزه‌ای، روش مشخصه‌های تنش

* **نویسنده مسئول** keshavarz@pgu.ac.ir

1. Average fiber concentration

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

مقدمه

محاسبهٔ ظرفیت باربری پی‌های سطحی یکی از موارد مهم در طراحی پی‌ها است، به همین دلیل بحث در این زمینه، از مشکلات مهندسان ژئوتکنیک است. روش‌های تعادل حدی[1]، تحلیل حدی[2] و روش‌های عددی تفاضل محدود[3] و اجزای محدود[4] از روش‌های مرسوم محاسبهٔ ظرفیت باربری پی‌های سطحی هستند.

در دهه‌های اخیر، استفاده از مصالح طبیعی یا پلیمری برای مسلح‌کردن خاک‌ها، بسیار توسعه پیدا کرده است. ژئوسینتتیک‌ها کاربردهای مختلفی در سازه‌های ژئوتکنیکی دارند. یکی از کاربردهای فراوان آن‌ها، مسلح کردن خاک است. در این کاربرد، مقاومت کششی مسلح‌کننده‌ها باعث می‌شود که خاک تنش بیش‌تری را تحمل کند و این موضوع باعث افزایش ظرفیت باربری خاک می‌شود. مسلح‌کننده‌ها انواع مختلفی دارند. بعضی از آن‌ها مانند ژئوگریدها یا ژئوتکستایل‌ها، مصالح صفحه‌ای هستند. نوعی دیگر، مسلح‌کننده‌های الیافی یا فیبر هستند. این فیبرها می‌توانند مصالح الیافی با طول بسیار کوتاه یا حتی می‌توانند با طول بلند باشند. بررسی پایداری سازه‌های خاکی مسلح و حل مسائلی مانند ظرفیت باربری خاک‌های مسلح از چالش‌های مهندسان ژئوتکنیک است.

یکی از روش‌های کارآمد که در زمینهٔ تحلیل مسائل خاکی می‌توان از آن بهره جست، روش مشخصه‌های تنش است. این روش که برای اولین بار سوکولوفسکی و همکاران [۱] در سال ۱۹٦۰ ارائه کردند، را بارها محققان در زمینه‌های مختلف مهندسی ژئوتکنیک از قبیل ظرفیت باربری، فشارهای جانبی خاک و غیره استفاده کرده‌اند. در این روش معادلات تعادل تنش با در نظر گرفتن معیار گسیختگی و هم‌چنین با ارضای شرایط مرزی به‌طور هم‌زمان در تمامی نقاط خاک حل می‌شوند و فرض بر این است که همه نقاط در حالت حدی به گسیختگی می‌رسند. از مزایای این روش این است که بر خلاف روش‌هایی نظیر تعادل حدی، احتیاجی به فرض سطح گسیختگی نیست و این سطح پس از حل مسئله به‌دست می‌آید. هم‌چنین مشابه روش‌های عددی دیگر، در این روش می‌توان اثرات زلزله را به‌صورت ضرایب شبه‌استاتیکی افقی و عمودی به مسئله اعمال کرد.

1. Limit equilibrium
2. Limit analysis
3. Finite difference
4. Finite elements

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

در زمینهٔ خاک‌های غیرمسلح محققان و دانشمندان بسیاری از این روش در پژوهش‌های خود بهره برده‌اند. کومار و موهان رآو [۲]، [۳] از این روش برای محاسبهٔ ظرفیت باربری پی‌های نواری و پی‌های نواری روی شیب استفاده کردند. هم‌چنین کشاورز و جهان‌اندیش [٤] از این روش برای تعیین ضرایب ظرفیت باربری پی‌های نواری در حالت لرزه‌ای استفاده کردند. از این روش، برای تحلیل فشارهای جانبی خاک‌های غیرمسلح نیز استفاده شده است [۵]، [٦]، [۷].

در زمینهٔ تحلیل پایداری سازه‌های خاکی مسلح نیز از این روش استفاده شده است. کشاورز [۸] از این روش در تعیین ظرفیت باربری پی‌های سطحی و شیب‌های خاکی مسلح و غیرمسلح در حالت استاتیکی و شبه‌استاتیکی در حالت کرنش صفحه‌ای و تقارن محوری استفاده کرده است. هم‌چنین جهان اندیش و کشاورز [۹] برای محاسبه ظرفیت باربری پی‌های نواری روی شیب‌های خاکی مسلح و کشاورز و همکاران [۱۰] برای محاسبهٔ ظرفیت باربری لرزه‌ای پی‌های نواری روی خاک‌های مسلح از روش مشخصه‌های تنش استفاده کردند.

در تحلیل خاک‌ها به‌روش مشخصه‌های تنش، لازم است که از معیار گسیختگی مورد اطمینان و سازگار با شرایط موجود، در روابط استفاده شود. میخالوفسکی و ژائو [۱۱]، میخالوفسکی و سرماک [۱۲] و میخالوفسکی [۱۳] در زمینه دست‌یابی به معیار گسیختگی خاک‌های مسلح‌شده با فیبر، تحقیقات گسترده‌ای انجام داده و به معیار گسیختگی مناسبی برای خاک‌های مسلح‌شده با فیبر دست یافتند. توزیع فیبرها در خاک می‌تواند به‌صورت ایزوتروپ یا غیرایزوتروپ فرض شود. در این مقاله از معیار گسیختگی میخالوفسکی [۱۳] استفاده شده است و توزیع فیبرها در توده خاک به‌صورت ایزوتروپیک فرض شده است.

استفاده از خاک‌های مسلح شده با فیبر در مسائل مختلف ژئوتکنیکی روز به روز افزایش می‌یابد اما در حال حاضر روش‌های تحلیلی زیادی برای محاسبات این خاک‌ها ارائه نشده است. در بسیاری از موارد، برای تحلیل این نوع خاک‌ها، از یک خاک معادل استفاده می‌کنند یعنی تودهٔ خاک مسلح‌شده با فیبر را به‌صورت خاکی غیرمسلح معادل، با مشخصات مکانیکی افزایش یافته، در نظر می‌گیرند.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

در این مقاله از روش مشخصه‌های تنش برای محاسبه ظرفیت باربری لرزه‌ای پی‌های نواری استفاده شده است. هر چند در معیار میخالفسکی [۱۳] می‌توان توزیع فیبرها را غیرایزوتروپ نیز در نظر گرفت، اما در این مقاله، توزیع فیبرها به‌صورت ایزوتروپ در نظر گرفته شده است و به‌این ترتیب معادلات ساده‌تر شده و نیز می‌توان در بعضی حالت‌ها، حل به فرم بسته نیز به‌دست آورد. این روش را قبلاً همین نویسندگان [١٤] برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های نواری روی خاک‌های مسلح شده با فیبر استفاده کرده‌اند اما در این مقاله روش به‌صورت مفصل‌تری بحث شده است و نتایج کامل‌تری ارائه شده است.

تئوری

معیار گسیختگی

در معیار گسیختگی که میخالفسکی [۱۳] ارائه کرد، نقش مسلح‌کننده‌ها در خاک به‌خوبی مد نظر قرار گرفته و تأثیر آن‌ها بررسی شده است. در معیار ارائه شده، علاوه بر تراکم مسلح‌کننده‌ها در خاک، نحوه توزیع جهت‌گیری فیبرها در تودهٔ خاک مد نظر واقع شده است. در معیار ارائه شده میخالفسکی، جهت‌گیری فیبرها می‌تواند به‌صورت ایزوتروپ یا غیرایزوتروپ باشد. در این مقاله، جهت‌گیری فیبرها به‌صورت ایزوتروپ فرض شده است. در این حالت می‌توان معادلات ساده‌تری برای ضرایب ظرفیت باربری ارائه کرد.

در شرایطی که توزیع جهت‌گیری فیبرها به‌صورت ایزوتروپیک باشد، تابع توزیع تراکم فیبرها در برابر زاویهٔ جهت‌گیری آن‌ها به شکل دایروی است بدین‌معنی که میزان تراکم فیبرها با جهت‌گیری‌های متفاوت در تودهٔ خاک یک‌سان است. از دیگر ویژگی‌های مهمی که در معیار گسیختگی مورد نظر حائز اهمیت است، چگونگی عملکرد فیبرها و نحوهٔ گسیختگی آن‌ها در تودهٔخاک است. گسیختگی فیبرها در خاک می‌تواند به دو صورت، یکی پاره شدن فیبرها به‌دلیل تنش‌های زیاد وارده به آن‌ها و دیگری بیرون آمدن فیبرها از درون خاک یا slip، رخ دهد. اما نتایج تجربی و آزمایشگاهی به‌دست آمده [۱۱]، [۱۵]، نشان می‌دهند که در محدودهٔ

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

نیروهای وارده در کارهای مهندسی، می‌توان از گسیختگی فیبرها در حین بارگذاری صرف نظر کرده و تنها لغزش فیبرها را در روابط و معیار گسیختگی خاک مسلح ارزیابی کرد [۱۳].

در معیار استفاده شده در این مقاله، از گسیخته شدن فیبرها صرف‌نظر شده است. رابطهٔ گسیختگی با استفاده از روش انرژی و با برابر قرار دادن میزان کار نیروی خارجی و میزان کار پلاستیک در حین لغزش فیبرها در تودهٔ خاک به‌دست آمده است. معادلهٔ (۱) به‌عنوان معیار گسیختگی برای خاک مسلح در حالت توزیع ایزوتروپ فیبرها در خاک‌های دانه‌ای استفاده شده است [۱۳]:

$$R = p\lambda$$
$$\lambda = \sin\phi + \frac{N\,\bar{\rho}\eta\tan\phi_w}{3} \qquad (۱)$$
$$N = \frac{\cos\phi}{\pi} + \left(\frac{1}{2} + \frac{\phi}{\pi}\right)\sin\phi$$

که در آن، p تنش میانگین در دایرهٔ موهر، R شعاع دایرهٔ موهر و $\bar{\rho}$ تمرکز متوسط فیبرها[1] است که بیان‌گر نسبت حجم فیبرها (V_r) به حجم کل (V)است:

$$\bar{\rho} = \frac{V_r}{V} \qquad (۲)$$

شکل فیبرها به‌صورت استوانه‌ای فرض شده است و میزان لاغری[2] آن‌ها به‌وسیلهٔ پارامتر نسبت ظاهری[3] و به‌صورت $\eta = l/2r$ تعریف می‌شود که در آن l طول و r شعاع فیبر است. هم‌چنین ϕ زاویهٔ اصطکاک داخلی خاک و ϕ_w زاویهٔ اصطکاک بین فیبر و خاک است. برای خاک غیرمسلح، $\bar{\rho} = 0$ است و معادلهٔ (۱) به معیار موهر کولمب برای خاک دانه‌ای تبدیل می‌شود، $R = p\sin\phi$.

میخالفسکی [۱۳] زاویهٔ اصطکاک معادل را برای خاک ماسه‌ای مسلح شده با فیبر (با توزیع ایزوتروپ فیبرها) بر اساس این معیار گسیختگی به‌صورت معادلهٔ (۳) پیشنهاد کرد:

$$\bar{\phi} = \arcsin\left(\sin\phi + \frac{N\,\bar{\rho}\eta\tan\phi_w}{3}\right) \qquad (۳)$$

1. Average fiber concentration
2. Slenderness
3. Aspect ratio

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

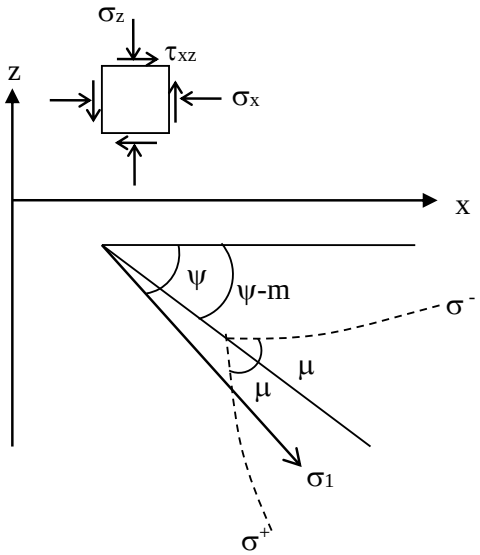
[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

معادلات تعادل تنش

معادلات تعادل تنش برای خاک غیرایزوتروپ در حالت کرنش صفحه‌ای را قبلاً بوکر و دیویس [۱٦] به‌دست آورده‌اند. اگر توده خاک، به‌صورت کرنش صفحه‌ای در نظر گرفته شود، مجهولات تنش در تودهٔ خاک مطابق شکل ۱ برابر با σ_x، σ_z و τ_{xz} هستند.



شکل ۱. مجهول‌های تنش

در حالت کرنش صفحه‌ای، معادلات تعادل تنش در هر نقطه خاک به‌صورت معادلهٔ (٤) بیان می‌شود:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = X$$
$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = Z \qquad (٤)$$

که در آن، X و Z نیروهای حجمی یا اینرسی هستند و می‌توان مقادیر آن‌ها را به‌صورت $X = \gamma k_h$ و $Z = \gamma(1-k_v)$ به‌دست آورد، که k_h و k_v رتیب ضرایب شبه‌استاتیکی افقی و عمودی زلزله و γ وزن واحد حجم خاک هستند. اگر خاک مسلح به‌صورت خاکی همگن اما غیرایزوتروپ فرض شود، شرایط گسیختگی تودهٔ خاک را می‌توان به‌صورت رابطه (۵) نوشت [۱٦]:

$$f\,(\sigma_x,\sigma_z,\tau_{xz}) = R - F(p,\psi) = 0 \qquad (۵)$$

که در آن، F تابع گسیختگی است که تابع مشخصی از p و ψ است. از دایرهٔ موهر تنش برای المان خاک، می‌توان به معادله (٦) رسید:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= p + R\cos 2\psi \\ \sigma_z &= p - R\cos 2\psi \\ \tau_{xz} &= R\sin 2\psi \end{aligned} \qquad (٦)$$

در این روابط، p تنش میانگین و ψ زاویهٔ بین محور افقی و جهت اصلی تنش σ_1 (شکل ۱) است. با استفاده از معادلات (٤) تا (٦) و پس از انجام عملیات جبری مختلف، می‌توان دو راستای مشخصه در خاک یافت [١٦]. یکی مشخصه تنش مثبت و دیگری منفی (شکل ۱). معادلات تعادل تنش روی این مشخصه‌ها به‌صورت معادلهٔ (۷) بیان می‌شود [۸]، [۹]، [۱۰]:

برای مشخصه مثبت σ^+:

$$\begin{aligned} &\frac{dz}{dx} = \tan\left(\psi - m + \mu\right) \\ &\frac{\sin 2(m+\mu)}{\cos 2m}dp + \frac{2F}{\cos 2m}d\psi \\ &= (\sin 2\mu dx - \cos 2\mu dz)\,\mathrm{X} + (\cos 2\mu dx + \sin 2\mu dz)\,\mathrm{Z} \end{aligned} \qquad (۷)$$

و برای مشخصه منفی σ^-:

$$\begin{aligned} &\frac{dz}{dx} = \tan\left(\psi - m - \mu\right) \\ &\frac{\sin 2(m-\mu)}{\cos 2m}dp + \frac{2F}{\cos 2m}d\psi \\ &= -(\sin 2\mu dx + \cos 2\mu dz)\,\mathrm{X} + (\cos 2\mu dx - \sin 2\mu dz)\,\mathrm{Z} \end{aligned} \qquad (۸)$$

که در آن‌ها پارامترهای m و μ به‌صورت معادلهٔ (۹) تعریف می‌شوند [١٦]:

$$\begin{aligned} \tan 2m &= \frac{1}{2F}\frac{\partial F}{\partial \psi} \\ \cos 2\mu &= \cos 2m\,\frac{\partial F}{\partial p} \end{aligned} \qquad (۹)$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

معادلات (۷) و (۸)، معادلات راستای مشخصه‌ها و معادلات تعادل تنش در راستای مشخصه‌ها هستند. شیوهٔ به‌دست آمدن این معادلات، را جهان‌اندیش و کشاورز [۹]، به تفصیل بیان کرده‌اند.

با توجه به معیار گسیختگی استفاده شده در معادلهٔ (۱) و با استفاده از معادلهٔ (۹)، می‌توان نوشت:

$$m = 0, \quad \cos 2\mu = \lambda \tag{۱۰}$$

به‌این ترتیب، معادلات (۷) و (۸) به فرم ساده شده معادلهٔ (۱۱) و (۱۲) تبدیل می‌شوند:

برای مشخصه مثبت σ^{+}:

$$\begin{aligned} &\frac{dz}{dx} = \tan\left(\psi + \mu\right) \\ &\sin 2\mu dp + 2p\cos 2\mu d\psi \\ &= (\sin 2\mu dx - \cos 2\mu dz)\,\mathrm{X} + (\cos 2\mu dx + \sin 2\mu dz)\,\mathrm{Z} \end{aligned} \tag{۱۱}$$

و برای مشخصه منفی σ^{-}:

$$\begin{aligned} &\frac{dz}{dx} = \tan\left(\psi - \mu\right) \\ &-\sin 2\mu dp + 2p\cos 2\mu d\psi \\ &= -(\sin 2\mu dx + \cos 2\mu dz)\,\mathrm{X} + (\cos 2\mu dx - \sin 2\mu dz)\,\mathrm{Z} \end{aligned} \tag{۱۲}$$

اگر پارامترهای (x، z، p، ψ) در نقاط A و B مشخص باشند و AC یک خط مشخصه منفی و BC یک خط مشخصه مثبت باشد (شکل ۲)، مشخصات (x، z، p، ψ) نقطه C را می‌توان با نوشتن معادلات (۱۱) و (۱۲) به فرم تفاضل محدود، به‌دست آورد (چهار معادله و چهار مجهول):

$$\begin{aligned} &x_C = \frac{z_A - z_B - x_A tgmm + x_B tgmp}{tgmp - tgmm} \\ &z_C = z_B + \left(x_C - x_B\right) tgmp \end{aligned} \tag{۱۳}$$

$$\psi_C = \frac{A_3}{A_4}, \quad p_C = p_B + \frac{A_1 - B_{mp}\left(\psi_C - \psi_B\right)}{S_{mp}} \tag{۱٤}$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

که در آن:

(۱۵)

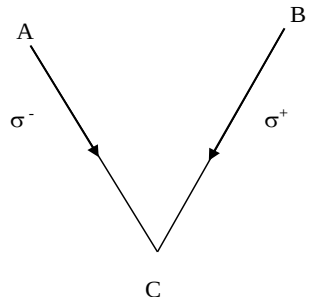
$$tgmp = 0.5\left(\tan\left(\psi_C + \mu_C\right) + \tan\left(\psi_B + \mu_B\right)\right)$$
$$tgmm = 0.5\left(\tan\left(\psi_C - \mu_C\right) + \tan\left(\psi_A - \mu_A\right)\right)$$
$$A_3 = -S_{mm}\left(p_B - p_A + \frac{A_1 + \psi_B B_{mp}}{S_{mp}}\right) - B_{mm}\psi_A - A_2, \quad A_4 = \frac{-S_{mm}B_{mp}}{S_{mp}} - B_{mm}$$
$$A_1 = X\left(S_{mp}\left(x_C - x_B\right) - C_{mp}\left(z_C - z_B\right)\right) + Z\left(C_{mp}\left(x_C - x_B\right) + S_{mp}\left(z_C - z_B\right)\right)$$
$$A_2 = -X\left(S_{mm}\left(x_C - x_A\right) + C_{mm}\left(z_C - z_A\right)\right) + Z\left(C_{mm}\left(x_C - x_A\right) - S_{mm}\left(z_C - z_A\right)\right)$$
$$S_{mp} = 0.5\left(\sin 2\mu_C + \sin 2\mu_B\right), \quad S_{mm} = 0.5\left(\sin 2\mu_C + \sin 2\mu_A\right)$$
$$B_{mp} = 0.5\lambda\left(p_B + p_C\right), \quad B_{mm} = 0.5\lambda\left(p_A + p_C\right)$$
$$C_{mp} = 0.5\left(\cos 2\mu_C + \cos 2\mu_B\right), \quad C_{mm} = 0.5\left(\cos 2\mu_C + \cos 2\mu_A\right)$$

برای محاسبه مشخصات نقطه C، از سعی و خطا استفاده می‌شود، به‌این صورت که در گام اول، مقادیر مجهولات نقطه C روی مشخصه مثبت، برابر با همان مقادیر در نقطه B و روی مشخصه منفی برابر با مقادیر نقطه A فرض می‌شود و مقادیر جدید پارامترها به‌دست می‌آیند. در ادامه با استفاده از مقادیر به‌دست آمده، مقادیر جدید محاسبه می‌شوند و این روند تا جایی ادامه خواهد یافت که اختلاف پارامترهای محاسبه شده در دو مرحله متوالی به‌اندازهٔ کافی کوچک شوند.

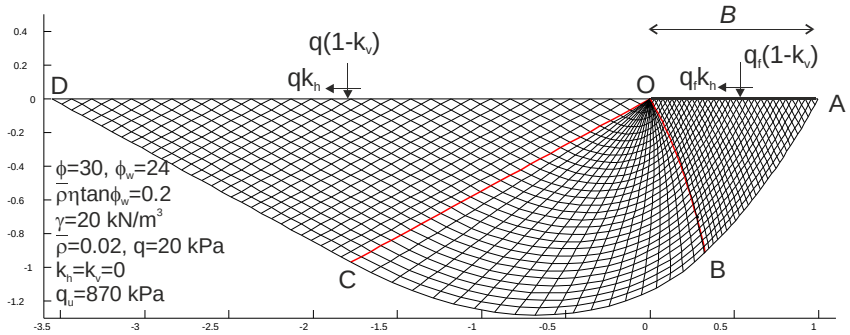
شرایط مرزی

در روش مشخصه‌های تنش، باید شرایط مرزی تنش در مرزها معین شوند. شکل ۳ هندسه مسئله و نمونهٔ شکل حل شده شبکه مشخصه‌های تنش را نشان می‌دهد. ناحیهٔ گسیختگی، ناحیهٔ OABCD است که پس از حل کامل شبکه، به‌دست می‌آید. مرز OA مرز زیر پی است و مرز OD سطح زمین است که می‌تواند با سربار و یا بدون سربار در نظر گرفته شود.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]



شکل ۲. تعیین پارامترهای نقطه C با استفاده از نقاط A وB



شکل ۳ . هندسه مسئله و نمونه شبکه مشخصه‌های تنش

هدف از تعیین شرایط مرزی در مسئله، تعیین پارامترهای (x، z، p و ψ) در مرزهای OD و OA است. وضعیت تنش در مرز OD معلوم است و تنش نرمال σ_0 و تنش برشی τ_0 به این مرز وارد می‌شود:

$$\sigma_0 = q\left(1-k_v\right), \quad \tau_0 = qk_h \tag{۱۶}$$

با تقسیم این مرز به تعداد نقاط مشخص، پارامترهای هندسی آن نیز معلوم می‌شود. با رسم دایرهٔ موهر تنش در این مرز، می‌توان مقادیر p_0 و ψ_0 را در این مرز مشخص کرد [۸]، [۱۰]:

$$\begin{aligned} &\text{if} \quad q=0: \quad \psi_0 = 0, \quad p_0 = 0 \\ &\text{else} \\ &\psi_0 = 0.5\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin(\delta)}{\lambda}\right)-\delta\right) \\ &p_0 = \frac{\sigma_0 + \sqrt{\lambda^2\left(\sigma_0{}^2+\tau_0{}^2\right)-\tau_0{}^2}}{1-\lambda^2} \end{aligned} \tag{۱۷}$$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

که در آن

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{k_h}{1-k_v}\right) \tag{۱۸}$$

در مرز زیر پی (مرز OA)، نیز می‌توان مقادیر ψ_f و تنش نرمال q_f را به‌صورت معادلهٔ (۱۹) به‌دست آورد:

$$\begin{aligned} \psi_f &= 0.5\left(\pi - \delta - \sin^{-1}\left(\frac{\sin\delta}{\lambda}\right)\right) \\ q_f &= p_f\,\frac{1-\lambda\cos 2\psi_f}{1-k_v} \end{aligned} \tag{۱۹}$$

روند تحلیل

روند کلی در این مقاله، شبیه روش مرسوم مشخصه‌های تنش است. شبکه گسیختگی را می‌توان به سه ناحیه تقسیم‌بندی کرد (شکل ۳). OCD ناحیهٔ غیرفعال، OBC ناحیهٔ رابط گورسات و OAB ناحیهٔ فعال است. حل مسئله از مرز با تنش معلوم یعنی از OD آغاز می‌شود. در این مرز مقادیر مشخصات شبکه (x، z، p و ψ) معلوم است و بنابراین می‌توان شبکه را حل کرد. نقطهٔ O نقطه‌ای تکینگی است چون وضعیت تنش در اطراف آن یک‌سان نیست. در این نقطه x=z=0، بنابراین از معادلهٔ (۱۲) می‌توان نوشت:

$$-\tan 2\mu dp + 2pd\psi = 0 \quad \text{at point O } (dx = dz = 0) \tag{۲۰}$$

حل این معادله بدین‌صورت است:

$$p = p_0 \exp\left(2\left(\psi - \psi_0\right)\cot 2\mu\right) \tag{۲۱}$$

برای حل ناحیهٔ گورسات، ابتدا باید نقطه O حل شود. با داشتن مقادیر ψ_0 و ψ_f و با تقسیم ناحیهٔ گورسات به تعداد تقسیم‌های مشخص با استفاده از معادلهٔ (۲۱) مقادیر p بدون نیاز به سعی و خطا در نزدیکی نقطهٔ O محاسبه می‌شود. در حقیقت معادلهٔ (۲۰) از چپ به راست نقطهٔ O، در نقاط تقسیم که مقدار ψ آن‌ها مشخص است، انتگرال‌گیری می‌شود. بدین‌ترتیب شرایط برای حل ناحیهٔ گورسات مهیاست.

با داشتن مقادیر شبکه در نقطهٔ O و نیز روی خط OC، ناحیهٔ گورسات قابل حل است. روی خط OA که ناحیهٔ زیر پی است، مقادیر z و ψ معلوم است و مجهول‌ها شامل مقادیر x

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

و p نقاط است. ناحیهٔ OAB نیز با داشتن اطلاعات خط OB قابل حل است. برای خطوط شبکه که به خط OA برخورد می‌کنند، معادله (۱۲) موجود است و بنابراین مقادیر مجهولات x و p با نوشتن معادله (۱۲) به فرم تفاضل محدود، قابل محاسبه است. به‌این ترتیب توزیع تنش زیر پی مشخص می‌شود. طول OA تابع فرض اولیه‌ای است که برای طول OD در نظر گرفته شده است. بنابراین اگر عرض پی مشخص باشد، باید با استفاده از روش سعی و خطا، فرض اولیه مناسبی برای طول OD یافت.

نتایج

با استفاده از مطالب بیان شده در بخش قبل، برای حل مسئله، برنامه‌ای تهیه شد. با دادن ورودی‌های هندسی و نیز مشخصات خاک و مسلح کننده، برنامه قادر است شبکه مشخصه‌ها را حل کرده و توزیع تنش زیر پی را به‌دست آورد. ظرفیت باربری میانگین توزیع تنش زیر پی است.

ظرفیت باربری پی‌های نواری روی خاک‌های دانه‌ای مسلح شده با فیبر را می‌توان شبیه خاک‌های غیرمسلح به‌صورت رابطهٔ (۲۱) نوشت:

$$q_u = 0.5\gamma B N_\gamma + q N_q \qquad (۲۲)$$

که در آن B عرض پی و q سربار است (شکل ۳). N_γ و N_q به‌ترتیب ضرایب ظرفیت باربری ناشی از وزن واحد خاک و سربار هستند. برای محاسبهٔ این ضرایب می‌توان از اصل جمع آثار قوا[1] استفاده کرد. برای محاسبهٔ N_q ، وزن خاک صفر فرض می‌شود. اما برای محاسبهٔ N_γ نمی‌توان سربار q را صفر فرض کرد، چون در این صورت نقطه تکینگی قابل حل نیست. بنابراین در این مقاله برای محاسبهٔ N_γ مقدار بسیارکمی برای q در نظر گرفته شده است. هرچند میزان خطای این کار، بسیار کم است اما در این مقاله برای از بین بردن این خطا، از معادلهٔ (۲۲) برای کم کردن سهم سربار در نظر گرفته شده، استفاده شده است:

$$N_\gamma = N_\gamma' - \frac{2qN_q}{\gamma B} \qquad (۲۳)$$

که در آن N'_γ ضریب ظرفیت باربری است که با مقدار q فرض شده، به‌دست آمده است.

1. superposition

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

اگر وزن واحد خاک صفر باشد، توزیع بار زیر پی یک‌نواخت است و می‌توان حل بسته‌ای برای ضریب ظرفیت باربری N_q ارائه داد. با استفاده از معادلات (۱۷)، (۱۹)، (۲۱)، پس از انجام عملیات جبری، می‌توان به‌صورت رابطهٔ (۲٤) حل کرد:

$$N_q = \left(1-\lambda\cos 2\psi_f\right)\frac{1+\sqrt{\lambda^2\left(1+\tan^2\delta\right)-\tan^2\delta}}{1-\lambda^2}\exp\left(\frac{2\lambda\left(\psi_f-\psi_0\right)}{\sqrt{1-\lambda^2}}\right) \qquad (۲٤)$$

با استفاده از معادله (۲٤)، بدون نیاز به سعی و خطا می‌توان ضریب ظرفیت باربری N_q را به‌صورت دستی یا با استفاده از اکسل محاسبه کرد. برای خاک غیرمسلح ($\bar{\rho}\eta\tan\phi_w = 0$)، رابطهٔ (۲٤) پس از انجام عملیات جبری به‌صورت رابطه (۲۵) تبدیل می‌شود:

$$N_q = \frac{\cos^2\delta+\sin\left(\phi+\delta\right)\sin\left(\phi-\delta\right)+2\cos\delta\sqrt{\sin\left(\phi+\delta\right)\sin\left(\phi-\delta\right)}}{\cos^2\phi}\times \exp\left(\left(\pi-2\arcsin\left(\frac{\sin\delta}{\sin\phi}\right)\right)\tan\phi\right) \qquad (۲۵)$$

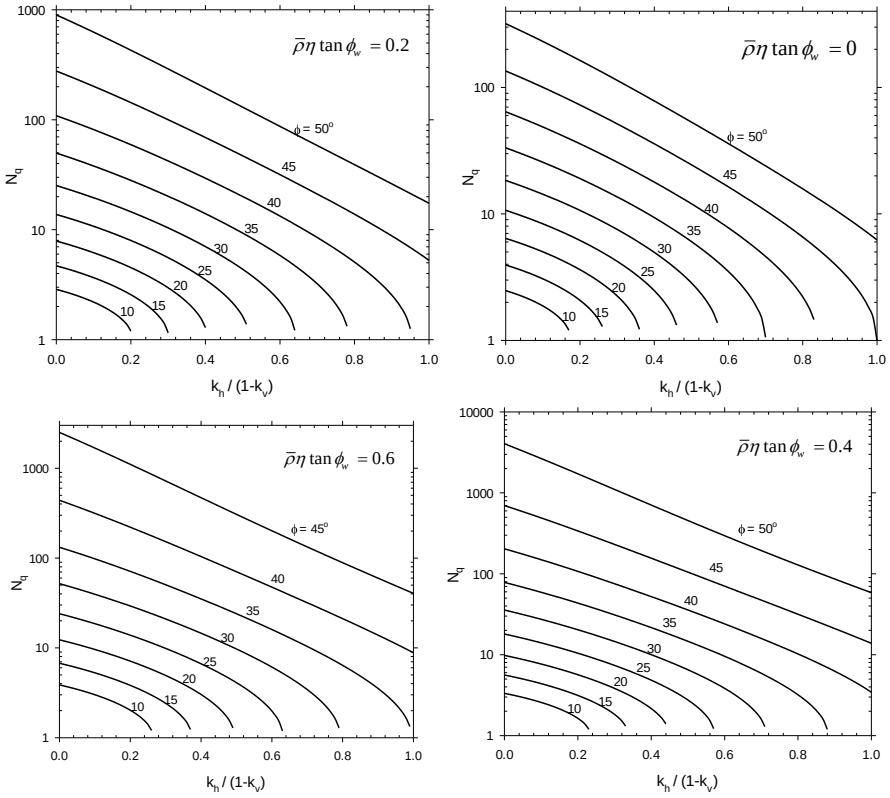
فرم‌های دیگری از رابطهٔ (۲۵) در [۳] و [٤] ارائه شده است که دقیقاً جواب‌های یک‌سانی می‌دهند.

میخالفسکی [۱۳] با استفاده از معیار استفاده شده در این مقاله، و روش تحلیل حدی (حد بالا)، ضریب ظرفیت باربری استاتیکی N_γ را محاسبه کرد. جدول ۱ نتایج به‌دست آمده از این مقاله را در مقایسه با کار ایشان نشان می‌دهد. چنان‌که دیده می‌شود، نتایج ضریب N_γ به‌دست آمده از این مقاله، کم‌تر است و درصد اختلاف حداکثر ۲۸ درصد است و با افزایش زاویهٔ اصطکاک خاک، اختلاف دو روش کم‌تر می‌شود. برای خاک غیرمسلح ($\bar{\rho}=0$) نیز نتایج با هم مختلفند. بدیهی است که روش مشخصه‌های تنش نسبت به‌روش حد بالا، ضرایب ظرفیت باربری کم‌تری را ارائه می‌دهد.

شکل ٤ ضریب ظرفیت باربری N_q را به‌ازای مقادیر $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$ مختلف (۰، ۰,۲، ۰,٤ و ۰,٦) نشان می‌دهد. هر چند با استفاده از معادلهٔ (۲٤) می‌توان ضریب N_q را محاسبه کرد، اما برای دسترسی بیش‌تر و آسان‌تر کردن استفاده، این نمودارها ترسیم شده‌اند. هر شکل برای یک

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

مقدار مشخص $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$ رسم شده است. محور افقی $k_h/(1-k_v)$ است و اثرهای توأم ضرایب شبه‌استاتیکی افقی و عمودی را می‌توان در نظر گرفت. در حالتی‌که $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w = 0$، ضرایب ارائه شده، همان ضرایب N_q برای خاک غیرمسلح است. در هر شکل، نمودارهایی به‌ازای مقادیر زاویهٔ اصطکاک مختلف ترسیم شده است. بدیهی است که ضریب ظرفیت باربری N_q، با کاهش زاویهٔ اصطکاک خاک و افزایش $k_h/(1-k_v)$ کاهش می‌یابد. هم‌چنین با افزایش $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$، ضریب N_q افزایش می‌یابد یا به‌عبارتی با افزایش هر یک از پارامترهای تمرکز فیبرها، نسبت ظاهری و زاویهٔ اصطکاک بین فیبر و خاک، ضریب N_q افزایش می‌یابد. لازم به ذکر است که رابطهٔ $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$ رابطه‌ای بدون بعد است. بدین معنا که اگر پارامترهای $\bar{\rho}$، η یا ϕ_w تغییر یابند اما ترکیب $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$ ثابت باقی بماند، ظرفیت باربری تغییری نمی‌کند.



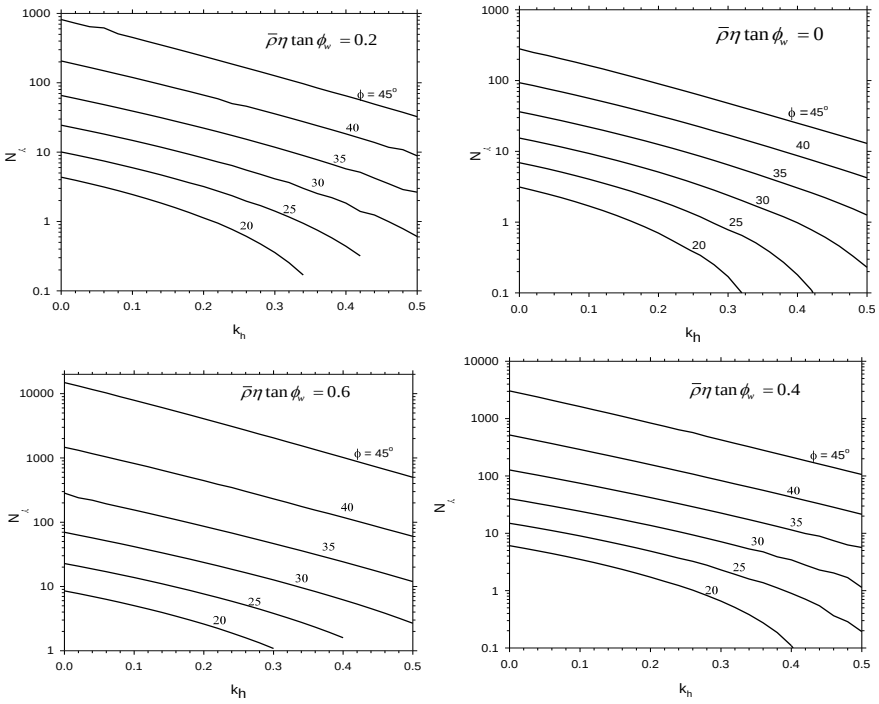
شکل ٤. ضریب ظرفیت باربری N_q به‌ازای مقادیر مختلف $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

جدول ۱. مقایسهٔ نتایج ضریب ظرفیت باربری N_γ در مقایسه با میخالفسکی [۱۳]

ϕ	$\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$	N_γ (میخالفسکی [۱۳])	N_γ (این مقاله)	درصد اختلاف
۳۰	۰	۲۱/۳۹٤	۱۵/٤٤٦	۲۸
	۰/۲	۳۳/۲۳۹	۲٤/٤۷٦	۲٦
	۰/٤	۵۳/۳۰۱	٤۰/۳	۲٤
۳۵	۰	٤۸/٦۸۱	۳٦/۵۷	۲٤
	۰/۲	۸٤/۳۰۵	٦۵/٦۸۵	۲۲
	۰/٤	۱۵۵/۵۵۹	۱۲۷/۵۱٦	۱۸
٤۰	۰	۱۱۸/۸۲٦	۹۵/۱٤۹	۱۹
	۰/۲	۲٤۱/۸۹۳	۲۰۷/۲۰۸	۱٤
	۰/٤	۵٦۱/٤۳٦	۵۲۱/۷۸	۷

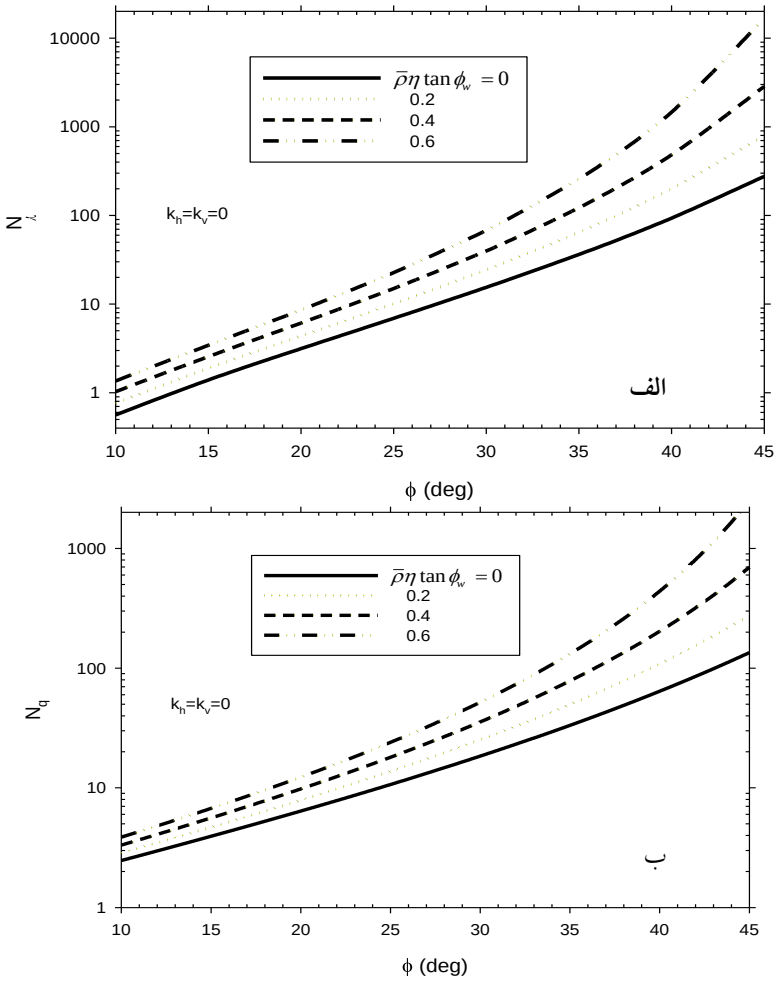
ضریب ظرفیت باربری N_γ به‌ازای مقادیر مختلف $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$ نیز در شکل ۵ نشان داده شده است. با استفاده از نمودارهای رسم شده می‌توان این ضریب را با داشتن پارامترهای ورودی به آسانی به‌دست آورد. روند تغییرات ضریب N_γ با تغییرات پارامترها، شبیه تغییرات ضریب N_q است.



شکل ۵. ضریب ظرفیت باربری N_γ به‌ازای مقادیر مختلف $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

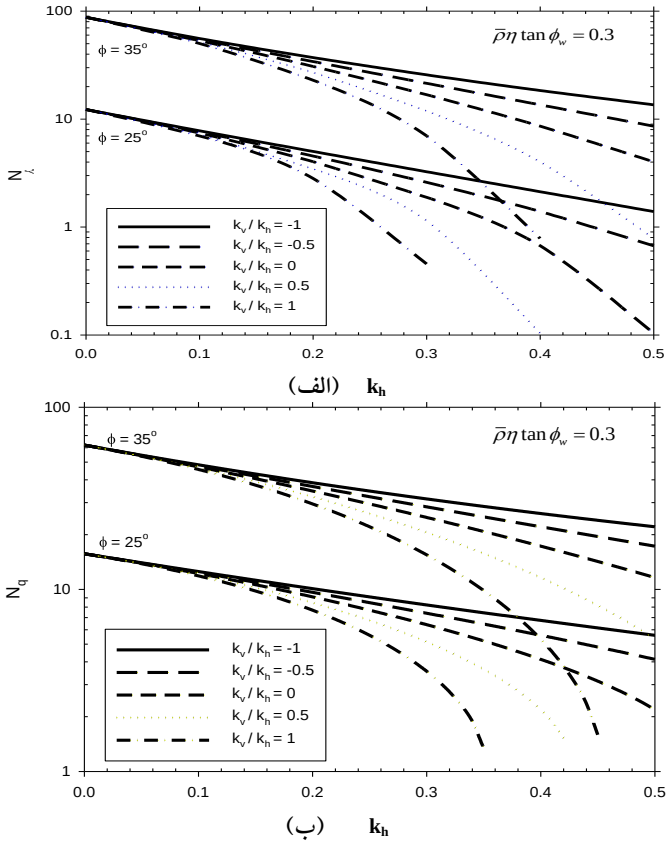
برای بررسی تأثیر $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$، روی ضرایب ظرفیت باربری استاتیکی، شکل ٦ تهیه شده است. شکل ٦ الف ضریب N_γ و شکل ٦ ب ضریب N_q را نشان می‌دهند. در این شکل‌ها، محور افقی زاویهٔ اصطکاک خاک است و در هر شکل به‌ازای مقادیر مختلف $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$، تغییرات ضرایب ظرفیت باربری نشان داده شده است. چنان‌که دیده می‌شود، به‌ازای مقادیر بزرگ‌تر زاویهٔ اصطکاک خاک، میزان تغییرات ضرایب ظرفیت باربری با تغییرات $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$، بیش‌تر می‌شود.



شکل ٦. تغییرات ضرایب ظرفیت باربری با تغییرات ϕ و $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$ الف) N_γ و ب) N_q

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

تأثیر ضریب شبه‌استاتیکی عمودی (k_v) روی ضرایب ظرفیت باربری، در شکل ۷ نشان داده شده است. محور افقی در این شکل‌ها ضریب شبه استاتیکی افقی است و هر شکل به‌ازای دو زاویهٔ اصطکاک خاک مختلف ۲۵ و ۳۵ درجه ترسیم شده است. ضریب شبه‌استاتیکی عمودی می‌تواند منفی (رو به‌پایین) یا مثبت (رو به‌بالا) باشد. بنابراین برای نشان دادن اثر ضریب لرزه‌ای عمودی، مقادیر ضرایب ظرفیت باربری به‌ازای مقادیر مختلف k_v/k_h از ۱- تا ۱ نشان داده شده است. دیده می‌شود که به‌ازای k_h ثابت، با افزایش ضریب k_h از ۱- تا ۱، ضرایب ظرفیت باربری کاهش می‌یابند. این کاهش برای ضرایب k_h بزرگ‌تر، بیش‌تر است.

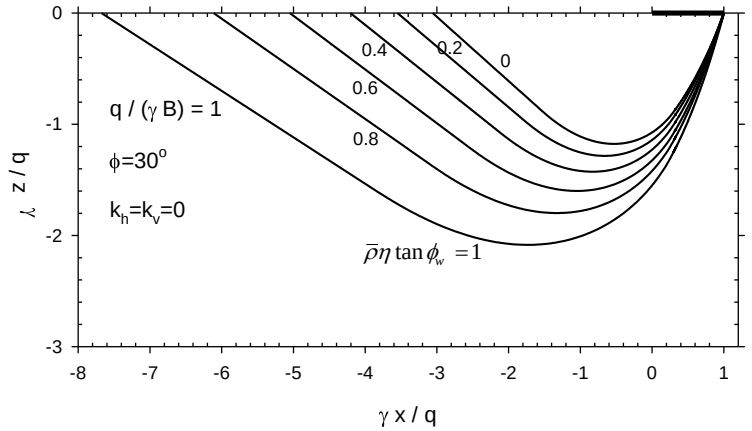


شکل ۷. تأثیر ضریب شبه استاتیکی عمودی روی ضرایب ظرفیت باربری الف) N_γ و ب) N_q

چنان‌که ذکر شد، در روش مشخصه‌های تنش، به فرض اولیهٔ سطح گسیختگی نیازی نیست و ناحیهٔ گسیختگی پس از حل مسئله به‌دست می‌آید. شکل ۸ تغییرات ناحیهٔ گسیختگی را

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

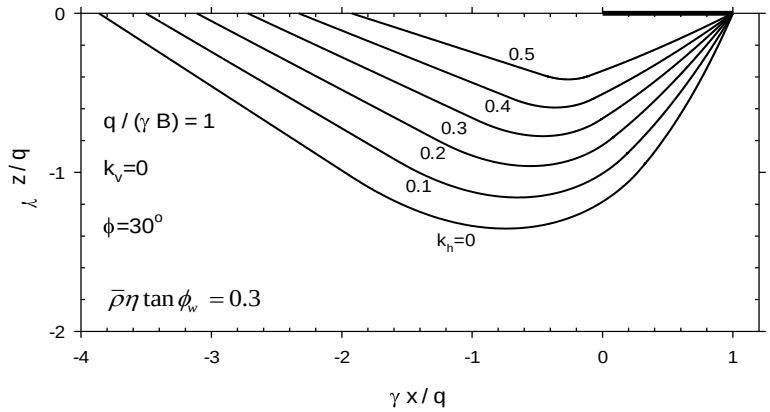
به‌ازای تغییرات $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$ نشان می‌دهد. این شکل برای حالت استاتیکی و با فرض q/(γB)=1 و زاویهٔ اصطکاک خاک ۳۰ درجه ترسیم شده است. محور افقی و عمودی به‌ترتیب پارامترهای بی‌بعد γ x/q و γ z/q را نشان می‌دهند. چنان‌که دیده می‌شود، با ثابت نگه‌داشتن سایر پارامترها، افزایش $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$ منجر به عمیق‌تر شدن و نیز افزایش مساحت ناحیهٔ گسیختگی می‌شود و این روند افزایش، خطی نیست.



شکل ۸. تغییرات ناحیهٔ گسیختگی با افزایش پارامتر $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$

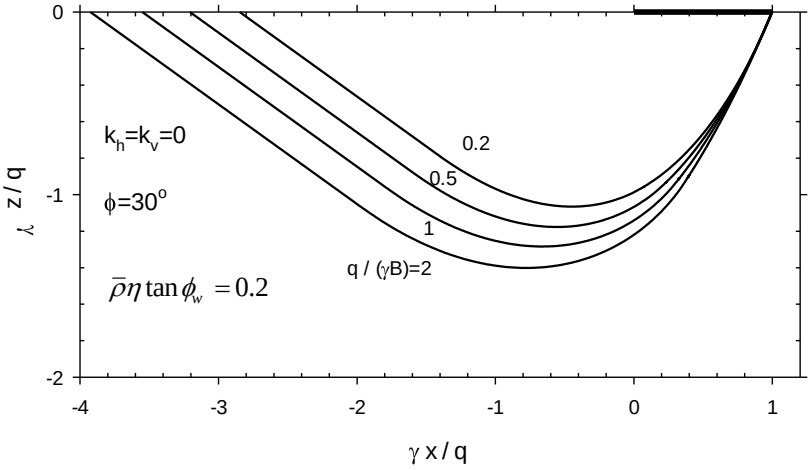
برای بررسی تغییرات ناحیهٔ گسیختگی با افزایش ضریب زلزله افقی، شکل ۹ تهیه شد. برای رسم این شکل فرض شده است که $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w = 0.3$، q / (γB)=1، k_v=0 و ϕ=30. از نظر تئوری، با افزایش ضریب شبه‌استاتیکی، فشار فعال افزایش یافته و فشار غیرفعال کاهش می‌یابد و در نتیجه سطح گسیختگی نسبت به‌حالت استاتیکی، کوچک‌تر و کم‌عمق‌تر می‌شود [۱۷]. در شکل ۹ نیز به‌وضوح دیده می‌شود که با افزایش ضریب شبه‌استاتیکی افقی، سطح گسیختگی کم‌عمق‌تر شده و به‌سمت زیر پی حرکت می‌کند. این موضوع، در ظرفیت باربری پی روی خاک‌های مسلح شده با مسلح کننده‌های نواری [۱۰]، ظرفیت باربری پی‌های نواری روی خاک‌های غیرمسلح [۱۸]، [۱۹]، [۲۰] و توده سنگ [۲۱] نیز دیده شده است.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]



شکل ۹. تغییرات ناحیهٔ گسیختگی با افزایش ضریب k_h

پارامتر دیگری که در عمق ناحیهٔ گسیختگی مؤثر است، سربار q است. برای بررسی تأثیر سربار و یا وزن واحد خاک، شکل ۱۰ رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد که افزایش نسبت بدون بعد q / (γB)، باعث عمیق‌تر شدن ناحیه گسیختگی می‌شود. در حقیقت با افزایش سربار یا کاهش وزن واحد خاک، عمق ناحیهٔ گسیختگی، افزایش می‌یابد.



شکل ۱۰. تغییرات ناحیهٔ گسیختگی با افزایش نسبت q / (γB)

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

نتیجه‌گیری

در این مقاله، با استفاده از روش مشخصه‌های تنش، ظرفیت باربری پی‌های نواری قرار گرفته بر خاک‌های دانه‌ای مسلح‌شده با فیبر ارزیابی شده است. از معیار گسیختگی میخالفسکی [۱۳] در حالت توزیع ایزوتروپ فیبرها، استفاده شده است. معادلات تعادل در راستای مشخصه‌های تنش با استفاده از روش تفاضل محدود حل شده‌اند. برای در نظر گرفتن اثرهای زلزله، از ضرایب شبه استاتیکی افقی و عمودی استفاده شد. برای انجام تحلیل، برنامه‌ای در محیط Matlab تهیه شد که با استفاده از آن با ورود اطلاعات مسئله، معادلات مشخصه‌ها حل شده و شبکه گسیختگی ترسیم می‌شود. هم‌چنین برنامه قادر است توزیع تنش زیر پی و با انجام میانگین‌گیری، ظرفیت باربری را به‌دست دهد.

ظرفیت باربری پی‌های نواری روی خاک ماسه‌ای مسلح شده با فیبر، به‌صورت ضرایب ظرفیت باربری ناشی از وزن خاک $N\gamma$ و سربار N_q بیان شد. برای N_q یک حل بسته نیز ارائه شد که این ضریب را در حالت استاتیکی یا لرزه‌ای به‌دست می‌دهد. این ضرایب به‌صورت نمودارهایی برای استفاده‌های کاربردی ارائه شد. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش جمله بی‌بعد $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$، کاهش ضرایب شبه‌استاتیکی و افزایش زاویهٔ اصطکاک خاک، هر دو ضریب ظرفیت باربری افزایش می‌یابند. ناحیهٔ گسیختگی زیرپی، با افزایش $\bar{\rho}\eta\tan\phi_w$، کاهش ضرایب شبه استاتیکی لرزه‌ای و افزایش سربار، عمیق‌تر می‌شود.

منابع

1. Sokolovski V.V., Jones D., Schofield A.N., "Statics of soil media", Butterwooths Scientific (1960).
2. Kumar J., Mohan, R., "Seismic bearing capacity of foundations on slopes", Geotechnique, 53 (3) (2003) 347-361.
3. Kumar J., Rao V. M., "Seismic bearing capacity factors for spread foundations", Geotechnique, 52 (2) (2002) 79-88.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

٤. کشاورز ا. جهان‌اندیش م.، *محاسبه ضرایب ظرفیت باربری لرزه‌ای پی‌های نواری با روش مشخصه‌های تنش*، پژوهش‌نامه زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله ۱۵ (۱) (۱۳۹۱) ۱۱–۲۰.

5. Kumar J., Chitikela S., "Seismic passive earth pressure coefficients using the method of characteristics", Canadian Geotechnical Journal, 39 (2) (2002) 463-471.

6. Peng M.X., Chen J., "Slip-line solution to active earth pressure on retaining walls", Geotechnique, 63 (12) (2013) 1008-1019.

7. Reece A., Hettiaratchi D., "A slip-line method for estimating passive earth pressure", Journal of Agricultural Engineering Research, 42 (1) (1989) 27-41.

۸. کشاورز ا.، *آنالیز پایداری لرزه‌ای سازه‌های خاکی مسلح با روش مشخصه‌ها*، پایان نامه دکتری، بخش مهندسی راه، ساختمان و محیط زیست، دانشگاه شیراز (۱۳۸۵).

8. Jahanandish M., Keshavarz A., "Seismic bearing capacity of foundations on reinforced soil slopes", Geotextiles and Geomembranes, 23 (1) (2005) 1-25.

9. Keshavarz A., Jahanandish M., Ghahramani A., "Seismic bearing capacity analysis of reinforced soils by the method of stress characteristics", Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering, 35 (2011) 185-197.

11. Michalowski R.L., Zhao A., "Failure of fiber-reinforced granular soils", Journal of Geotechnical Engineering, 122 (3) (1996) 226-234.

12. Michalowski R.L., Cermák J., "Triaxial compression of sand reinforced with fibers", Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering, 129 (2) (2003) 125-136.

13. Michalowski R.L., "Limit analysis with anisotropic fibre-reinforced soil", Geotechnique, 58 (6) (2008) 489-502.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]

۱٤. کشاورز ا.، نعمتی م.، *ظرفیت باربری پی‌های نواری روی خاک‌های مسلح شده با فیبر به‌روش مشخصه‌های تنش اولین کنفرانس ملی ژئوتکنیک ایران*، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل (۱۳۹۲).

15. Maher M.H., Gray D.H., "Static response of sands reinforced with randomly distributed fibers", Journal of Geotechnical Engineering, 116 (11) (1990) 1661-1677.

16. Booker J.R., Davis E.H. "A general treatment of plastic anisotropy under conditions of plane strain", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 20 (4) (1972) 239-250.

17. Maugeri M., Musumeci G., Novità D., Taylor C., "Shaking table test of failure of a shallow foundation subjected to an eccentric load", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 20 (5) (2000) 435-444.

18. Choudhury D., Rao K.S.S., "Seismic bearing capacity of shallow strip footings", Geotechnical and Geological Engineering, 23 (4) (2005) 403-418.

19. Soubra A.H., "Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 125 (1) (1999) 59-68.

20. Yang X.L., Sui Z.R., "Seismic failure mechanisms for loaded slopes with associated and nonassociated flow rules", Journal of Central South University of Technology, 15 (2008) 276-279.

21. Yang X.L., "Seismic bearing capacity of a strip footing on rock slopes", Canadian Geotechnical Journal, 46 (8) (2009) 943-954.

[Downloaded from isharat.khu.ac.ir on 2026-10-29]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1395.10.3.5.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.10.3.3667]