



نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی دانش‌آموزان در

کلاس درس‌های مدرسه‌ای با تاکید بر جبر^۱

Mathematics Teachers' Opinions on the Causes of Educational Mistakes of Student in School Classrooms with an Emphasis on Algebra

N.Faramarzipur, M. Fadaei (Ph.D)

Abstract: Algebraic mistakes are one of the obstacles to learning various mathematical topics and progressing in higher education. Identifying the root causes of these errors is crucial to improving the educational system. Hence, the present article aims to examine the perspective of mathematics teachers regarding students' educational mistakes in algebra. This research is a qualitative study that includes eight middle school math teachers that were selected through purposive sampling techniques. Semi-structured interviews were carried out to collect data, and the data were then analyzed using the coding method as well as the similar content Categorization Method. According to the findings of this research, there are three common causes of errors in Algebra: "knowledge acquisition process", "personal characteristics of student" and "teaching elements".

Keywords: algebra, mistakes, semi-structured interview, teachers.

نوشین فرامرزپور^۲، دکتر محمدرضا فدایی^۳

چکیده: اشتباهات جبری یکی از موانع موجود در مسیر یادگیری مباحث مختلف ریاضی و پیشرفت در دوره‌های تحصیلی بالاتر می‌باشند. آگاهی از دلایل ایجاد این اشتباهات در بهبود نظام آموزشی نقش مهمی دارد. از اینرو پژوهش حاضر با هدف بررسی نظرات معلمان ریاضی در مورد اشتباهات آموزشی دانش‌آموزان در جبر انجام شده است. این پژوهش از نوع پژوهش‌های کیفی است که نمونه آن شامل ۸ نفر از معلمان ریاضی دوره اول متوسطه می‌باشد که با بهره‌گیری از روش نمونه‌گیری هدفمند انتخاب شدند. جهت جمع‌آوری داده‌ها از مصاحبه نیم‌ساختار یافته کمک گرفته شده است. داده‌ها با بهره‌گیری از روش کدگذاری و دسته‌بندی مطالب مشابه تحلیل شدند. یافته‌های این پژوهش نشان دادند که سه مقوله «فرآیند کسب و بکارگیری دانش»، «ویژگی‌های فردی دانش‌آموز» و «عناصر تدریس» دلایل عمومی و اختصاصی ایجاد اشتباهات دانش‌آموزان در جبر از دیدگاه معلمان هستند.

واژگان کلیدی: اشتباهات، جبر، مصاحبه نیم‌ساختاریافته، معلمان.

۱. مقاله حاضر از نوع پژوهشی است. تاریخ دریافت ۱۴۰۰/۰۲/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۲۱

۲. دانشجوی دکتری ریاضی - زمینه آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران
رایانامه: nooshin.faramarzipoor@yahoo.com

۳. دانشیار گروه آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران (نویسنده مسئول)
رایانامه: mr_fadaei@mail.uk.ac.ir

مقدمه

یکی از مهمترین اهداف آموزش ریاضی در رابطه با ریاضیات مدرسه‌ای، یادگیری جبر توسط دانش‌آموزان است. روند آشنایی دانش‌آموزان با مباحث جبری در مدارس اینگونه است که در پایه ششم عبارت‌های عددی را یاد می‌گیرند، با متغیرها و ساده کردن عبارت‌های جبری در پایه هفتم و با عبارت‌های هم‌ارز در پایه هشتم آشنا می‌شوند. جبر مهارت‌های تفکر تحلیلی و قدرت استدلال و اثبات یادگیرندگان را افزایش می‌دهد. یادگیری مفاهیم اساسی جبر مهم است چرا که فهمیدن ریاضیات دبیرستان به یادگیری آن مفاهیم نیاز دارد (رونا^۱، ۲۰۱۰؛ نقل شده در گریث و آکیوز^۲، ۲۰۱۶). از طرفی با وجود مهم بودن مبحث جبر، چون جبر مبحثی انتزاعی است و پیدا کردن نمونه‌های شهودی و مجسم از مفاهیم انتزاعی دشوار و شاید گاهی غیرممکن باشد، دانش‌آموزان در فراگیری آن دچار مشکل می‌شوند و به آن به عنوان یک مانع برای رفتن به سطوح تحصیلی بالاتر نگاه می‌کنند (کی‌آ و کنات^۳، ۲۰۱۱).

توجهات اخیر به جبر در برنامه درسی و آموزش ریاضی نتیجه‌ای از نگرانی‌های روبه افزایش در مورد عدم یادگیری جبر توسط دانش‌آموزان و نقش آن در بیزاری از ریاضیات است. اما با وجود این توجهات، مطالعات و گزارش‌های محققان نشان داده‌اند که اکثر دانش‌آموزان در حل مسائل جبری دچار اشتباه می‌شوند (آیدهن و اوموایفو^۴، ۲۰۱۶). منظور از اشتباه خطاها و بدفهمی‌هایی است که در هنگام حل مسائل جبری توسط دانش‌آموزان رخ می‌دهند. به طور کلی خطا و بدفهمی عبارتند از:

بدفهمی: به اخلال ادراکی دانش‌آموزان در درک مفاهیم کلیدی جبر برمی‌گردد. بدفهمی با فهم و دانش ادراکی مرتبط است. دانش ادراکی سبب می‌شود دانش‌آموزان بین

^۱ . Ronau

^۲ . Girit & Akyuz

^۳ . Cai & Knuth

^۴ . Idehen & Omoifo

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور
دانسته‌های خود ارتباط بسازند، توجیه و بازبینی کنند و به صورت ریاضی دلیل بیاورند
(کاپرaro و جوفرین^۱، ۲۰۰۶).

خطا: یک اخلال رویه‌ای است که به طور منظم در انجام مهارت‌های جبری رخ می‌دهد. خطا اغلب با توانایی دانش‌آموز برای به یاد آوردن یک مهارت یا دانش رویه‌ای مرتبط می‌شود؛ دانش‌آموزان باید از مهارت‌های رویه‌ای برخوردار باشند تا بتوانند مسیر حل را به صورت واضح و دقیق طی کنند (بوش^۲، ۲۰۱۱).

امروزه اکثر آموزشگران ریاضی در مورد شکست دانش‌آموزان در یادگیری جبر، از این ایده حمایت می‌کنند که یکی از دلایل موفق نبودن دانش‌آموزان، بدفهمی‌ها و خطاهایی است که دانش‌آموزان در پاسخ‌های خود نشان می‌دهند (فنل^۳، ۲۰۱۰). دانش‌آموزان زمانیکه از حساب به جبر گذر می‌کنند دچار خطاها و بدفهمی‌های زیادی می‌شوند، و این اشتباهات می‌تواند مانع یادگیری و موفقیت آنها در جبر گردد (بوث^۴ و همکاران، ۲۰۱۴). متأسفانه علی‌رغم تلاش‌های زیاد معلمان، هنوز هم دانش‌آموزان در حل مسائل جبری دچار اشتباهاتی هستند و در جبر پیشرفتی ندارند. نویسنده اول مقاله حاضر هم در کلاس‌های درس خود بارها شاهد عملکرد ضعیف دانش‌آموزان در مبحث جبر بوده است و معتقد است که این مسئله دغدغه بسیاری از معلمان می‌باشد. با توجه به گفته بنت^۵ (۲۰۱۵) مبنی بر اینکه «کشف و تحلیل اشتباهات با آنچه که دانش‌آموزان در مورد جبر می‌دانند و می‌فهمند، در ارتباط است»، این سوال پیش می‌آید که آیا ممکن است بتوانیم اشتباهات جبری را کاهش بدهیم یا محو کنیم؟

اشتباهات و خطاهای مفهومی سهوی نیستند، بلکه ناشی از فهم نادرست یا ناقص دانش‌آموزان می‌باشند. شاید یکی از مهمترین دلایل رخ دادن این اشتباهات جبری این است که معلمان ریاضی به منشا این اشتباهات توجهی ندارند (گولر و سلیک^۶، ۲۰۱۶).

1. Capraro & Joffrion

2. Bush

3. Fennell

4. Booth

5. Bennett

6. Guler & Celic

با توجه به اینکه معلم برای دانش‌آموزان در کلاس درس یک نقش حیاتی را ایفا می‌کند، وی باید فهم عمیق و صحیحی از ریاضیاتی که انتظار دارد دانش‌آموزان یاد بگیرند، داشته باشد، یعنی اشتباهاتی که دانش‌آموزان ممکن است مرتکب شوند را از قبل بداند. بنابراین ضروری است که معلمان قادر باشند تا اشتباهات را تشخیص دهند، در واقع یک هدف مهم برای معلمان این است که به دانش‌آموزان کمک کنند تا رویه‌ها و مفاهیم ریاضی را درک کنند. اما متأسفانه بعضی از معلمان مانند دانش‌آموزان برخی از این اشتباهات را دارند و فاقد دانش کافی در مورد جبر و منشا اشتباهات موجود در آن هستند. پس شاید پیدا کردن دلایل ایجاد این اشتباهات و آگاه کردن معلمان از آن‌ها بتواند به دانش‌آموزان کمک کند که بر اشتباهاتشان چیره شوند، زیرا دانش در مورد منشا اشتباهات می‌تواند در انتخاب تکنیک‌های آموزشی موثرتر برای به چالش کشیدن بدفهمی‌ها و خطاهای ویژه مفید واقع شود (چو^۱، ۲۰۱۱). متأسفانه در ایران، در حالیکه در نظام آموزشی نیاز به مطالعات علمی در مورد دانش، فهم و اشتباهات دانش‌آموزان در جبر به شدت احساس می‌شود؛ مطالعات اندکی در مورد خطاها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مورد مفاهیم جبری وجود دارد. پرداختن به عوامل شکل‌گیری، ریشه‌یابی و آگاهی از اشتباهات می‌تواند به معلمان کمک کند تا در جهت یادگیری موثرتر دانش‌آموزان در کلاس درس و عرصه علم و دانش گام بلندی بردارند (دلفکار، ۱۳۹۴). تشخیص دلایل ایجاد این اشتباهات کمک خواهد کرد که بفهمیم چه روشی، کی و کجا در یادگیری دانش‌آموزان بیشترین تاثیر را دارد. به طور کلی بررسی، تحلیل و ریشه‌یابی اشتباهات دانش‌آموزان در مباحث ریاضی به منظور یافتن چرایی ایجاد و رفع خطاها و بدفهمی‌ها ضروری است (خادمی، ۱۳۹۴). از اینرو با توجه به مطالب بیان شده در بالا مقاله حاضر روی سوال زیر متمرکز شده است تا با پیدا کردن پاسخی برای آن بتواند گامی در جهت بهبود نظام آموزشی در زمینه جبر بردارد:

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی دانش‌آموزان در کلاس درس با تاکید بر جبر چیست؟

پیشینه

مطالعات تحقیقاتی و نیز تجربه‌های تدریس نشان داده‌اند که دانش‌آموزان در انجام تکالیف جبری دچار اشتباهات متفاوتی می‌شوند (مولینا^۱ و همکاران، ۲۰۰۹؛ مولیس^۲ و همکاران، ۲۰۱۲). اشتباهات جبری یکی از علت‌های عدم یادگیری و درک عمیق درس جبر در بین دانش‌آموزان است. چنین اشتباهاتی موفقیت دانش‌آموزان در حل مسائل را متاثر می‌کند و مانع یادگیری آنها می‌شوند (بوث و کودینگر^۳، ۲۰۰۸).

چندین گزارش در مورد دلایل ایجاد خطاها و اشتباهات جبری توسط دانش‌آموزان وجود دارد، از جمله کلمنت^۴ (۱۹۸۲)، استیسی و مک گرگور^۵ (۲۰۰۰)، کلمنت و همکاران (۱۹۸۱) و سیمس کنایت و کاپوت^۶ (۱۹۸۳). مطابق با استیسی و مک گرگور (۲۰۰۰) ممکن است عوامل زیر سبب ایجاد اشتباه در مسائل جبری شوند:

۱. استفاده از حروف جبری؛ برای مثال اگر تساوی $x = 3a$ را در نظر بگیریم و از دانش‌آموزان بخواهیم که مقدار x را به ازای $a = 10$ بدست آورند، ممکن است دانش‌آموزان جواب را $x = 310$ بنویسند در حالیکه پاسخ درست $x = 3a = 3 \times 10 = 10 + 10 + 10 = 30$ می‌باشد.

۲. تبدیل مسائل به نمادهای ریاضی؛ برای مثال اگر مسئله کلامی «عددی را با ۲ جمع و در ۳ ضرب کردیم، حاصل برابر با ۱۲ شده است، آن عدد را پیدا کنید» به دانش‌آموزان داده شود و از آنها خواسته شود که تساوی جبری برای آن بنویسند ممکن است در جواب بجای $3(x + 2)$ به اشتباه $3x + 2$ بنویسند.

فرامرزی پور و فدایی (۱۳۹۶) در تحقیق خود به این نتیجه رسیدند که عوامل زیر در ایجاد بدفهمی‌های دانش‌آموزان موثر هستند؛

^۱ . Molina

^۲ . Mullis

^۳ . Koedinger

^۴ . Clement

^۵ . Stacey and Macgregor

^۶ . Sims-Knight & Kaput

- درک معنای سوال،
 - به یاد آوردن دانش مورد نیاز،
 - فراهم کردن شرایط حل،
 - استفاده از دانش، اجرای دانش و ذخیره سازی دانش.
- از دیدگاه فیس چین و موزی کنت^۱ (۲۰۰۲) طرحواره های ذهنی دانش آموزان یکی دیگر از دلایل اشتباهات هستند. برای مثال تفسیر اشتباه دانش آموزان از $(a + b)^5$ به صورت $a^5 + b^5$ می تواند بخاطر فهم ناقص و نادرست قانون توزیع پذیری باشد. گاهی اوقات یک طرحواره بخاطر شباهت سطحی در موقعیتی نامناسب استفاده می شود و سبب ایجاد اشتباه می گردد (گوناواردنا^۲، ۲۰۱۱).
- از دیدگاه گویا و حسام (۱۳۸۶) طرحواره ها توجیه گر بدفهمی های ذهنی دانش آموزان در ریاضی و به تبع آن جبر هستند. کیفیت یادگیری دانش آموزان، به کیفیت ساختار طرحواره های قبلی و توانایی آنها در مرتبط کردن مطالب جدید با آن طرحواره ها برای ساختن طرحواره ذهنی مربوط به مفهوم جدید بستگی دارد. گویا و حسام (۱۳۸۶) در مورد چگونگی نقش طرحواره ها در ایجاد بدفهمی ها مواردی را بیان کرده اند که عبارتند از:
- ✓ بازخوانی یک طرحواره نامناسب: دانش آموزان برای حل معادله $(x - 2)(x - 3) = 4$ طرحواره $(x - 2)(x - 3) = 0$ را بازخوانی می کنند و به این دلیل برای حل این معادله، هم $(x - 3)$ و هم $(x - 2)$ را مساوی ۴ قرار می دهند.
- ✓ مداخله طرحواره پیشین در یادگیری جدید: مثلاً قضاوت در مورد بزرگی اعداد اعشاری، براساس بزرگی ظاهری آنها انجام شده است که ناشی از مداخله طرحواره مربوط به اعداد صحیح در یادگیری اعداد اعشاری می باشد.

^۱ . Fischbein & Muzicant

^۲ . Gunawardena

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور

✓ مداخله یادگیری جدید در طرحواره قبلی: دانش آموز پس از یادگیری ضرب عبارات جبری، دچار بدفهمی شده و با دخالت نابه جای طرحواره جمع در یادگیری جدید خود، حاصل جمع $x + x$ را x^2 می نویسد.

✓ بیش تعمیمی: دانش آموزان با تعمیم نابه جای خواص ضرب بر جمع، مانند زیر عمل می کنند؛

$$= a^2 + b^2, \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} (a+b)^2$$

✓ تشابه یک واژه ریاضی با واژه ای در زبان عامیانه: مثلاً در اثر تشابه واژه «مجموعه» با واژه عامیانه، آن به عنوان «گردایه»، ممکن است بدفهمی های مختلفی در مورد مفهوم مجموعه شکل بگیرند برای مثال عضوهای تکراری، عضوهای مجزا به حساب می آیند.

شنارک^۱ (۱۹۹۹) به این نتیجه رسید که ساختارهای شهودی فرد می تواند عاملی برای ایجاد اشتباهات وی باشد. به اعتقاد وی، شهود را می توان زمینه ای دانست که طرحواره ها در آن رشد می کنند. لذا شهود تاثیر چشم گیری بر کیفیت طرحواره های ذهنی فرد دارد. بدین علت برخی از اشتباهات و مخصوصاً بدفهمی ها در اثر توسعه نیافتگی شهود ایجاد می شوند.

منظور از اشتباهات در مقاله حاضر خطاها و بدفهمی هایی می باشد که دانش آوزان به هنگام حل مسائل جبری مرتکب می شوند. تحقیقات نشان داده اند که خطاها در اثر بی دقتی و بی توجهی دانش آموزان رخ می دهند. اما چرا این بدفهمی ها مشکل ساز هستند؟ در ادامه، راه هایی که از طریق آن ها بدفهمی ها می توانند بر عملکرد و یادگیری دانش آموزان تأثیر بگذارند توصیف می شود.

ارتباط بدفهمی ها با مهارت های رویه ای

در بسیاری از حوزه های ریاضیات لازم است که دانش مفهومی صحیحی داشته باشید تا بتوانید مهارت های رویه ای صحیح را توسعه دهید. مسلماً داشتن مهارت های رویه ای خوب یا توانایی انجام رویه ها برای حل سوالات یک مؤلفه مهم موفقیت در

^۱ . Schnarch

ریاضیات به‌شمار می‌آید (کوئلنر^۱ و همکاران، ۲۰۰۸). به خوبی مشخص شده است که دانش مفهومی و مهارت رویه‌ای با یکدیگر مرتبط هستند و برخی از محققان معتقدند که این دو در واقع در یک زنجیره واحد قرار می‌گیرند (اسوان^۲، ۲۰۰۰). تحقیقات ثابت کرده است که دانش‌آموزان با دانش مفهومی قوی‌تر، نسبت به همسالانشان با دانش مفهومی ناقص در حل معادلات بهتر عمل می‌کنند و قادرند روش‌های جدید را آسان‌تر یاد بگیرند (بوث و همکاران، ۲۰۱۴). به ویژه، دانش‌آموزانی که در مورد علامت مساوی و منفی بدفهمی دارند معادلات کمتری را به درستی حل می‌کنند و در یادگیری چگونگی حل معادلات مشکل بیشتری دارند و اصلاح این بدفهمی‌ها می‌تواند منجر به پیشرفت مهارت‌های حل معادله شود (بوث و کدینگر، ۲۰۰۸).

ارتباط بدفهمی‌ها با رمزگذاری مسئله^۳

توانایی رمزگذاری صحیح یک مسئله یا پردازش ادراکی برای ایجاد یک بازنمایی درونی برای موفقیت در حل مسئله مهم می‌باشد (علی‌بالی^۴ و همکاران، ۲۰۰۹). دانش قبلی لزوماً بر نحوه رمزگذاری مسئله توسط یادگیرنده تأثیر می‌گذارد. به عنوان مثال، دانش‌آموزان در رمزگذاری معادلات آشنا بهتر عمل می‌کنند و سعی می‌کنند که در حل مسائل ناآشنا از دانسته‌های قبلی کمک بگیرند (علی‌بالی و ایم‌سنیل^۵، ۲۰۰۴). از طرفی دانش مفهومی بر رمزگذاری مسئله توسط فراگیران تأثیر می‌گذارد. دانش‌آموزان با دانش مفهومی صحیح‌تر، دارای دقت کدگذاری بالاتری هستند (بوث و داوِن‌پورت^۶، ۲۰۱۳). رمزگذاری صحیح مستلزم توجه به ویژگی‌های مهم در یک مسئله است و دانش مفهومی به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا بدانند که چه ویژگی‌هایی از مسئله اهمیت دارند (کروکس^۷ و علی‌بالی، ۲۰۱۳). به عبارت دیگر، هنگامی که دانش‌آموزان

1. Koellner

2. Swan

3. problem encoding

4. Alibali

5. McNeil

6. Davenport

7. Crooks

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور
دانش مفهومی ناقصی داشته باشند، ممکن است آنها نتوانند بطور صحیح مشخص
نمایند که به کدام ویژگی‌ها باید بیشتر دقت داشته باشند، و یا امکان دارد آن ویژگی‌ها
را به روشی معنی دار در نظر نگیرند (بوث و داوِن پورت، ۲۰۱۳)

بدفهمی‌ها و خطاهای مرتبط

بدفهمی‌های جبری دانش‌آموزان می‌توانند انواع خطاهایی را که آنها هنگام حل
مسئله مرتکب می‌شوند را پیش‌بینی کنند (بوث و کدینگر، ۲۰۰۸). دورکین و ریتله-
جونسون^۱ (۲۰۱۵) نشان دادند که خطاهای ایجاد شده با اعتماد به نفس بالا در هنگام
حل مسئله، نمایانگر بدفهمی‌های محکمی بوده که غلبه بر آنها دشوار است. اغلب
اوقات، این خطاها هنگامی بوجود می‌آیند که دانش‌آموزان در حال یادگیری یک
موضوع جدید هستند و سعی می‌کنند آن را با چیزی که قبلاً آموخته‌اند، پیوند دهند.
اگرچه این خود می‌تواند یک استراتژی مفید باشد، اما هنگامی که قواعد یا استراتژی‌ها
بیش از حد مورد استفاده قرار می‌گیرند، این امر باعث می‌شود دانش‌آموزان به ویژه در
مقابل تغییرات مفهومی شکل گرفته در ذهنشان در ریاضیات مقاومت کنند (ام‌اس‌نی‌یل،
۲۰۱۴). خطاهای پابرجا، اغلب نشانگر این هستند که درک دانش‌آموز از یک مفهوم
کامل و درست نیست (کانگلسی^۲ و همکاران، ۲۰۱۳).

روش پژوهش

پژوهش حاضر با رویکرد کیفی و استفاده از مصاحبه نیم‌ساختاریافته انجام گردیده
است. جامعه پژوهش شامل معلمان ریاضی دوره اول متوسطه استان کرمان می‌باشد.
نمونه شامل ۸ نفر از معلمان ریاضی دوره اول متوسطه می‌باشد که با استفاده از روش
نمونه‌گیری هدفمند انتخاب شدند و بین ۱۰ تا ۲۶ سال سابقه تدریس دارند. زیرا باید
افرادی انتخاب می‌شدند که تجربه تدریس مبحث جبر در دوره اول متوسطه را داشتند.
بیشتر سعی بر این بود که معلمانی انتخاب شوند که دروس روانشناسی را در دانشگاه

^۱ . Durkin and Rittle-Johnson

^۲ . Cangelosi

خواننده باشند تا بتوانیم علاوه بر عوامل اختصاصی به عوامل عمومی تاثیر گذار در ایجاد خطاها دست یابیم.

ابزار گردآوری اطلاعات

برای گردآوری داده‌ها از مصاحبه‌های نیم‌ساختار یافته با معلمان در مورد دلایل ایجاد اشتباهات دانش‌آموزان در جبر استفاده گردید که این اشتباهات در پیوست آورده شده است. هر مصاحبه با پرسیدن نظر مصاحبه شونده در مورد دلایل ایجاد اشتباهات در جبر آغاز و با سوال‌های برگرفته از پاسخ افراد ادامه پیدا می‌کرد. گفتگوها به صورت انفرادی و با در نظر گرفتن مدت زمان تقریبی ۶۰ دقیقه انجام و ضبط شدند. از داده‌های مهم در جریان مصاحبه نسخه‌برداری شد تا اطلاعات کسب شده برای تحلیل آماده و فرآیند مصاحبه شفاهی، به صورت متنی یکپارچه تدوین شود.

تجزیه و تحلیل داده‌ها

پس از پیاده‌سازی مصاحبه‌ها، جهت تجزیه و تحلیل داده‌ها این مراحل طی گردید:

۱. کدگذاری هر متن،
۲. استخراج مفاهیم،
۳. استخراج مقوله‌ها.

این مراحل چندین بار تکرار شد تا جایی که اطمینان حاصل شد که یافته جدیدی از داده‌ها بدست نخواهد آمد.

یافته‌ها

در ابتدا با مطالعه ادبیات موجود در زمینه خطاها و بدفهمی‌های جبری، مثالی از هر اشتباه انتخاب و در مورد دلایل رخداد آن با معلمان ریاضی مصاحبه نیم‌ساختاریافته عمیق انجام شد. برای افزایش اعتبار نتایج حاصل از تحلیل داده‌های مصاحبه روش زیر مورد استفاده قرار گرفت:

پایایی دو کدگذار

پایایی بین دو کدگذار میزان سازگاری درک یا معنای مشترک متن را اندازه می‌گیرد. این پایایی به درجه‌ای اشاره دارد که دو یا چند کدگذار نتایج یکدیگر را تکرار

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور می‌کنند. برای محاسبه درصد پایایی از رابطه‌ی $100 \times \{\text{تعداد کل کدها} / \text{تعداد توافقات}\}$ استفاده می‌شود و اگر حاصل بیش از ۶۰ درصد بدست آید پایایی دو کدگذار تایید می‌شود (خواستار، ۱۳۸۸). لذا برای انجام این روش، نویسنده اول و یک نفر دیگر به طور جداگانه سه مصاحبه را کدگذاری و سپس درصد پایایی را محاسبه کردند که از حداقل مقدار قابل قبول، یعنی ۶۰ درصد بیشتر بود. بنابراین با توجه به اینکه این میزان از ۶۰ درصد بیشتر است می‌توان گفت پایایی کدگذاری‌های این تحقیق تایید می‌شود. نتایج در جدول ۱ ارائه شده‌اند. (منظور از M مصاحبه و M_a به معنی مصاحبه با نفر a است).

جدول ۱- نتایج پایایی بین دو کدگذار

ردیف	عنوان مصاحبه	تعداد کل کدها	تعداد توافقات	پایایی بازآزمون (درصد)
۱	M_1	۴۳	۲۱	٪۹۷
۲	M_5	۴۵	۱۸	٪۸۰
۳	M_8	۵۲	۲۳	٪۸۸
	کل	۱۴۰	۶۲	٪۸۹

پس از پیاده‌سازی مصاحبه‌ها روی کاغذ (برای نمونه دو مورد از آن‌ها در قسمت پیوست آورده شده است) و کدگذاری و شناسایی مفاهیم موجود در داده‌های حاصل از مصاحبه‌ها، ۳ مقوله یا عامل اصلی شناسایی شدند که عبارتند از:

(الف) فرآیند کسب و بکارگیری دانش،

(ب) ویژگی‌های فردی دانش‌آموز،

(ج) عناصر تدریس.

(الف) عامل فرآیند کسب و بکارگیری دانش: شامل زیرمقوله‌های توجه، فهمیدن، تامل، ذخیره‌سازی و فراخوانی اطلاعات و پیاده‌سازی اطلاعات می‌باشد که دسته‌های مفهومی آن‌ها به همراه نمونه‌ای از داده‌های مصاحبه در جدول ۲ آورده شده است.

داخل جداول زیرمقوله‌ها، دسته‌های مفهومی و داده‌های مصاحبه‌ای مربوط بهم با علامت یکسان (بولت^۱) نشان داده شده‌اند.

جدول ۲- مقوله فرآیند کسب و بکارگیری دانش

نمونه‌ای از داده‌های مصاحبه	دسته‌های مفهومی	زیر مقوله‌ها
• به علامت‌ها و ضرایب توجه نمی‌کند ○ قوانین توان را یاد نگرفته است. ○ مفهوم جملات متشابه را یاد نگرفته است. ✓ قانون جمع و تفریق اعداد مختلف‌العلامت را نمی‌تواند به یاد بیاورد. ✓ قانون ضرب یک جمله‌ای در دو جمله‌ای را فراموش کرده است. ✚ نمی‌تواند دانش خود را در موقعیت‌های جدید مانند معادله‌ها بکارگیرد. ✚ متاسفانه دانش‌آموزان حاضر نیستند روی سوال فکر کنند و ببینند که آیا قبلاً با این عبارت روبه رو شده‌اند و اگر روبه رو شده‌اند چکاری انجام دادند.	• توجه نداشتن ○ فهم نادرست قوانین ✓ عدم یادآوری - مطالب ✓ فراموش کردن - قوانین و مفاهیم ✓ حفظ کردن مطالب ✚ ناتوانی در پیاده کردن مطالب ✚ فکر کردن	• توجه ○ فهمیدن ✓ ذخیره‌سازی و فراخوانی - اطلاعات ✚ پیاده‌سازی ✚ تامل

ب) عامل ویژگی‌های فردی دانش‌آموز به پنج زیرمقوله تقسیم می‌شود که عبارتند از:

۱. ویژگی‌های شخصیتی دانش‌آموز که شامل مسئولیت‌پذیری، مهارت و پشتکار و درونگرایی و برون‌گرایی می‌باشد. قابل ذکر است که درونگراها افرادی ساکت و خجالتی هستند در حالیکه برونگراها افرادی اجتماعی و شاد هستند.
۲. ویژگی‌های عاطفی دانش‌آموز یعنی کلیه رفتارهایی که به علاقه، احساس، نگرشها، باورها و ارزشها مربوط می‌شوند در این مقوله قرار می‌گیرند. داشتن اعتماد به

^۱. Bullet

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور
 نفس، نداشتن اضطراب، قدرت تصمیم گیری به هنگام حل مسائل ریاضی، نمونه
 هایی از توانایی عاطفی در ریاضیات هستند.

۳. وضعیت جسمی و روحی که منظور وضعیت سلامتی دانش آموز به لحاظ فیزیکی
 و فکری است.

۴. جنسیت دانش آموز

۵. سن دانش آموز

زیرمقوله های ویژگی های فردی دانش آموز به همراه دسته های مفهومی و نمونه ای از
 داده های مصاحبه در جدول شماره ۳ آورده شده است.

جدول ۳- مقوله ویژگی های فردی دانش آموز

زیر مقوله ها	دسته های مفهومی	نمونه ای از داده های مصاحبه
ویژگی های شخصیتی مسئولیت پذیری مهارت و پشتکار ✓ درونگرایی و برون گرایی	عدم حضور غیر موجه تعهد نداشتن تمرین نکردن تلاش نکردن ✓ چگونگی رفتار	• چون خیلی غیبت می کنه پس مباحث را یاد نمی- گیرد. ○ تلاشی برای یاد گرفتن نمی کند. ○ برخی از دانش آموزان سعی در حل انواع سوالات از کتاب کارهای متفاوت دارند. ✓ سر کلاس پرانرژی هستند و با همکلاسی شان رابطه خوبی دارند. به نظر من در شاد بودن جو کلاس تاثیر دارند ✓ سر کلاس سوال نمی کنند.
ویژگی های عاطفی	• باور ■ اضطراب داشتن ○ انتظارات ✓ احساس ❖ نگرش ✚ علاقه	• جبر را سخت می داند. ■ دانش آموز سر کلاس مضطرب هست. ■ وقتی افراد زرنک را می بیند اعتماد به نفس خودش را از دست می دهد. ○ به پیشرفت خودش امیدی ندارد. ✓ احساس کم آوردن جلوی دیگران ❖ ریاضی را مختص اعداد می داند و نه حروف ✚ جبر را دوست ندارد.

زیر مقوله‌ها	دسته‌های مفهومی	نمونه‌ای از داده‌های مصاحبه
وضعیت جسمی و روحی	• سلامتی فکری ○ سلامتی جسمی	• گاهی اوقات دانش‌آموز مشکل فکری دارد که باعث می‌شود سر کلاس تمرکز نداشته باشد. • پرسیدن حال دانش‌آموزان در علاقه‌مند کردن آنها به درس خود تاثیرگذار است. ○ دانش‌آموزی دارم که بخاطر سردردهای مکرر درس من را یاد نگرفته است.
جنسیت	دختر یا پسر بودن	پسران در یادگیری ریاضی بهتر از دختران هستند.
سن	دوره تحصیلی	بچه‌های دوره اول متوسطه در سن حساسی قرار دارند و حواشی اطراف آنها در درس خواندنشان تاثیر گذار است و اکثریت سعی می‌کنند در حد پاسی بخوانند.

ج) عامل عناصر تدریس: شامل دو زیر مقوله می‌باشد.

- ۱) معلم: شامل زیرمقوله‌های ویژگی‌های حرفه‌ای، ویژگی‌های شخصیتی و ویژگی‌های عاطفی معلم است.
- ۲) مواد آموزشی: شامل حل المسائل کتاب درسی و درس زبان انگلیسی می‌شود.

زیرمقوله‌های عناصر تدریس به همراه دسته‌های مفهومی و نمونه‌ای از داده‌های مصاحبه در جدول شماره ۴ آورده شده است.

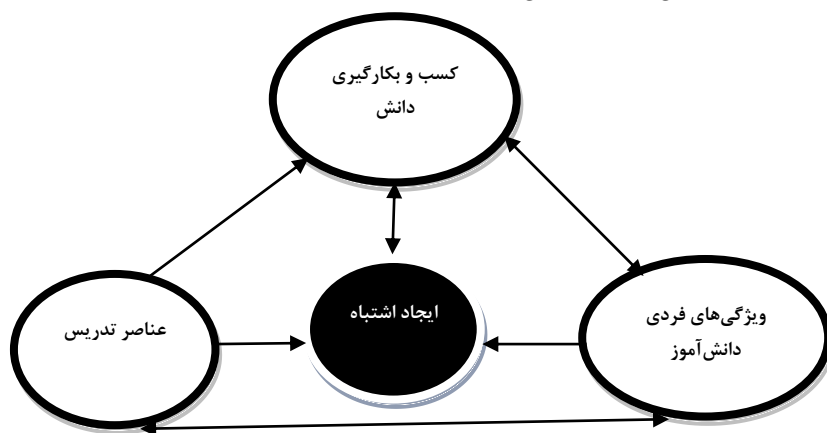
نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور

جدول ۴- مقوله عناصر تدریس

زیر مقوله‌ها	دسته‌های مفهومی	نمونه‌ای از داده‌ها
معلم - ویژگی‌های - حرفه‌ای - ویژگی‌های - شخصیتی - ویژگی‌های ✓ - عاطفی	- دانش - مهارت‌های تدریس - اهل مطالعه بودن - مسئولیت‌پذیر بودن - خلاق و هنرمند - داشتن روحیه - همکاری - صبور - عادل - رفتار و پوشش ✓ علاقه‌مند به معلمی ✓ مضطرب بودن ✓ باورهای مثبت - داشتن	- معلم در مورد مبحث مورد تدریس آگاهی کامل ندارد. - مطالب روی تخته طوری نوشته می‌شوند که دانش‌آموز نمی‌تواند آنها را درک و در نتیجه یادآوری کند. - شیوه تدریس معلم متناسب با دانش‌آموزان و مبحث درسی نیست. - بحث کلاسی روی موضوع انجام نمی‌شود. - کلاس برای دانش‌آموزان جذاب نیست. - رفتار معلم در برقراری ارتباط با دانش‌آموزان مناسب نیست. - دانش‌آموزان تشویق به کشف مفاهیم نمی‌شوند. ○ معلم در قبال وظیفه خود احساس مسولیت نمی‌کند. ○ دانش‌آموز چون از برخورد معلم می‌ترسد از وی سوال نمی‌کند. ○ معلم به لباس پوشیدن خود بها نمی‌دهد. در حالیکه بچه‌ها معلم خوش تیپی که قشنگ لباس بپوشد را دوست دارند. ○ گاهی معلم حوصله ندارد و اجازه فکر کردن به دانش‌آموز را نمی‌دهد. ○ برخی معلمان بین بچه‌ها تبعیض قائل می‌شوند که این در روحیه آن‌ها تاثیرگذار است. ✓ برخی از معلم‌ها خودشان ریاضی دوست ندارند. ✓ معلم علاقه‌ای به افزایش دانش خودش

زیر مقوله‌ها	دسته‌های مفهومی	نمونه‌ای از داده‌ها
		ندارد.
مواد آموزشی	• حل المسائل کتاب درسی ○ درس زبان انگلیسی	• حل المسائل باعث می‌شود که دانش‌آموز روی سوال فکر نکند. • بین تدریس معلم و محتوای گام‌به‌گام تفاوت‌هایی وجود دارد که باعث سردرگمی دانش‌آموز می‌شود. ○ بچه‌ها حتی در درس زبان انگلیسی در خواندن و نوشتن حروف مشکل دارند و این در یادگیری جبر که با حروف انگلیسی سروکار دارد تأثیرگذار است.

بر مبنای نظرات معلمان در مصاحبه‌های نیم‌ساختار یافته، مدل زیر (شکل ۱) در مورد روابط میان عوامل تأثیر گذار بر ایجاد اشتباهات جبری توسط دانش‌آموزان که همان سه مقوله می‌باشند، طراحی گردید.



شکل ۱- مدل مربوط به روابط میان عوامل تأثیر گذار بر ایجاد اشتباهات جبری

مطابق با شکل ۱، از دیدگاه معلمان وجود رابطه‌هایی بین عوامل سه گانه مشهود می‌باشد.

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور

۱. معلمان معتقد بودند که بین ویژگی‌های فردی دانش‌آموزان و کسب و بکارگیری دانش رابطه دوسویه وجود دارد.

نمونه‌هایی از داده‌های مصاحبه:

• وقتی یک دانش‌آموز پشتکار داشته باشد و زیاد تلاش کند پس بهتر از دانش‌آموزان دیگر یاد خواهد گرفت.

• اصولاً دانش‌آموزان گشاده‌رو و پرجنب و جوش بهتر مطالب یاد می‌گیرند. البته منظور من این نیست که دانش‌آموزان ساکت و مودب کلاس درس یاد نمی‌گیرند، بلکه مخاطب من دانش‌آموزانی هستند که خجالتی هستند و وقتی مطلبی را یاد نمی‌گیرند سوال نمی‌کنند.

• متأسفانه ترس از ریاضی و استرس دانش‌آموزان مانعی بر سر راه یادگیری ریاضی است.

• وقتی دانش‌آموزی به ریاضی علاقه نداشته باشد کاملاً واضح است که در یادگیری خوب نخواهد بود.

• زمانی دانش‌آموز یک مطلب را یاد بگیرد احساس لذت می‌کند و اعتماد به نفسش بالاتر می‌رود.

• وقتی دانش‌آموزی مطالب را به خوبی بفهمد و از طریق پیوند دادن با مطالب قبلی آنها را به حافظه بسپارد عملکرد وی بهبود می‌یابد که این خود باعث خوشحالی دانش‌آموز و رفع استرس او می‌شود.

۲. معلمان بر این باور بودند که بین عوامل کسب و بکارگیری دانش و ایجاد اشتباهات رابطه دوسویه وجود دارد.

نمونه‌هایی از داده‌های مصاحبه:

• فرض کنیم دانش‌آموز در ضرب یک جمله‌ای در دوجمله‌ای دچار اشتباه باشد. این اشتباه باعث می‌شود که در ضرب دوجمله‌ای در دوجمله‌ای هم دچار اشتباه شود و آن را یاد نگیرد.

- به نظر من اندیشیدن و فکر کردن در مورد سوال خیلی وقت‌ها حل سوال را برای دانش‌آموز راحت می‌کند و دانش‌آموز کمتر مرتکب اشتباه می‌شود.
 - خیلی وقت‌ها اتفاق افتاده است که دانش‌آموز سر کلاس مطلب را یاد گرفته است اما وقتی جلسه بعد از او سوال می‌کنی جواب اشتباه می‌دهد. اینجا به نظر من مشکل این‌هاست که دانش‌آموز در سازماندهی اطلاعات در ذهن خود دچار مشکل می‌باشد.
 - گاهی دانش‌آموز مرتکب اشتباهی می‌شود که از دیدگاه او درست است و این سبب می‌گردد که بعداً مطالب مرتبط با آن اشتباه را به اشتباه یاد بگیرد و بخاطر بسپارد.
۳. معلمان معتقد بودند که بین عناصر تدریس و ویژگی‌های فردی دانش‌آموزان رابطه دو سویه وجود دارد.

نمونه‌ای از داده‌های مصاحبه:

- اگر دانش‌آموزان نظم کلاس رعایت کنند، مطمئناً معلم با آرامش بیشتری تدریس خواهد کرد.
- اگر سطح یادگیری دانش‌آموزان کلاس بالا باشد پس معلم بیشتر مطالعه خواهد کرد که این باعث پیشرفت معلم و آگاهی بیشتر وی در زمینه‌های مختلف از جمله بدفهمی خواهد شد.
- دانش‌آموزان علاقه‌مند انگیزه زیادی برای کلاس آمدن در معلم ایجاد می‌کنند.
- کتاب‌های حل‌المسائل موجود در بازار سبب می‌شوند که دانش‌آموز جواب را کپی کند که این خود منجر به راحت طلبی دانش‌آموزان می‌شود و تلاش و اراده را از دانش‌آموز می‌گیرد.

۴. از دیدگاه معلمان بین عناصر تدریس و کسب و بکارگیری دانش نیز رابطه وجود داشت.

نمونه‌ای از داده‌های مصاحبه:

- اگر معلم از شیوه‌های مشارکتی استفاده کند و دانش‌آموزان را در درس دادن دخیل کند، مطالب بهتر در ذهن دانش‌آموزان جا می‌گیرند.

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرزی پور

- در اینکه رفتار و گفتار معلم در یادگیری دانش‌آموزان تاثیر دارد هیچ شکی نیست. برخی از همکاران به گونه‌ای تدریس می‌کنند که دانش‌آموزان مطالب را به راحتی می‌فهمند و به حافظه می‌سپارند.

- وقتی دانش‌آموز من در حل مسائل دچار اشتباه شود وظیفه من است که دوباره برای او توضیح دهم. اما خب اگر تعداد این اشتباهات زیاد شود من خسته و بی‌حوصله می‌شوم. بارها شده که مطلبی چند بار توضیح دادم اما باز بچه‌ها اشتباه کردند. باور کنید دیگه انگیزه‌ای برای اینکه سر آن کلاس بروم نداشتم و زمان خیلی برام طولانی می‌گذشت.

- خود دانش‌آموزان به دنبال یادگیری مفهومی نیستند و می‌خواهند مطالب را به صورت طوطی‌وار یاد بگیرند و این باعث می‌شود که استفاده از حل‌المسائل در بین دانش‌آموزان رواج پیدا کند. وقتی هم مطالب به صورت طوطی‌وار یاد گرفته شود حالت حفظی دارد و زود از حافظه پاک می‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

یکی از مباحث ریاضی که دانش‌آموزان در حل مسائل آن دچار اشتباهات فراوانی می‌شوند، «جبر» است و اکثر دانش‌آموزان - حتی برخی از دانش‌آموزان ممتاز - با این اشتباهات دست به گریبان هستند. این اشتباهات جبری فراگیری مفاهیم را برای دانش‌آموزان جهت موفق شدن در سطوح بالاتر سخت می‌کنند (روسلی^۱، ۲۰۰۹).

چو (۲۰۱۱) معتقد است که تحلیل و تعریف دلایل ایجاد خطاها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان توسط معلمان مخصوصاً در سطوح پایین‌تر از دبیرستان نیاز است. وی همچنین بیان می‌کند که فهمیدن دلایل ایجاد اشتباهات سبب توسعه استراتژی‌های آموزشی موثرتر می‌شود. لذا این پژوهش با هدف بررسی نظرات معلمان ریاضی در مورد اشتباهات آموزشی دانش‌آموزان در جبر انجام شده است.

^۱ . Russel

یافته‌های این پژوهش نشان دادند که ۳ مقوله زیر دلایل ایجاد اشتباهات دانش-آموزان در جبر از دیدگاه معلمان هستند:

✓ فرآیند کسب و بکارگیری دانش: شامل توجه، فهمیدن، ذخیره‌سازی و فراخوانی اطلاعات، تامل و پیاده‌سازی اطلاعات می‌باشد.

✓ عناصر تدریس: شامل معلم (ویژگی‌های حرفه‌ای، شخصیتی و عاطفی معلم) و مواد آموزشی است.

✓ ویژگی‌های فردی دانش‌آموز: شامل ویژگی‌های شخصیتی، عاطفی، وضعیت جسمی و روحی، سن و جنسیت دانش‌آموز می‌شود.

علاوه بر این، یافته‌ها نشان دادند که بر مبنای نظرات معلمان بین مقوله‌های کسب و بکارگیری دانش و ویژگی‌های فردی دانش‌آموز؛ بین مقوله‌های ویژگی‌های فردی دانش‌آموز و ویژگی‌های معلم (عناصر تدریس) و همچنین بین مقوله‌های کسب و بکارگیری دانش و ایجاد اشتباهات جبری رابطه دوسویه وجود دارد. از طرفی معلمان معتقد بودند که موارد مربوط به مقوله عناصر تدریس مخصوصاً عامل معلم روی فرایند کسب و بکارگیری دانش توسط دانش‌آموزان تاثیرگذار است. این یافته‌ها با یافته‌های گویا و حسام (۱۳۸۶)، هیبرت و کارپنتر^۱ (۱۹۹۲)، چو (۲۰۱۱)، شنارک (۱۹۹۹)، گوناواردنا (۲۰۱۱) و فیسچبین و موزیکنت (۲۰۰۲) و استیسی و مک گرگور (۲۰۰۰) همسو هستند. البته با این تفاوت که برخی از این محققان روی یک مبحث جبری و یک عامل به عنوان دلیل ایجاد اشتباهات جبری متمرکز شده‌اند. هیبرت و کارپنتر (۱۹۹۲) توضیح می‌دهند که بدفهمی‌ها زمانی ایجاد می‌شوند که دانش‌آموزان در برقراری ارتباط بین دانش قبلی و جدید شکست می‌خورند. آنها بیان می‌کنند که اگرچه خطاها، اشتباهات تصادفی یا اتفاقی هستند، اما بدفهمی‌ها وقتی ایجاد می‌شوند که دانش‌آموزان برای حل مسائل جدید، استراتژی‌های یاد گرفته شده قبلی را به طور نادرست استفاده می‌کنند. متخصصان معتقدند اشتباهاتی که بدفهمی‌های عمیقتر را در مورد مفاهیم جبری نشان می‌دهند، اتفاقی نیستند و بلکه از تجربه دانش‌آموزان با

^۱ . Hyeberts and Carpenter

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور
حساب نشات می‌گیرند (کلمنت، ۱۹۸۲ و کاچمن^۱، ۱۹۸۱). آرمسترونک و کاهل^۲
(۱۹۷۹)، نقل شده در چو، ۲۰۱۱) نتیجه گرفتند که یکی از عواملی که سبب علاقه یا
بیزاری دانش‌آموزان از جبر می‌شود، باور و طرزتفکر آن‌ها در مورد توانایی‌هایشان برای
کار با نمادها می‌باشد که به ویژگی‌های شخصیتی دانش‌آموز برمی‌گردد.

با توجه به اینکه اشتباهات جبری باعث سردرگمی و عدم موفقیت دانش‌آموزان در
حل مسایل می‌شوند، لذا بررسی، تحلیل و ریشه‌یابی اشتباهات دانش‌آموزان در جبر، به
منظور یافتن چرایی ایجاد و و چگونگی رفع بدفهمی‌ها ضروری است. نویسندگان این
پژوهش تلاش کردند تا با جستجوی دلایل اشتباهات جبری دانش‌آموزان از دیدگاه
معلمان، افراد دست‌اندر کار در امر آموزش مخصوصاً معلمان را از وجود آن‌ها آگاه کنند
تا توجه‌شان نسبت به این دلایل افزایش یابد و با اتخاذ مناسبترین جو کلاسی و شیوه
آموزشی به گونه‌ای تدریس نمایند که ظهور این اشتباهات به حداقل برسد یا این که با
آگاهی نسبت به وقوع احتمالی آن‌ها از قبل آمادگی داشته و راهکاری برای مواجهه با
آنها در ذهن داشته باشند. حتی معلمان می‌توانند با آگاهی از منشا اشتباهات جبری، از
آن‌ها برای ایجاد تضاد مفهومی و ایجاد درک و فهم درست استفاده کنند. از آنجا که در
جبر مفاهیم به صورت سلسله‌مراتبی شکل گرفته است، یادگیری هر مفهوم به فهم و
درک و برداشت دانش‌آموزان از مفاهیم پیش‌نیاز بستگی دارد، لذا زمانی‌که معلمان در
کلاس جبر با آگاهی کامل نسبت به دلایل ایجاد اشتباهات حاضر شوند، تلاش می‌کنند
که مفاهیم پیش‌نیاز، به درستی و بدون شکل‌گیری بدفهمی‌ها و رخ دادن خطاها توسط
دانش‌آموزان کسب شوند. این کار خود باعث می‌شود دانش‌آموزان در حل مسائل
جبری کمتر اشتباه کنند، اعتماد به نفس آنها بالاتر رود و در نهایت عملکرد بهتری داشته
باشند.

پیشنهادهایی برای معلمان

۱. Kuchemann

۲. Armstrong and Kahl

۱. اشتباهات باید مانند یک بیماری درمان شوند، از اینرو ضروری است که معلمان مفاهیم تخصصی را به گونه‌ای تدریس نمایند که دانش‌آموزان بتوانند مفاهیم جدید را به درستی یاد بگیرند و نیز بدفهمی‌های موجود خود را تصحیح نمایند.
۲. خوب است که معلمان در شروع تدریس در مورد نقش حروف به عنوان متغیر توضیح دهند.
۳. مطابق با شکل ۱، عامل کسب و بکارگیری دانش روی عامل عناصر تدریس تأثیری ندارد و این بدین معنی است که معلمان کاری به بازخورد فرایند تدریس ندارند، در حالیکه باید بین این دو عامل رابطه دوسویه وجود داشته باشد و معلمان مطابق با یادگیری دانش‌آموزان در هر جلسه، راهبرد آموزشی مناسب را برای جلسه بعدی انتخاب کنند.
۴. اگر معلمان در کلاس‌های درس خود از فعالیت‌های گروهی بهره ببرند، دانش‌آموزان می‌توانند اشتباهات یکدیگر را اصلاح کنند. زیرا وقتی دانش‌آموزان به صورت فردی کار می‌کنند ممکن است متوجه اشتباه خود نشوند.
۵. در شروع کلاس بهتر است که معلم به وضعیت روحی و جسمی دانش‌آموزان توجه کند و جوی فراهم آورد که دانش‌آموزان از حل مسائل جبری لذت ببرند. با توجه به اینکه دانش‌آموزان نیازمند توجه هستند ممکن است یک جمله معلم مثلاً «حالت خوب است» در تغییر وضعیت دانش‌آموز معجزه کند.
۶. برای اینکه دانش‌آموزان بتوانند مفاهیم را خودشان و با کمک اندک معلم یاد بگیرند خوب است که معلمان از شیوه‌های جدید تدریس که مبنی بر نظریه ساخت‌وسازگرایی است استفاده کنند. فرامرزپور و فدایی (۱۳۹۹) یک مدل آموزشی برای تدریس جبر طراحی کردند که دانش‌آموز محور و مبنی بر نظریه ساخت‌وسازگرایی می‌باشد و استفاده از آن باعث بهبود یادگیری دانش‌آموزان می‌گردد.
۷. فرامرزپور و فدایی (۱۳۹۷) نشان دادند که در محتوای کتاب‌های ریاضی دوره اول متوسطه در مورد ۴ مولفه متغیر، جملات متشابه، تساوی جبری و هم‌ارزی

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور
نقدهایی وجود دارد که عدم توجه به آن‌ها سبب ایجاد اشتباهاتی توسط دانش-
آموزان در حل مسائل می‌شوند. از اینرو خوب است که محتوای کتب درسی
ریاضی دوره اول متوسطه مورد بازبینی قرار گیرد تا ایجاد اشتباهات اینچنینی به
حداقل برسد.

منابع

الف. فارسی

۱. احمدی، فضل‌الله؛ نصیریانی، خدیجه و اباذری، پروانه. (۱۳۸۷). تکنیک دلفی: ابزاری در تحقیق. مجله‌های ایرانی آموزش در علوم پزشکی، سال ۸، شماره ۱، صفحه ۱۸۵-۱۷۵.
۲. خادمی، فاطمه. (۱۳۹۴). بررسی بدفهمی‌های دانش‌آموزان دبیرستانی در تعاریف و مفاهیم ریاضی. پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرودشت. استاد راهنما: افشین ارمی.
۳. دلفکار، نجمه. (۱۳۹۴). تاثیر نوع آموزش دانشجو-معلمان بر شکل‌گیری بدفهمی‌های ذهنی دانش‌آموزان در مبحث حد. پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید باهنر کرمان. استاد راهنما: محمدرضا فدایی.
۴. فرامرزپور، نوشین و محمدرضا، فدایی. (۱۳۹۶). یادگیری مبحث ساده کردن عبارت‌های جبری: چالشی جدی برای معلمان ریاضی. پانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، بوشهر.
۵. فرامرزپور، نوشین و محمدرضا، فدایی. (۱۳۹۷). نقد و بررسی محتوای فصل جبر و معادله کتاب‌های ریاضی پایه‌های هفتم و هشتم دوره اول متوسطه. دومین کنفرانس آموزش و کاربرد ریاضیات، کرمانشاه.

۶. فرامرزیور، نوشین و محمدرضا، فدایی. (۱۳۹۹). تبیین مدلی برای تدریس مبحث ساده کردن عبارت های جبری در پایه هشتم. فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران، سال پانزدهم، شماره ۵۷، صص ۴۴ - ۵.
۷. گویا، زهرا و حسام، عبدالله. (۱۳۸۶). طرحواره های ذهنی: توجیه گر بدفهمی های ریاضی دانش آموزان. فصلنامه روانشناسی کاربردی، دوره ۱، شماره ۲.

ب. انگلیسی

8. Alibali, M. W., Phillips, K. M. O., & Fischer, A. D. (2009). Learning new problem-solving strategies leads to changes in problem representation. *Cognitive Development*, 24, 89-101.
9. Bennett, V. M. (2015). *Understanding the meaning of the equal sign: an investigation of elementary students and teachers* (Doctoral dissertation). Retrieved from <https://doi.org/10.18297/etd/2303>.
10. Booth, J. L., & Davenport, J. L. (2013). The role of problem representation and feature knowledge in algebraic equation solving. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 415-423.
11. Booth, J. L., Barbieri, C., Eyer, F. & Pare-Blagoev, J. (2014). Persistent and Pernicious Errors in Algebraic Problem Solving. *Journal of Problem Solving*, 7 (1), 10-23. doi: 10.7771/1932-6246.1161.
12. Booth, J.L., & Koedinger, K.R. (2008). Key misconceptions in algebraic problem solving. In B. C. Love, K. McRae, & V. M. Sloutsky (Eds), *Proceedings of the 30th Annual Cognitive Science Society* (pp. 571-576). Austin, TX: Cognitive Science Society.
13. Bush, S. B. (2011). *Analyzing common algebra-related misconceptions and errors of middle school students* (Doctoral dissertation). Retrieved from <https://doi.org/10.18297/etd/187>.
14. Cai, J. & Knuth, E. (2011). A global dialogue about early algebraization from multiple perspective. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: a global dialogue from multiple perspectives* (pp. 6-11). Berlin: Springer.
15. Cangelosi, R., Madrid, S., Cooper, S., Olson, J., & Hartter, B. (2013). The negative sign and exponential expressions: Unveiling students' persistent errors and misconceptions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32 (1), 69-82.

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور

16. Capraro, M. M. & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: Can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols? *Journal of Reading Psychology*, 27 (1), 147-164. doi:10.1080/027027106006442467.
17. Chow, T-C. F. (2011). *Students Difficulties, Conceptions and Attitudes towards Learning Algebra: An Intervention Study to Improve Teaching and Learning* (Unpublished doctoral dissertation). Curtin University.
18. Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 16-30.
19. Clement, J., Narode, R. & Rosnick, P. (1981). Intuitive misconceptions in algebra as a source of math anxiety. *Focus on learning problems in mathematics*, 3 (4), 36-45.
20. Crooks, N. M., & Alibali, M. W. (2013). Noticing relevant problem features: activating prior knowledge affects problem solving by guiding encoding. *Frontiers in Psychology*, 4.
21. Durking, K., & Rittle-Johnson, B. (2012). The Effectiveness of Using Incorrect Examples to Support Learning about Desimal Magnitude. *Learning and Instruction*, 22 (3), 206-214.
22. Fennell, F. (2010). *RtI math and number sense: what interventions should you consider? We can figure this out*. Paper presented at the Regional Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, New Orleans, LA.
23. Fischbein, E. & Muzicant, B. (2002). Richard skemp and his conception of relational and instrumental understanding: Open sentences and phrases. In D. Tall & M. O. J. Thomas (Eds), *Intelligence, Learning and Understanding Mathemartics*, 49-78. Flaxton, Australia: Post Pressed.
24. Girit, D. & Akyuz, D. (2016). Algebraic thinking in Middle School Students at Different Grades: Conceptions about Generalization of Patterns. *Education Journal of Science and Mathematics Education*, 10 (2), 243-272. Doi: 10.17522/balikesirnef.277815.
25. Guler, M. & Celic, D. (2016). A research on future mathematics teacher's instructional explanations: the case of algebra. *Journal of Educational Research and Reviews*. 11(16), 1500-1508. 10.5897/ERR2016.2823.
26. Gunawardenna, E. (2011). *Secondary school student's misconceptions in algebra* (Unpublished doctoral dissertation). University of Toronto, Canada.

27. Hyebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematic teaching and learning* (pp. 65-100). New York: Macmillian.
28. Idehen, F. O. & Omoifo, C. N. (2016). Students Misconceptions in Algebra. *International Journal of Educational Benchmark*, 2(1), 1-12.
29. Koellner, K., Pittman, M., & Frykholm, J. (2008). Talking generally or generally talking in an algebra classroom. *Mathematicd Teaching in the middle school*, 14 (5), 304-310.
30. Kuchemann, D. (1981). Algebra. In K. M. Hart, M. L. Brown, D. E. Kuchemann, D. Kerslake, G. Ruddock & M. McCartney (Eds.), *Childrens Understanding of Mathematics*: 11-16 (pp. 102-119). Oxford, U. K: John Murray.
31. McNeil, N. M. (2014). A change-resistance account of childers difficulties understanding mathematical equivalence. *Child Development Perspectives*, 8 (1), 42-47.
32. McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2004). You will see what you mean: Students encode equations based on their knowledge of arithmetic. *Cognitive Science*, 28 (3), 451-466.
33. Molina, M., Castro, E., Castro, E. (2009). Elementary students understanding of the equal sign in number sentences. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 341-368.
34. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. Chestnut hill and Amsterdam: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College, and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
35. Russell, M., Odwyer, F. & Miranda, H. (2009). Diagnosing student's misconceptions in algebra: Results from an experimental pilot study. *Journal of Behavior Research Methods*. 41(2): 414-424. doi: 10.3758/BRM. 41.2. 414.
36. Schnarch, D. (1999). *Intuitive and schemata in probabilistic reasoning the evolution with age of probabilistic misconceptions*. www.tau.ac.il/education/toar3/archiveetakzir1999-7.html.
37. Sims-Knight, J. & Kaput, J. J. (1983). Exploring difficulties in transformations between natural language and image based representations and abstract symbol systems of mathematics. In D. Rogers & J. Sloboda (Eds), *the acquisition of symbolic skills* (pp. 561-569). New York: Plenum.

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور

38. Stacey, K. & Macgregor, M. (2000). Learning the method of solving problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 149-169.
39. Swan, M. (2000). Making sences of algebra. *Mathematics Teaching*, (171), 16-19.

پیوست

الف) اشتباهات جبری جمع‌آوری شده از تحقیقات قبلی جهت مصاحبه با

معلمان

$a + 2a \times 5 = 3a \times 5 = 15a$
$7b + 3 \times (4a)^2 = 7b + (12a)^2$
$3a + 4a^2 = 3a + 8a = 11a$
$-8a - a = -8a$
$-7c + 5c = 2 + c$
$13b^2 + 4b^2 = 9b^4$
$15c + 20 - 10a = 5ac + 20$
$3(5b - 3) = 15b - 3$
$5(3c + 2) + 5 - 2a = 15c + 10 + 25 - 10a$
$4ab - 7c + 5ba - 9c = 4ab - 16c + 5ab$
$3 \times b + b + 7 = b + b + 21 = 2b + 21$
$(3x - 2)(4x + 5) = 12x^2 - 10$
$-3ac - 9ac = +12ac$
$(x + 3)(x + 7) = 2x + 7x + 3x + 21 = 12x + 21$
$2(4a + 3) = 2(7a) \text{ or } 8a + 3$
$(4 - y)(3 + y) = 4 \times 3 = 12$
$+3(6a - 7) = -18a + 21$
$4 + 5y^2 = 4 + 25y^2$

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور

$4a^2 + 3a^2 = 7a^2 = 14a$
$5a + 5b = 10ab$
$2a \times 3a = 6a$
$-6a + 3a = -9a \text{ or } +3a$
$5ab - 6 + 4ba + 7 = 9ab - 13 \text{ or } 9ab - 1$
$2(3a + 2) + 3 + 4a = 6a + 4 + 6 + 8a$

ب) گزیده‌ای از دو مصاحبه

در گفتگوهای زیر منظور از M: مصاحبه‌کننده و Z: معلم می‌باشد. از گفتگوهای انجام شده مطالبی را آورده‌ایم که مرتبط با اهداف تحقیق هستند و از آوردن مطالب حاشیه‌ای خودداری کرده‌ایم.

مصاحبه اول. این مصاحبه با یک معلم خانم انجام شده است که دارای مدرک کارشناسی ارشد و ۲۵ سال سابقه کار می‌باشد.

M: شما تاکنون در کلاس درس خود با این اشتباه $2(4a + 3) = 8a + 3$ روبه رو شده‌اید؟

Z: متأسفانه باید بگم خیلی زیاد. میتونم بگم نشد من امتحانی بگیرم و این اشتباه را داخل پاسخ‌های بچه‌ها نینم.

M: به نظر شما چرا عدد ۳ داخل پرانتز را نادیده گرفته است؟

Z: جواب دادن به این سوال به نظر من به دانش‌آموز برمی‌گردد. منظورم این است که باید دانش‌آموز را بشناسم تا بگویم چرا چنین اشتباهی کرده است.

M: لطفا بیشتر توضیح بدهید.

Z: خب ببینید گاهی دانش‌آموز خوب ما هم ممکن است مرتکب چنین اشتباهی شود.

M: به نظر شما چرا دانش آموز خوب مرتکب چنین اشتباهی می شود؟
Z: در اثر بی دقتی و بی توجهی. یا اینکه شاید حالش خوب نبوده و نمی توانسته روی سوال تمرکز کند.

M: از دید شما چرا دانش آموز ضعیف مرتکب چنین اشتباهی می شود؟
Z: با توجه به پاسخ، دانش آموز متوجه شده است که باید عدد ۲ را در پرانتز ضرب کند حال اینکه چرا عدد ۲ را در عدد ۳ ضرب نکرده ممکن است به دلیل این باشد که فکر می کند ۲ را باید فقط در اولین جمله ای که بعد از پرانتز می آید ضرب کند و یا اینکه می داند ۲ را باید در همه جملات پرانتز ضرب کند اما به اینکه پرانتز کجا بسته می شود توجهی نکرده است. گاهی بچه ها قوانینی در ذهن خودشان می سازند و مطابق با آن سوالات حل می کنند که هر چقدر هم فکر کنی نمی توان استدلال پشت آن را درک کنی.

M: فکر می کنید چه عواملی دیگه ای ممکن است در ایجاد چنین اشتباهاتی دخیل باشند؟

Z: نه فقط من و شما به نظرم خیلی از معلم ها وقتی وارد فصل جبر و معادله می شوند با مشکل روبه رو می شوند. آخه بچه ها با مباحث جدیدی آشنا می شوند که خود کتاب هم خیلی خوب آن ها را توضیح نداده است. منظورم این است که مباحث جبری خیلی ملموس نیستند. من خودم به شخصه سعی می کنم مبحث جمع و تفریق جملات متشابه را با استفاده از بازی به بچه ها یاد بدهم. روش سنتی برای این مبحث روش خوبی نیست. من خیلی در بحث تکنولوژی ضعیف هستم و گرنه از دید من می توان از تکنولوژی برای آموزش بهتر مباحث جبری کمک گرفت. می خواهم بگم من معلم و روش آموزشی من خیلی در یادگیری دانش آموز تاثیرگذار هست. من معلم باید در قبال وظیفه خود احساس مسئولیت کنم.

M: خب حالا به نظر شما اشتباه دانش آموز در عبارت $2 \times a + a + 15 = 17 + a + a$ چیست؟

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور
Z: چه جالب. باور کنید بارها در برگه‌های بچه‌ها این اشتباهات را دیدم اما دقت نکردم
چه اتفاقی افتاده و ازش نپرسیدم چرا اینجوری نوشتی.

M: چرا دانش‌آموز مرتکب این اشتباه شده است؟

Z: چون مفهوم ضریب و مفهوم متشابه بودن را خوب یاد نگرفته است. به نظر من
مفهوم متشابه خیلی مهم هست و باید روی یادگیری آن تاکید شود. ببینید این مفهوم در
حل معادله یا هر مبحثی که مربوط به عبارت‌های جبری باشد بکار می‌رود.

M: احتمال دارد دانش‌آموز بی دقتی کرده باشد؟

Z: احتمال هر چیزی وجود دارد اما خب علامت ضرب کاملاً واضح هست.

M: کلاً منشا این اشتباهات توسط دانش‌آموزان چیست؟

Z: الان حضور ذهن ندارم که بخواهم دقیق بگویم اما واضح هست که یاد نگرفتن
قوانین جبر و بی دقتی سبب ایجاد این اشتباهات می‌شوند. کلاً از دید من در کلاس
درس ۴ عنصر نقش اساسی دارند، معلم، کتاب، خود دانش‌آموز، همکلاسی‌ها. هر کدام
از این‌ها به نوبه‌ی خود در یادگیری دانش‌آموز تأثیر دارند. گاهی همکلاسی در یادگیری
کمک می‌کند و گاهی هم باعث حواس‌پرتی دانش‌آموز می‌شود. تازه داریم اوقاتی که
همکلاسی با راهنمایی‌های خودش بچه بیشتر گیج می‌کند. آهان یادم اومد گام به گام‌ها
هم خیلی در این یادگیری طوطی‌وار سهیم هستند. من معلم هم مهم هستم. شیوه
آموزش من، رفتار من، گفتار من و حتی پوشش من تأثیرگذار هست. بچه‌هایی هستند
که فقط چون معلم دوست دارند و از اخلاق و رفتار معلم خوششون می‌آید درس می‌-
خورند.

مصاحبه دوم. مصاحبه با یک معلم آقا انجام شده است که دارای مدرک کارشناسی
ارشد و ۱۹ سال سابقه کار می‌باشد.

M: شما تاکنون در کلاس درس خود با این اشتباه

$$3a + 4a^2 = 3a + 8a = 11a \text{ روبه‌رو شده‌اید؟}$$

Z: مگر می‌شود روبه رو نشده باشم. مخصوصاً این قسمت که بچه‌ها توان را در پایه ضرب می‌کنند. بارها براشون توضیح دادم و مثال زدم اما برای بعضی از بچه‌ها کارساز نیست.

M: به نظرتون چرا کارساز نیست؟

Z: انگار که در ذهنشون این شکلی ذخیر شده و خودتون می‌دانید که تغییر قواعدی که بچه‌ها برای خودشون می‌سازند کار سختی است. البته در این مورد وقتی من ازشون می‌پرسم که چرا اینکار را کردین، میگن شما خودتون گفتین باید توان را در پایه ضرب کنیم. خب این نشان می‌دهد که دانش‌آموز حرف‌های من را به گونه دیگری در ذهن خودش ثبت کرده است.

M: از دید شما چه عوامل دیگری موجب رخ دادن این اشتباهات می‌شوند؟

Z: مشکل اینجاست که این روزها مثل قدیم بچه‌ها خیلی درس براشون مهم نیست و فقط می‌خواهند در حد قبولی نمره‌ای بگیرند. از طرفی بچه‌های دوره اول متوسطه از لحاظ سنی در شرایط خاصی هستند و ذهنشون درگیر مسائل حاشیه‌ای زیادی می‌باشد. بخاطر همین تلاش زیادی برای یادگیری نمی‌کنند و در سر کلاس هم توجهی به درس و معلم ندارند.

M: فکر می‌کنید چه اتفاقی افتاده است که دیگر درس برای دانش‌آموزان مهم نیست؟

Z: دغدغه‌ی بچه‌های امروزی تغییر کرده است. متأسفانه مشکلات فکری سبب می‌شود که فکر دانش‌آموز در کلاس روی درس متمرکز نباشد. علناً شما فقط جسم دانش‌آموز در کلاس دارید. بچه‌های امروزی خیلی زودرنج و کم تحمل و احساسی هستند. البته من معلم هم گاهی کوتاهی می‌کنم. داریم همکارانی که از وقت کلاسی می‌زنند که به کارهای شخصی خود برسند. خب این باعث می‌شود که درس را به صورت خلاصه و با عجله درس دهیم که در نتیجه یادگیری به خوبی اتفاق نمی‌افتد.

M: به نظر شما چرا دانش‌آموزان مرتکب اشتباه $5a + 5b = 10ab$ می‌شوند؟

Z: چون نمی‌تواند تشخیص دهد که این جملات متشابه نیستند. البته بعضی از بچه‌ها چون می‌خواهند سریع پاسخ دهند بدون فکر و تامل روی آنچه که در سوال داده شده و

نظرات معلمان ریاضی در مورد دلایل رخداد اشتباهات آموزشی... نویسنده اول: نوشین فرامرز پور
یا قبلا دیده‌اند، آنها را جمع می‌کنند. یک دلیل دیگر آن است که بچه‌ها فکر می‌کنند هر
سوال ریاضی حتما جوابی دارد. منظورم این است که از دید آن‌ها باید روی عبارت
جبری یک سری عملیاتی انجام دهند.

M: چکار کنیم که این اشتباه رخ ندهد؟

Z: من به عنوان یک معلم می‌توانم مهارت‌های تدریس خودم از طریق مطالعه افزایش
دهم. خداروشکر الان در زمینه آموزش و یادگیری کارهای تحقیقاتی زیادی انجام شده
است. در دانشگاه مقاله‌ای خواندم که گفته بود قدرت بیان معلم و نحوه برقراری ارتباط
او با دانش‌آموزان خیلی می‌تواند به یادگیری بچه‌ها کمک کند. اما در مورد این اشتباه به
نظر من باید انواع متفاوتی از جملات متشابه برای بچه‌ها مثال بزنیم و مطمئن بشیم که
بچه‌ها مفهوم جملات متشابه به درستی یاد گرفته‌اند و در یادآوری آن مشکلی ندارد.
چون گاهی اوقات بچه‌ها سر کلاس مطالب را یاد می‌گیرند اما بعدا فراموش می‌کنند و
نمی‌توانند به یاد بیاورند.